

1. まえがき

軟弱地盤中の井筒の動的性状を検討するため、図-1に示す砂質シルト、ポートなどの軟弱層(N=0)を貫いて洪積砂層に基礎をおく直径や根入の異なる円形中空断面鉄筋コンクリート造の7基の井筒を佐倉客貨車区

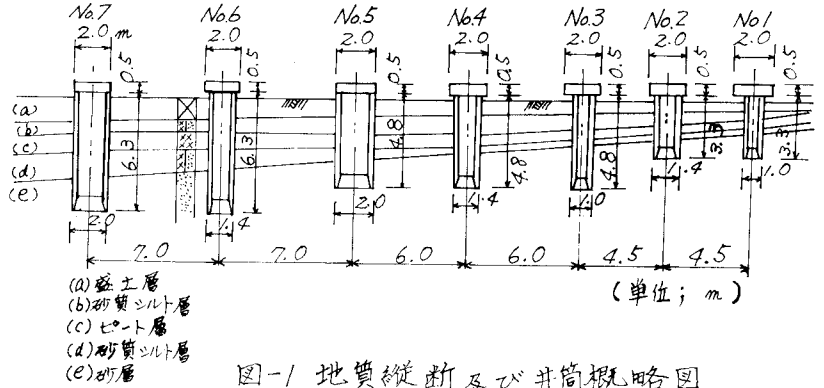


図-1 地質縦断及び井筒概略図

構内に設置した。昭和45年度K No. 4~No. 7井筒に対し東京電力の10t起振機により強制振動試験を実施した。その結果、井筒は剛体ロッキング振動を呈しているが共振時の振動数、振幅を計算と一致させるためには、直径の2倍程度の付加質量を付けることが必要である。²⁾ しかも図-4に示すように二つの共振点がある場合には2自由度のロッキング振動の一次二次の共振点では説明できない。そこで付加質量を除くため地盤のばねも質量をもつ糸として井筒のロッキング振動を考えた。以下にその概要を述べる。

2. 力学モデルと運動方程式

図-2K示すように井筒本体は側面の水平ばねと底面の回転ばねに支えられた2自由度のロッキング振動をし、土は水平のみ振動するものとした。土のばねおよび土の質量は分割した区間の中心に集中するものとした。

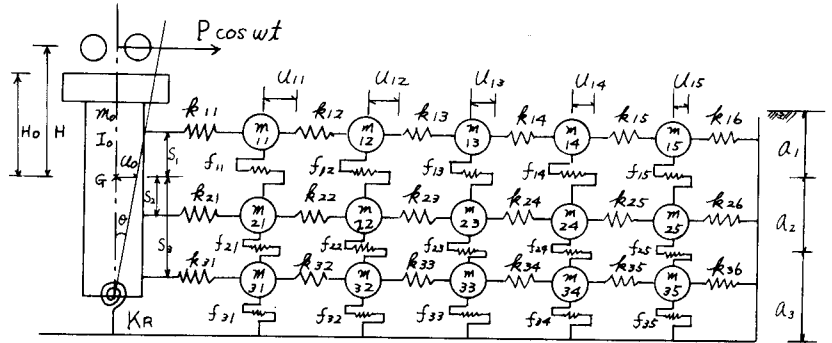


図-2 力学モデル

運動方程式は力のつり合いより次のようになる。ここでは縦3分割、横5分割とした。

(井筒のつり合い)

$$m_0 \ddot{u}_0 + (k_{21}^* + k_{21} + k_{31}) u_0 - k_{11} u_{11} - k_{21} u_{21} - k_{31} u_{31} + (k_{11} S_1 + k_{21} S_2 + k_{31} S_3) \theta = P \cos \omega t \quad (1)$$

$$I_0 \ddot{\theta} + (k_{11} S_1 + k_{21} S_2 + k_{31} S_3) u_0 - k_{11} S_1 u_{11} - k_{21} S_2 u_{21} - k_{31} S_3 u_{31} + (k_{11} S_1^2 + k_{21} S_2^2 + k_{31} S_3^2 + K_R) \theta$$

$$= P H \cos \omega t$$

(土のつり合い)

第1列目

$$m_{i1}\ddot{u}_{i2} - k_{i2}u_0 + (k_{i1} + k_{i2} + f_{i-1} + f_{i1})u_{i1} - k_{i2}u_{i2} - f_{i-1}u_{i-1} - f_{i1}u_{i+1} - k_{i1}s_i\theta = 0 \quad (3)$$

但し $i = 1 \sim 3$, $f_{01} = 0$

第2列目

$$m_{ij}\ddot{u}_{ij} - f_{i-1j}u_{i-1j} - k_{ij}u_{ij-1} + (k_{ij} + k_{ij+1} + f_{i-1j} + f_{ij})u_{ij} - k_{ij+1}u_{ij+1} = 0 \quad (4)$$

但し $i = 1 \sim 3$, $j = 2 \sim 5$ $f_{0j} = 0$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{00} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ & I_0 & & & \\ 0 & m_{11} & & & \\ & & m_{21} & & \\ \vdots & & & m_{31} & \\ & & & & m_{12} \\ & & & & & \ddots \\ 0 & \dots & & & & & m_{35} \end{bmatrix} \quad \{X\} = \begin{bmatrix} u_0 \\ \theta \\ u_{11} \\ \vdots \\ u_{35} \end{bmatrix} \quad \{P\} = \begin{bmatrix} P \\ PH \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} + k_{21} & k_{11}s_1 + k_{21}s_2 & -k_{11} & -k_{21} & -k_{31} & 0 & \dots & 0 \\ +k_{31} & +k_{31}s_3 & & & & & & \\ k_{11}s_1^2 + k_{21}s_2^2 & & -k_{11}s_1 & -k_{21}s_2 & -k_{31}s_3 & 0 & & \\ +k_{31}s_3^2 + KR & & & & & & & \\ k_{11} + k_{12} & -f_{11} & 0 & -k_{12} & & & & \\ +f_{11} & & & & & & & \\ k_{21} + k_{22} & -f_{21} & 0 & -k_{ij} & & & & \\ +f_{11} + f_{21} & & & & & & & \\ k_{31} + k_{32} & -f_{02} & 0 & & & & & 0 \\ +f_{21} + f_{31} & & & & & & & \\ & & & & & & -f_{i-1j} & -k_{35} \\ & & & & & & k_{ij} + k_{ij+1} & 0 \\ & & & & & & +f_{i-1j} + f_{ij} & -f_{25} \\ & & & & & & & k_{35} + k_{36} \\ & & & & & & & +f_{23} + f_{33} \end{bmatrix}$$

SYM.

よって

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = \{P\} \quad (5)$$

これが減衰のないときの図-2の系の運動方程式である。

3. 運動方程式の解法

今 $\{P\} = \{0\}$ として自由振動を考える。

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = \{0\} \quad \therefore [K]^{-1}[M]\{X\} + \{\ddot{X}\} = \{0\}$$

$[K]^{-1}[M] = [A]$ として固有値, 固有ベクトルを求める。

固有値を小さい方から $\omega_1, \dots, \omega_n$, それに対応する固有ベクトルを Φ_1, \dots, Φ_n とする。ここで固有ベクトルは正規化されたものとする。次のマトリックスを導入する。

$$[W^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad [\Phi] = \begin{bmatrix} | & | & & | \\ \Phi_1 & \Phi_2 & \dots & \Phi_n \\ | & | & & | \end{bmatrix}$$

固有値の次の性質を利用する。

$$\left. \begin{aligned} [\Phi]'[M][\Phi] &= [I] \\ [\Phi]'[K][\Phi] &= [\omega^2] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで $\{X\} = [\Phi]\{\eta\}$ とおいて (5) に代入する。

$$[M][\Phi]\{\ddot{\eta}\} + [K][\Phi]\{\eta\} = \{P\}$$

前から $[\Phi]'$ をかけて整理すると

$$\{\ddot{\eta}\} + [\omega^2]\{\eta\} = \{F\} \quad (\text{但し } \{F\} = [\Phi]'\{P\}) \quad (7)$$

ここで減衰項を $2[A][\omega]\{\dot{\eta}\}$ の形で考慮すると

$$\{\ddot{\eta}\} + 2[A][\omega]\{\dot{\eta}\} + [\omega^2]\{\eta\} = \{F\} \quad (8)$$

したがって (8) 式はモード分解できて

$$\ddot{\eta}_i + 2h_i\omega_i\dot{\eta}_i + \omega_i^2\eta_i = F_i \cos \omega t \quad (i = 1 \sim n) \quad (9)$$

但し $h_i = h \times \omega_i/\omega_1$ として算出する。

(9) 式の解は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_i &= A_i \cos \omega t + B_i \sin \omega t \\ A_i &= \frac{\{1.0 - (\frac{\omega}{\omega_i})^2\} F_i}{\omega_i^2 \{1.0 - (\frac{\omega}{\omega_i})^2\}^2 + 4h_i^2 (\frac{\omega}{\omega_i})^2} \\ B_i &= \frac{2.0 h_i (\frac{\omega}{\omega_i}) F_i}{\omega_i^2 \{1.0 - (\frac{\omega}{\omega_i})^2\}^2 + 4h_i^2 (\frac{\omega}{\omega_i})^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$X_k = \left(\sum_{i=1}^n \Phi_{ki} A_i \right) \cos \omega t + \left(\sum_{i=1}^n \Phi_{ki} B_i \right) \sin \omega t \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} X_1(u_0) &= \left(\sum_{i=1}^n \Phi_{1i} A_i \right) \cos \omega t + \left(\sum_{i=1}^n \Phi_{1i} B_i \right) \sin \omega t \\ X_2(\theta) &= \left(\sum_{i=1}^n \Phi_{2i} A_i \right) \cos \omega t + \left(\sum_{i=1}^n \Phi_{2i} B_i \right) \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

井筒天端の変位 U は $U_T = U_0 + H_0 \theta$ によって求められる。したがってその最大値は

$$U_T = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \Phi_{1i} A_i + H_0 \sum_{i=1}^n \Phi_{2i} A_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \Phi_{1i} B_i + H_0 \sum_{i=1}^n \Phi_{2i} B_i \right)^2} \quad (13)$$

4. 計算数値の算出

4.1 地盤反力係数の算出

フレックスター試験より得られた土の変形係数から 道路橋下部構造設計指針解説の水平、鉛直地盤反力係数の算出方式によって計算した。

$$K_v = \frac{E_v}{0.88(1-\mu^2)B_v} \quad E_v = \alpha E_0 \frac{30}{B_v} \left(\frac{B_v + 30}{60} \right)^2$$

$$K_H = \frac{E_H}{0.88(1-\mu^2)B_H} \quad E_H = 0.43\alpha \sqrt{B_H} E_0$$

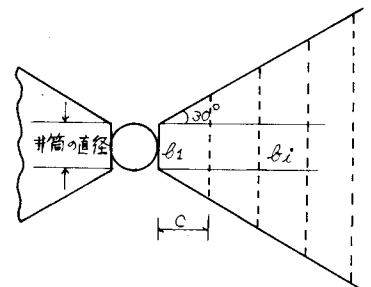


図-3

$B_v = \sqrt{A_v}$, $B_H = \sqrt{A_H}$, $A_v, A_H =$ 鉛直, 水平方向の載荷面積 (cm^2), $\alpha = 3$, $\mu = 0.3$ とする。

またせん断弾性係数は次の式により計算した。

$$G = \frac{E_0}{2(1+\mu)}$$

その結果を表-1に示す。

4.2 質量およびばね定数の算出

井筒の振動に關する土は図-3に示すよう 30° の角度で両側へ広がるものとする。したがって縦方向の区間の長さを A_i とすれば[M]の値[K]の値は(14)式により計算できる。

表-2

井筒 No.	A_i (m)			K_i (t/m ²)			G_i (t/m ²)			C (m)	ρ
	2.0	2.6	1.6	632.8	1680.0	10864.0	67.2	385.4	620.0		
No. 4	2.0	2.6	1.6	632.8	1680.0	10864.0	67.2	385.4	620.0	0.6	0.2
No. 6	1.9	2.3	0.5	632.8	1680.0	10864.0	67.2	385.4	620.0	0.7	0.2

$$\left. \begin{aligned} m_{ij} &= A_i \times (b_j + b_{j+1}) \times C \\ k_{ij} &= K_i \times A_i \times b_j \\ f_{ij} &= \frac{G_i \times (b_j + b_{j+1}) \times C}{(S_i - S_{i+1})} \end{aligned} \right\} (14)$$

$$K_R = I K_V$$

計算はNo.4, No.6 について行ない。K_i, G_iの値としては表-1の2.8倍の値を使用した。計算に使用した数値を表-2に示す

5. 計算結果と問題点

No.4, No.6 井筒の起振力10tの試験について、実験値と計算結果の比較を図-4に示す。この計算では固有値を6次まで求めて行った。この計算では3Hz付近の共振点においては両者とも振動数、振幅ともによく一致しているが、5~6Hz付近の共振点に於ては振動数、振幅とも多少ずれてくる。回転中心などの比較においてもこのモデルはかなりよく一致し、傾向的には井筒の振動をよくあらわしていると言えるが、問題点も多い。まず減衰定数を固有周期に比例して大きくしたこと、振動に關する土の広がりをも 30° としたこと、さらには土の横方向の分割長さCの値により振動性状がかなり変化してくることがあげられる。これらは今後の研究課題と言える。

(参考文献)

- 1) 田村浩一, 神谷良陳, 西村昭彦: 小型井筒の強制振動試験 (第11回地震工学研究発表会講演概要)

表-1

	E_0 (kg/cm ²)	K_H (kg/cm ²)	K_V (kg/cm ²)	G (kg/cm ²)
	フレスコナー試験の値	B=1m L=3m	B=1m	
第一層	3.35	0.113		12.9
第二層	8.9	0.300		34.2
第三層	57.6	1.940	3.21	221.5

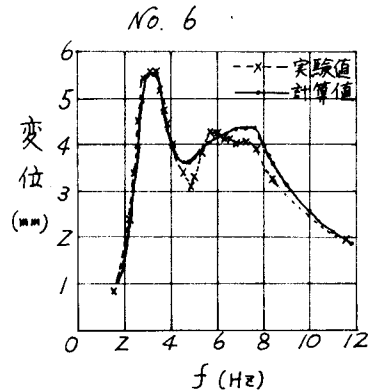
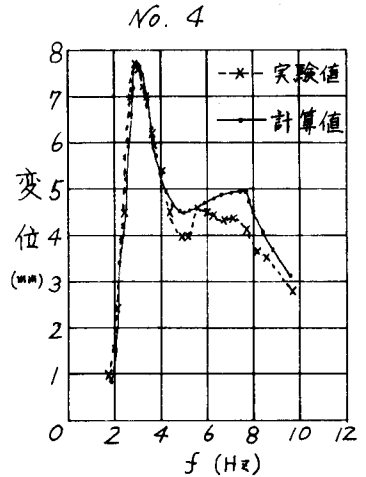


図-4