

鹿兒島大学農学部 正員 下 川 悦 郎

はじめに 粘土の力学的挙動が上限降伏値を境にして、それ以下ではクリープの飽和、以上ではクリープ破壊に至るといった質的に全く異なった性質を示すことはこれまで多くの研究者によって指摘されてきた土のレオロジー特性における一般的認識事項である。しかし、その内容をみると、研究の大半がクリープ破壊に至らない応力条件のもとで行なわれており、その条件のもとでは理論も定式化されているが、上限降伏値以上におけるクリープ特性については研究例も少なく、確立された理論もない。A. Singh, J. K. Mitchell がクリープ破壊応力領域まで含めた理論式を提案しているが、一二の問題点（たとえば、 $\alpha = \frac{d\dot{\epsilon}}{dD}$ ,  $m = \frac{d \log \dot{\epsilon}}{d \log t}$  を一定とおいたこと）を含んでいる。村山、柴田は速度理論を用いて、S. S. Vialov等は割れ目の発生から破壊時間が作用応力の一次関数として表わされることを理論的に導いているが、いづれも変形との関係には拡張されていない。

筆者はクリープ破壊現象は基本的には非線形現象であるという立場から研究を進めてきたが、今回はそれらの非線形現象をとくに変形の面から考察し、クリープ破壊について理論式を提案する。なおクリープ破壊の応力条件からの規定は柴田等によって確立されてきていることを付記しておく。

試料、試験方法 試料は福岡県八女郡地すべり地の粘土で、その物性は比重、2.746、液性限界38%、塑性限界、16%、粒度分布（レキ、12%、砂、38%、シルト、30.5%、粘土、19.5%）である。試料は空気乾燥した後、4.76mmフルイを通過した部分を液性限界近くの含水比で練り返し、供試体作成に供した。練り返した土は一定期間たくわえた後、大型圧密器で圧密させ、径5cm、高さ12.5cmに調整した供試体を実験に使用した。実験は三軸、非排水、軸差応力一定で行った。

実験結果、考察 図-1、図-2は時間をパラメーターに軸差応力とヒズミ速度（対数）の関係を、図-3は軸差応力と初期ヒズミ $\epsilon_0$ の関係を示す。これらの図はクリープ進行の初めから上限降伏値を境にして、その上下で、異なった性質を示している。図-2は上限降伏値以上の応力条件にお

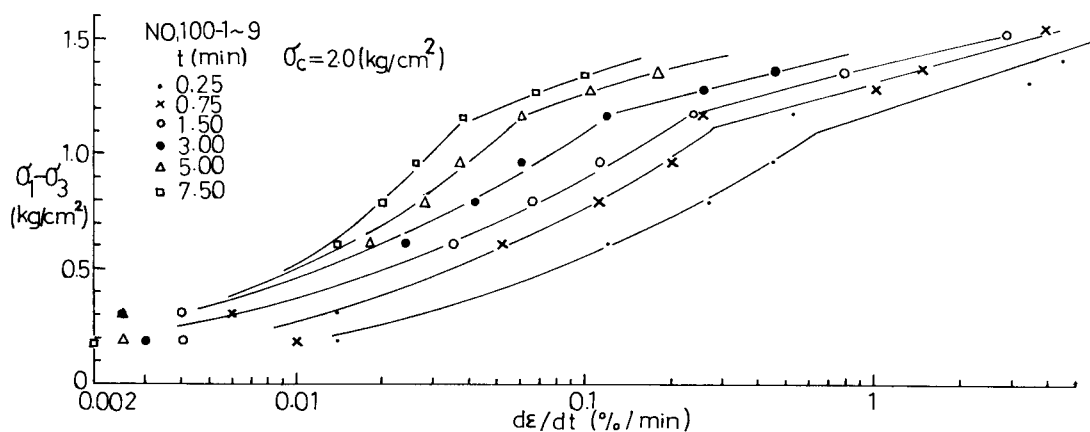


図-1 軸差応力 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ とヒズミ速度 $\frac{d\epsilon}{dt}$ の関係

る、いわゆる流動曲線であるが、その形は近似的に一定の区域で線形を示すが、応力の増加とともに次第に曲線となり、非線形現象を呈する。図-1においては大きい応力条件での実験が少ないのでその傾向は明確でないが、基本的には同様のことが言える。以上の二つの現象の他にヒズミ～時間、ヒ

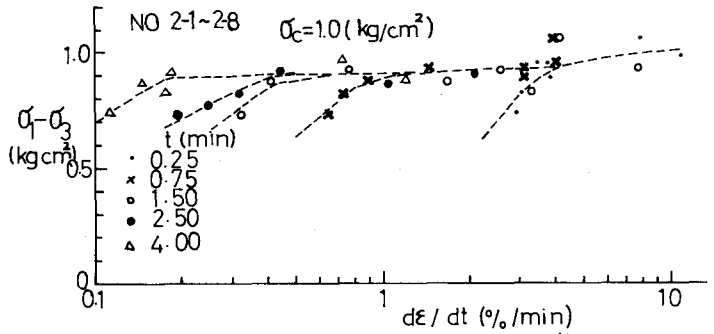


図-2 軸差応力 ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) とヒズミ速度  $\frac{d\epsilon}{dt}$  の関係

ズミ速度～時間、有効応力比～ヒズミ速度などの諸関係においても、下限降伏値を境にして異なった性質がみられ、それ以上では非線形現象を示す。

クリープ破壊試験結果をヒズミと時間の関係（両対数）にプロットしたのが図-4である。この図で注目すべき点は  $\log \epsilon \sim \log t$  曲線がクリープの後半において、折点を生じ、しかも、その折点のヒズミの値は時間の大小に関係なく、ほぼ一定値（2-4

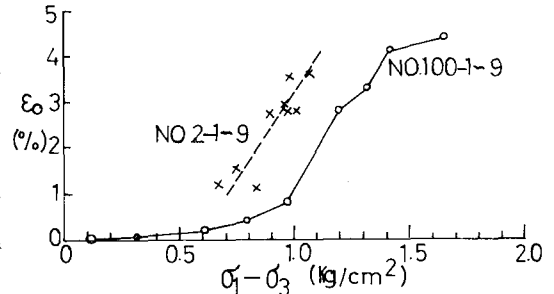


図-3 初期ヒズミ  $\epsilon_0$  と軸差応力 ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) の関係

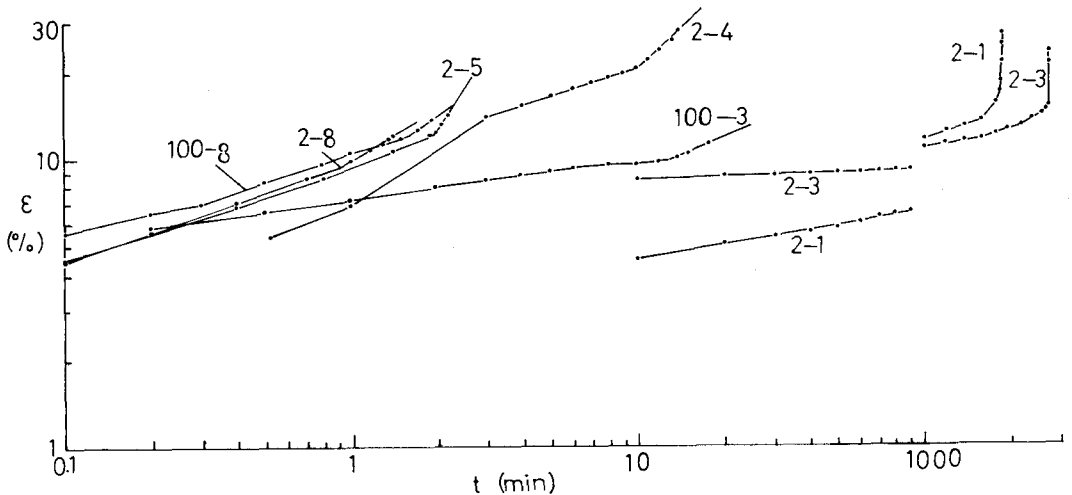


図-4 ヒズミ  $\epsilon$  と時間  $t$  の関係

は大きな値を示す)を示している。A. Singh, J. K. Mitchell<sup>2)</sup>は  $\dot{\epsilon}t \sim t$  の関係（両対数）において、折点の生じることを見だし、時間の大小にかかわらず、折点での  $\dot{\epsilon} \times t$  の値は一定であると報告している。以上のことを確かめるために、他の実験者の結果も含めて分析したのが表-1である。 $\frac{d\epsilon}{dt}$   $t$ ,  $\epsilon - t$ ,  $\log \frac{d\epsilon}{dt} \cdot t \sim \log t$ ,  $\log \epsilon \sim \log t$ ,  $\log \frac{d \log \epsilon}{d \log t} \sim \log t$  関係における折点での諸数値  $(\frac{d\epsilon}{dt})_b$ ,  $t_b$ ,  $\epsilon_a$  (加速クリープ開始点),  $t_a$ ,  $(\frac{d\epsilon}{dt})_b$ ,  $t_b$ ,  $\epsilon_b$ ,  $t_b$ ,  $(\frac{d \log \epsilon}{d \log t})_b$ ,  $t_b$  はそれぞれ別々にグラフを描き求めた。後三者の関係は時間の大小にかかわらず、少なくとも同一試験条件のもとでは  $(\frac{d\epsilon}{dt})_b$

$\epsilon_b, (\frac{d \log \epsilon}{d \log t})_b$  の値はほぼ一

表-1 折点における各値

定値を示している。同一応力条件ではそれらの値は同一時間で生じる。しかし、折点が生じるという明白な事実とは別として、各値の一定性の問題についてはそれらの値にある程度の差が認められ、また、資料も少ない現状では明確に結論づけることはできない。もっとも、破壊は確率過程であるので、その点から考慮するとこれらの値に差が生じるのは当然であるかもしれない。つぎに、 $\epsilon_a, t_a$  は普通目盛上にプロットしたヒズミ-時間関係から読みとった加速クリープ開始点のヒズミおよび時間を表わしているが、それは  $\log \epsilon \sim \log t$  関係から求め

| 試験番号                  | $\sigma, \sigma_s$ | 含水比  | 間歇比  | $\frac{d\epsilon}{dt} - t$ | $\epsilon - t$ | $\log \frac{d\epsilon}{dt} - \log t$ | $\log \epsilon - \log t$ | $\log \frac{d \log \epsilon}{d \log t} - \log t$ |       |              |       |                                        |       |
|-----------------------|--------------------|------|------|----------------------------|----------------|--------------------------------------|--------------------------|--------------------------------------------------|-------|--------------|-------|----------------------------------------|-------|
| 文献名                   | $\sigma$           |      |      | $(\frac{d\epsilon}{dt})_b$ | $t_b$          | $\epsilon_a$                         | $t_a$                    | $(\frac{d\epsilon}{dt})_b$                       | $t_b$ | $\epsilon_b$ | $t_b$ | $(\frac{d \log \epsilon}{d \log t})_b$ | $t_b$ |
|                       | kg/cm <sup>2</sup> | %    | %    | %/min                      | min            | %                                    | min                      | %                                                | min   | %            | min   | %                                      | min   |
| 2-1                   | 0.74               | 16.3 | 0.45 | 0.002                      | 1500           | 12.45                                | 40.0                     | 3.74                                             | 1530  | 12.8         | 1500  | 0.38                                   | 1430  |
| 2-3                   | 0.95               | "    | "    | 0.001                      | 1500           | 11.42                                | 1600                     | 2.45                                             | 1500  | 11.3         | 1600  | 0.21                                   | 1630  |
| 2-4                   | 0.97               | "    | "    | 0.64                       | 8              | 19.50                                | 9                        | 4.80                                             | 75    | 20.2         | 10    | 0.42                                   | 104   |
| 2-5                   | 1.06               | "    | "    | 2.88                       | 14             | 12.15                                | 2                        | 4.04                                             | 14    | 12.3         | 2     | 0.43                                   | 1.7   |
| 2-8                   | 0.94               | "    | "    | 4.32                       | 1              | 9.75                                 | 1                        | 4.32                                             | 1     | 9.3          | 0.9   | 0.39                                   | 0.9   |
| 100-3                 | 1.42               | 14.9 | 0.41 | 0.088                      | 86             | 9.55                                 | 10                       | 1.86                                             | 123   | 10.0         | 14    | 0.22                                   | 131   |
| 100-8                 | 1.65               | "    | "    | 2.931                      | 13             | 11.4                                 | 1.4                      | 4.02                                             | 14    | 11.8         | 16    | 0.37                                   | 14    |
| 村, 栗, 関 <sup>6)</sup> | 2.60               | 53.1 | 1.40 | 0.39                       | 95             | 9.0                                  | 13.1                     | 4.40                                             | 124   | 8.20         | 11    | 0.465                                  | 88    |
|                       | 2.40               | "    | "    | 0.16                       | 18             | 6.2                                  | 15                       | 2.40                                             | 155   | 6.15         | 15    | 0.386                                  | 125   |
|                       | "                  | "    | "    | 0.21                       | 17             | 6.6                                  | 15                       | 2.68                                             | 125   | 6.55         | 15    | 0.438                                  | 125   |
|                       | 2.37               | "    | "    | 0.056                      | 85             | 9.1                                  | 95                       | 3.90                                             | 79    | 9.20         | 98    | 0.485                                  | 86    |
|                       | 2.30               | "    | "    | 0.017                      | 175            | 8.6                                  | 200                      | 3.85                                             | 191   | 7.70         | 175   | 0.440                                  | 162   |
|                       | 2.49               | "    | "    | 0.097                      | 35             | 7.8                                  | 42                       | 3.40                                             | 35    | 7.95         | 46    | 0.453                                  | 42    |
|                       | 2.19               | "    | "    | 0.003                      | 750            | 8.3                                  | 900                      | 2.72                                             | 795   | 8.25         | 900   | 0.373                                  | 850   |
|                       | 1.99               | "    | "    | 0.0006                     | 4500           | 8.2                                  | 5000                     | 2.24                                             | 4450  | 7.95         | 4850  | 0.351                                  | 4500  |
| M. S. <sup>1)</sup>   | 0.80               | 65.0 | 1.74 | 0.5                        | 23             | 7.13                                 | 25                       | 1.13                                             | 23    | 7.18         | 25    | 0.155                                  | 23    |
|                       | 0.75               | "    | "    | 0.054                      | 275            | 8.25                                 | 25                       | 1.49                                             | 275   | 7.90         | 20    | 0.177                                  | 275   |
|                       | 0.68               | "    | "    | 0.038                      | 70             | 6.25                                 | 56                       | 2.38                                             | 68.5  | 6.50         | 73    | 0.387                                  | 70    |
|                       | 0.65               | "    | "    | 0.008                      | 207.5          | 6.41                                 | 210                      | 1.72                                             | 214   | 6.20         | 185   | 0.258                                  | 207.5 |
|                       | 0.58               | "    | "    | 0.002                      | 967.5          | 6.50                                 | 1500                     | 1.74                                             | 967.5 | 6.02         | 1350  | 0.225                                  | 967.5 |
| S. U. <sup>7)</sup>   | 0.53               | 83.3 | 2.23 | 0.01                       | 775            | 2.8                                  | 130                      | 2.00                                             | 133   | 1.91         | 71    | 0.362                                  | 77.5  |
|                       | 0.56               | "    | "    | 0.01                       | 113            | 3.0                                  | 125                      | 1.78                                             | 135   | 2.65         | 113   | 0.490                                  | 113   |
|                       | 0.53               | "    | "    | 0.02                       | 475            | 4.0                                  | 60                       | 2.25                                             | 68    | 3.70         | 50    | 0.430                                  | 55    |
|                       | 0.56               | "    | "    | 0.005                      | 65             | 3.9                                  | 90                       | 1.45                                             | 104   | 3.70         | 60    | 0.347                                  | 104   |

た折点のヒズミ値  $\epsilon_b$ , 時間値  $t_b$  (同一応力条件では他の関係の時間値) と一致している。なお,  $(\frac{d\epsilon}{dt})_b$  の値を両対数紙上にプロットすると試料, 試験条件にかかわらず、ほぼ 1 に等しいこう配をもった直線となる。以上の結果は従来不明確だった土のクリープ破壊についての変形による規定の問題に一定の示唆を与えるものである。

クリープ破壊についての理論式の提案 以上の考察からクリープ破壊においてはこれらの折点の存在は明白な事実であり、しかも、そのことは内部構造に不連続的変化が生じたことを物語るものである。S. S. Vialov 等は土のクリープ破壊を内部構造変化との関連でみるために、各クリープ進行段階における内部構造の検微鏡観察を試み、割れ目の発生、生長を指摘している。<sup>3)</sup>  $\log \epsilon \sim \log t$  関係 (図-4) において、曲線が折点まではほぼ直線 (または、ゆるやかな曲線) を示すのが、それ以上では急に増加していることを考える時、この指摘はその急激な変化をうまく説明してくれる。したがって、クリープ破壊における変形の進行は結合粒子が破壊して、それがいかに発展、生長していくかということと大いに関係する。

その観点からクリープ破壊の理論式を導びく。単位面積中における結合粒子数を  $N$  (初期値  $N_0$ ) とすると  $N$  はその破壊により、 $N_0$  から時間の経過とともに減少する。したがって、外力を一定に保っても、個々の結合粒子に加わる応力  $f_N$  は  $N$  の減少とともに増加し次式

$$f_N = \frac{f}{N} \quad (1)$$

で表示される法則に従う。ここに、 $f_N \cdot f$  は有効応力比で表わされる無次元応力とする。いま、任意の時間において、単位時間あたりの結合粒子の減少速度がその時の残りの結合粒子数、応力および結合粒子の破壊、生長の仕方に規定される因子  $\frac{d\alpha}{dt}$  に比例すると考えると、

$$-\frac{dN}{dt} = C_1 \times N \times \exp(\beta \frac{f}{N}) \frac{d\alpha}{dt} \quad (2)$$

が成立する。ここに、 $C_1$ 、 $\beta$  は定数である。一方、ヒズミ  $\epsilon$  は変形因子  $\alpha$  を減少した結合粒子数  $(N_0 - N)$  倍したものであると考える

$$\epsilon = C_2 \times \alpha \times (N_0 - N) \quad (3)$$

で表示する。ここに、 $C_2$  は定数である。(3)式を  $t$  に関し微分すると、

$$-\frac{dN}{dt} = \frac{1}{C_2 \alpha} \frac{d\epsilon}{dt} - \frac{N_0 - N}{\alpha} N \frac{d\alpha}{dt} \quad (4)$$

となる。(4)式を(3)式に代入すると、

$$\frac{d\epsilon}{dt} = C_2 (N_0 - N) \frac{d\alpha}{dt} + C_1 C_2 \alpha N \exp(\beta \frac{f}{N}) \frac{d\alpha}{dt} \quad (5)$$

を得る。(5)式はクリープ破壊における一般式であるが、この展開のかぎは変形因子  $\alpha$  をいかに定めるかという問題に帰着する。前章でヒズミの不連続的变化について述べ、それが内部構造の変化と深くかかわっていることを指摘した。したがって、変形因子  $\alpha$  もヒズミの不連続点と同一時間で不連続的を生じ、構造の変化と対比させて考えると、それは小さな割れ目から大きな割れ目に生長する点であると予想できる。そこで、その不連続点までの領域で、かりに  $\alpha$  が

$$\alpha = a e^{b \log t} \quad (6)$$

で表わされるとする。ここに、 $a$ 、 $b$  は定数である。(6)式を(2)式に代入し、 $N_0 (t=0)$  から  $N_{lim} (t = t_r, \text{不連続点を } t_r \text{ で表示})$  まで積分すると、

$$\log \frac{N_0}{\beta f} - \beta \frac{f}{N_0} = \log a c_1 + \log t_r \quad (7)$$

となり、村山、柴田が導いた式と同一となる。 $\log \frac{N_0}{\beta f}$  を無視して、(7)式を(5)式に代入すると、

$$\log \left\{ \frac{d\epsilon}{dt} - C_2 (N_0 - N) \frac{d\alpha}{dt} \right\} + \frac{N_0}{N} \log t_r = \log C_1 C_2 \alpha \frac{d\alpha}{dt} N - \frac{N_0}{N} \log a c_1 \quad (8)$$

を得る。また、(5)式の数をとると、

$$\log \left\{ \frac{d\epsilon}{dt} - C_2 (N_0 - N) \frac{d\alpha}{dt} \right\} = \log C_1 C_2 \alpha N \frac{d\alpha}{dt} + \beta \frac{f}{N} \quad (9)$$

を得る。(9)式によれば、 $N$  の減少につれて、 $\log \left\{ \frac{d\epsilon}{dt} - C_2 (N_0 - N) \frac{d\alpha}{dt} \right\}$  と  $f$  の関係は変化するが、実は図-1、図-2において、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  と  $\frac{d\epsilon}{dt}$  の関係が非線形を示すのはこの理由によるものであろう。今後、詳細に検討していくつもりである。

#### 参考、引用文献

- 1) たとえば、村山朝郎、柴田徹、粘土のレオロジー的特性について、土木学会論文集第40号、1956、 2) A. Singh, J. K. Mitchell, Creep Potential and Creep Rupture of Soils, Proc. 7th Int. Conf. S.M.F.E., vol. 1, 1969、 3) S. S. Vyalov, N. K. Pekarskaya, R. V. Maksimyak, Physrcal Essence of Processes of Deformation and Failure of Soils, S. M. F. E., No. 1, 1970, (Russian)、 4) 下川悦郎、土のレオロジー的特性とその崩壊現象との関連性について、新砂防、vol. 25, No. 1, 1972、 5) T. Shibata, D. Kurabe, Creep Rate and Creep Strength of Clays, Proc. 7th Int. Conf. S.M.F.E., vol. 1, 1969、 6) 村山朝郎、栗原則夫、関口秀雄、粘土のクリープ破壊について、京大防災研年報第13号B、1970、 7) M. Saito, H. Uezawa, Failure of Soil Due to Creep, Proc. 5th. Int. Conf. S.M.F.E., vol. 1, 1961、