III-79　モンテカルロ法による岩質材料の引張破壊に関する研究

神戸大学　正員　桜井春輔
兵庫県　正員　○前田昌俊
神戸大学　学生員　森田正三

1. はしがき

岩石、コンクリート等の岩質材料の破壊基準は、その材料の応力、ひずみが常に一対一で対応する限り、応力空間において $f(\sigma)=0$ と表わされる。今、材料が引張応力状態にある場合には、破壊までほゞ弾性的であると考えられるので、弾性論に基づく Griffith 理論が適用できるものと思われる。すなわち、材料内部のき裂先端に発生する引張応力が材料固有の値となる時、その先端から破壊が生ずると考えられる。これは破壊開始の条件を与えるものであるが、引張応力状態においては、き裂の伝播は瞬間的であり、したがって破壊開始はそのまゝ終局破壊と考えられ、そのときの強度をもって材料の破壊強度を定義することができる。

Griffith 理論を用いて、岩質材料の破壊強度を論じた研究はすでに発表されているが、複雑な応力状態にある物体の破壊を定量的に論ずることは困難である。このような観点から、本報告は、モンテカルロ法によって、種々の応力状態にある岩質材料の引張破壊をシミュレートさせ、材料の破壊特性を定量的に求めようとするものである。

2. 解析における仮定

本解析においてはつぎの仮定を設ける。1) き裂先端に発生する最大引張応力が材料固有の値に達したとき材料は破壊する。2) 破壊に関して、き裂は相互に干渉しない。3) き裂周辺の最大引張応力は、き裂を楕円形と仮定して二次元弾性論によって求める。

3. き裂周辺の最大引張応力

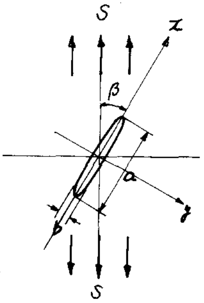

図 1

図1に示すような一軸引張応力場の楕円形のき裂周辺の接線応力は次式によって与えられる。

$$(\sigma_\eta)_{\xi=\xi_0} = S\cdot\frac{\sinh 2\xi_0 + \cos 2\beta - e^{2\xi_0}\cos 2(\beta-\eta)}{\cosh 2\xi_0 - \cos 2\eta} \quad (1)$$

ここで S は外力としての引張応力、β は載荷応力と長軸のなす角、ξ, η は x, y 軸を直角座標とすると

$$x = c\cdot\cosh\xi\cdot\cos\eta \qquad y = c\,\sinh\xi\,\sin\eta \quad (2)$$

で表わされる楕円座標である。いま長軸を a、短軸を b とすると、ξ_0 はつぎのように表わされる。

$$\xi_0 = \tanh^{-1}(b/a) = 0.5\log\left(\frac{1+b/a}{1-b/a}\right) \quad (3)$$

(1)式の最大引張応力を求めると

$$\sigma_{max} = \frac{S\sin\beta}{\xi_0}(\sin\beta+1) \quad (4)$$

したがって、き裂周辺の最大引張応力が材料固有の値に達するときの、外力としての引張応力 S は

$$\frac{S}{\sigma_N} = \frac{0.5\log\left(\frac{1+b/a}{1-b/a}\right)}{\sin\beta(\sin\beta+1)} \quad (5)$$

ここで σ_N は材料固有の引張強度である。

4. き裂の分布

いま、材料を等方性と考えるならば、き裂の形と傾きは互いに独立であると考えられる。したがって、き裂の分布に対する確率密度関数 P はつぎのように表わされる。

$$p = f \cdot g \qquad (6)$$

ここで f は形の分布、g は傾きの分布に対する確率密度関数である。

4.1 f の分布　き裂の形は三次元的に penny shape と考えるが、その断面は楕円形とする。短軸と長軸の比 b/a の分布についての実験的データは見当らないので、ここでは図2のような確率密度関数を仮定する。

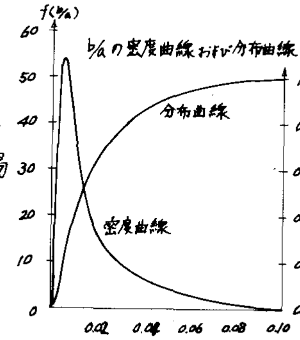

図 2

4.2 g の分布　き裂の傾きについては、まったく任意に材料内部に存在すると考えられる。しかし、外力としての作用が一軸引張応力の場合には、その作用方向とき裂の長軸とのなす角 β のみを考慮すればよい。したがって、

$$g(\beta) = \sin\beta \qquad (7)$$

5. 計算例

ここでは、一点載荷および二点載荷による曲げ破壊について考える。モデルは図3に示すような $h \times h \times l$ の直方体とする。そしてそれを n 個の立方体の要素に分割し、その各要素の内部に一個のき裂を考える。なお、一点載荷の場合は載荷点下において破壊が生ずる事実を考え図3-aに示すように載荷点下の要素のみについて考え、二点載荷では図3-bのように載荷点間の要素を考える。計算はまず f および g の確率密度関数を満足する乱数を計算機で発生させ、(5)式によって各要素の破壊応力を求め $\sigma = M/W$ なる式から縁応力を計算する。そしてその最小値をもって、その供試体の引張破壊強度と考える。要素の一辺の長さを種々変化させた場合の計算結果を図4,5に示す。平均値と要素の大きさの関係を図6に示す。また図7では破壊がどの要素で発生したかを示している。

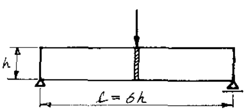

図 3-a

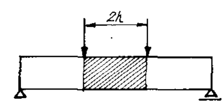

図 3-b

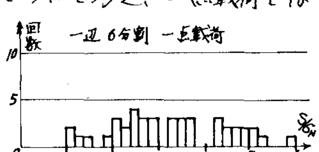

図 4-a

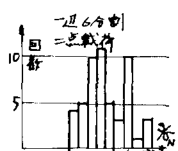

図 5-a

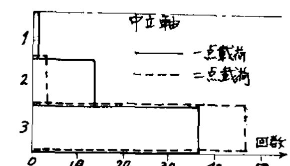

図 7-a

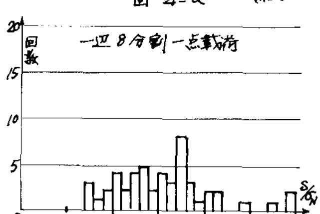

図 4-b

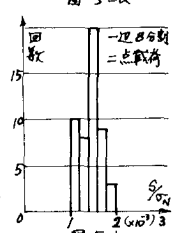

図 5-b

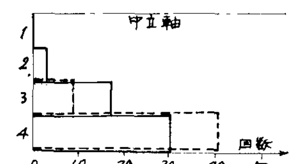

図 7-b

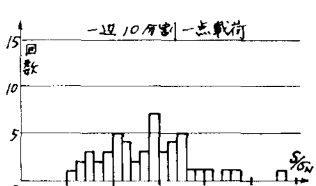

図 4-c

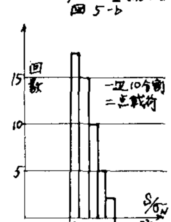

図 5-c

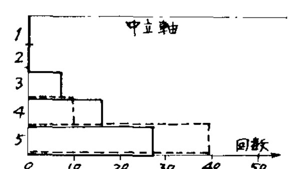

図 7-c

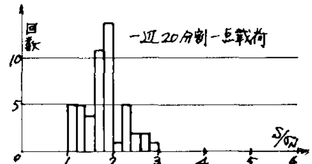

図 4-d

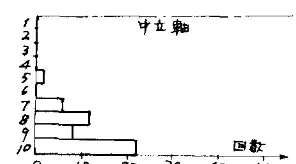

図 7-d

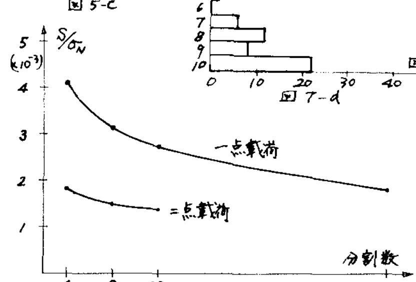

図 6