

神戸大学工学部 正員 ○軽部大蔵

神戸大学大学院 学生員 玉井達郎

せん断試験中の応力～ひずみ関係は、多くの研究者によって式示されている。Roscoeらは、僅試体の力学的な仕事

$$dE = dW + dU \quad (\text{ただし、} dE \text{ は加えられた仕事、} dW \text{ は内部で失われた仕事、} dU \text{ は内部に蓄積される仕事}) \quad (1)$$

を満足しているとして、三軸圧縮状態にある正規圧密（あるいはそれに近い）粘土の応力～ひずみ関係を導いた²⁾。彼らの考え方の特徴の一つは、正四面体応力を規準としていることであるが、この当否については、圧縮試験だけからではわからない。

この報告は、筆者らから ①主ひずみ増分比を制御することにより、異方応力比の大きい圧密（あるいは排水せん断）をおこなった結果の検討、②グレイレイテンシー現象に対して後述の仮定をもうけた上で、③粒子間の摩擦現象をもととしたエネルギー式を導き、これに若干の検討を加えた結果を述べている。

I. 異方圧密試験の結果 試験方法についてはすでに報告した¹⁾が、大略つぎのようである。大阪港付近のちゅう積層から採取した乱さない粘土を 1.5 kg/cm^2 の等方圧力で予備圧密し、続いて応力を $\sigma_m = (\sigma_a + \sigma_r)/3 = 3 \text{ kg/cm}^2$ に上昇させて、このために発生する圧密圧縮ひずみ $\Delta \varepsilon_a$ （長軸方向）、 $\Delta \varepsilon_r$ （半径方向）の比をつねに一定に保つように応力を調節した。ひずみ比の値は図-1 に示されているように広範に選ばれている。異方圧密開始後1000分の主ひずみ差と、 45° 面上の (τ/σ) の関係は図-2 に示すようであり、

僅試体7、8、9、12はせん断状態にあることがわかる。

（なお、12が大きな $(\tau/\sigma)_{45}$ を示しているが、 $(\tau/\sigma)_{cd}$ で示すと9.7.8よりずっと小さい値となる。）

図-3は、Rowe にならって、500～1000分の間の平均ひずみ増分と主応力比の関係を求めたものである。（ dU は僅転ひずみ増分）。図中の直線 l_1 （想像である）と l_2 の間は、Roweの理論範囲を示しているが、実験値は全く一致していない。これはRoweの理論では一次元圧縮より等方寄りの変形は考えられないからであろう。

一方、Roscoe²⁾によれば、

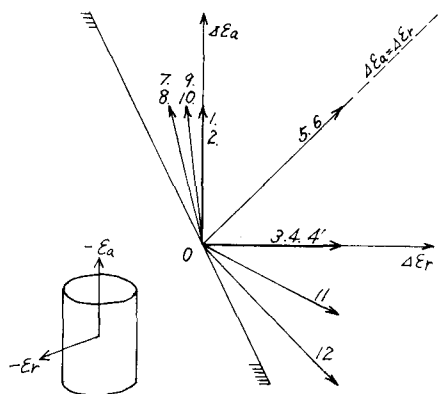


図-1 実験条件(数字は試験No.)

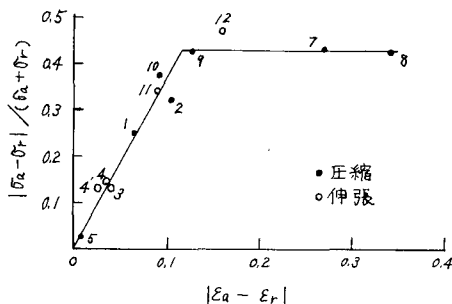
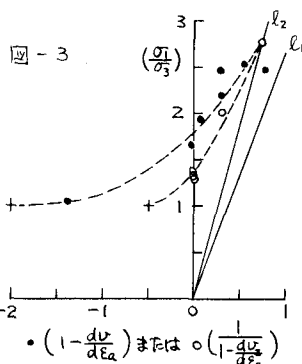


図-2 1000分後の状況

$$\frac{q}{p} = \frac{\kappa}{1+e} \frac{\delta p}{\delta \varepsilon} + M - \frac{\delta v}{\delta \varepsilon} \quad (2)$$

$$\text{ただし } q = (\sigma_1 - \sigma_3)$$

$$p = \sigma_m'$$



筆者らの試験では、一次圧密は100~200分で終了しているようであるので $\delta p = 0$ とおくと

$$\delta v = \delta \varepsilon_a + 2\delta \varepsilon_r$$

$$\delta \varepsilon = \frac{2}{3} (\delta \varepsilon_a - \delta \varepsilon_r)$$

$$\kappa = C_s$$

$$M = (q/p)_{\max}$$

$$\frac{q}{p} = M - \frac{\delta v}{\delta \varepsilon} \quad (2)'$$

(2)' 式は図-4 中の破線でお示されている。各試体の500~1000分の内の測定値の出現範囲は、図に示すように(2)' 式とかけはなれている。

δp を求めるために、 $\delta p = \delta v / m_v$ を考えると、同じま

比が大きく変化する範囲で

$$m_v = \lambda \cdot \frac{0.434}{p} \frac{1}{1+e} \quad (\text{ただし } \lambda = C_c) \quad \text{が成立するから、これを}$$

$$(2) \text{ 式に代入すると } \frac{q}{p} = M + \left(\frac{2.3\kappa}{\lambda} - 1 \right) \frac{\delta v}{\delta \varepsilon} \quad (3)$$

(3) 式に等方圧密試験から求めた $\lambda = 0.43$ 、 $\kappa = 0.12$ を入れると、図中の実線のようになり、 $p/q \geq 0.7$ の範囲で実験値と一致する。しかし、これ以下の p/q に対しては、しだいに実験値とかけはなれていく。

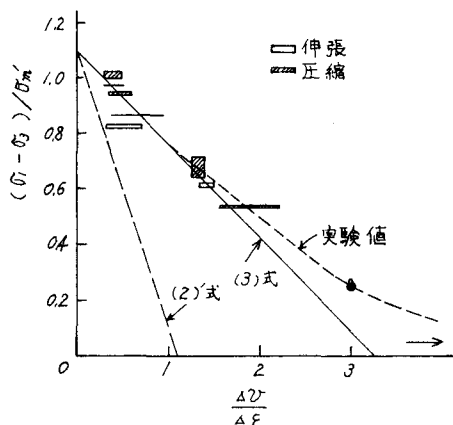


図-4

II タイレイトンシーに対する仮定

京都大学の松岡氏はMobilized面に着目して成果をあげておられるが、ここでは一応それと独立に、中肉主応力 σ_2 方向に平行で最大主応力面に対して α だけ傾いた土の要素を考える。この要素の、右図のようなせん断ひずみを γ_s 、厚さ方向の圧縮ひずみを ε_N であらわすと、次式が成立すると仮定する。

$$d\varepsilon_N = \frac{1}{E} \{ d\sigma_N - \nu (d\sigma_1 + d\sigma_3) \} + \left(\frac{df(r)}{dr} \right) \gamma_s dr \quad (4)$$

ここに、 $f(r)$ は、累加ひずみ r の関数であり、 ν はポアソン比、 E は弾性係数である。(4) 式を、主ひずみ増分と主応力方向が一致するという仮定のもとに、それぞれの主成分であらわすと

$$(1 + \cos 2\alpha) d\varepsilon_1 + (1 - \cos 2\alpha) d\varepsilon_3 = \frac{1}{E} \{ (1 - \nu) (d\sigma_1 + d\sigma_3) + (1 + \nu) \cos 2\alpha (d\sigma_1 - d\sigma_3) - 2\nu d\sigma_2 \} + 2 \left(\frac{df(r)}{dr} \right) \gamma_s dr \quad (5)$$

加得られる。また、 $d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3 = (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2) + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)$ より

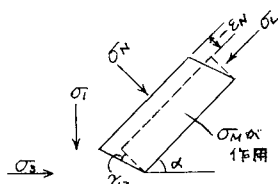
$$d\varepsilon_2 = \frac{1}{E} \{ d\sigma_2 - \nu (d\sigma_1 + d\sigma_3) \} + \left(\frac{df(r)}{dr} \right) \gamma_{12} dr + \left(\frac{df(r)}{dr} \right) \gamma_{23} dr - \left(\frac{df(r)}{dr} \right) \gamma_{13} dr \quad (6)$$

三軸圧縮状態を考えると、 $d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3$ であるから(6) 式より

$$d\varepsilon_3 = \frac{1}{E} \{ d\sigma_3 - \nu (d\sigma_1 + d\sigma_3) \} \quad (7)$$

(7) 式を(5) 式に代入すると、

$$d\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (d\sigma_1 - 2\nu d\sigma_3) + \frac{2}{1 + \cos 2\alpha} \left(\frac{df(r)}{dr} \right) \gamma_s dr \quad (8)$$



三軸伸張状態 ($d\varepsilon_1 = d\varepsilon_2 > d\varepsilon_3$) も同様にして

$$d\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \{ d\sigma_1 - \nu(d\sigma_1 + d\sigma_3) \} \quad (9)$$

$$d\varepsilon_3 = \frac{1}{E} (d\sigma_3 - 2\nu d\sigma_1) + \frac{2}{1-\cos 2\alpha} \left(\frac{d\zeta(r)}{dr} \right)_{r_3} dr \quad (10)$$

(7) (9) 式によれば半径方向のひずみ ε_r はグライランシーの影響を受けないことになる。

図-5は、飽和した豊浦標準砂の排水三軸試験中の応力経路を示している³⁾。この試験結果から、(7) (9) 式を用いて、同じ初期条件の供試体の E および ν を求めるには、図-6に示すように、適当に ν を仮定して、圧縮試験と伸張試験が (7) (9) 式を満足するようにしてやればよい。図-6によれば $\nu = 0.24$ とは、図のプロットを滑らかに結ぶ曲線のこう配を100倍したものととしてよいであろう。ただし、伸張試験の場合、応力～ひずみ曲線のピークが早くあらわれすぎているようである。

Ⅲ エネルギー式 (三軸圧縮の場合)

(1) 式の各項をつぎのように与える

$$\left. \begin{aligned} dE &= \sigma_1 d\varepsilon_1 + 2\sigma_3 d\varepsilon_3 \\ dU &= \sigma_1 d(\varepsilon_1)_s + 2\sigma_3 d(\varepsilon_3)_s \\ dW &= \left\{ \mu(\sigma_1 + \sigma_3) + 2C \right\} \frac{d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3}{2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

(11) 式中の $d\varepsilon_1, d\varepsilon_3$ に (7) (8) 式を用いる。また $(\varepsilon_1)_s$ 等は応力減少による回復ひずみであり、グライランシーは逆もとりしないと考えて

$$d(\varepsilon_1)_s = \frac{1}{E_s} (d\sigma_1 - 2\nu d\sigma_3) - \frac{2}{1+\cos 2\alpha} \left(\frac{d\zeta(r)}{dr} \right)_{r_3} dr \quad (12)$$

μ は粒子間摩擦係数であり、 C は粘着力 (時間効果を考えるときは $C = \eta \frac{d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3}{dx}$ とおく、また定数とあるときは $C = \mu'\sigma_3$ とおく) である。(11) 式を (1) 式に代入して、 $\left(\frac{d\zeta(r)}{dr} \right)$ について解き、それを (8) 式に代入すると、次式を得る。

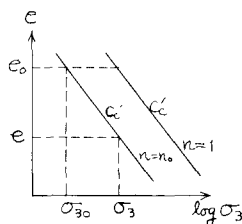
$$\begin{aligned} E d\varepsilon_1 &= d\sigma_1 - 2\nu d\sigma_3 \\ &+ \frac{(1+\nu) \left\{ \frac{\mu}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) + C \right\} (d\sigma_1 - d\sigma_3) - \left(1 - \frac{E}{E_s} \right) \left[(\sigma_1 - 2\nu\sigma_3) d\sigma_1 + \{ \sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3) \} 2d\sigma_3 \right]}{\left(1 + \frac{E}{E_s} \right) \sigma_1 - \frac{\mu}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) - C} \\ &= d\sigma_1 - 2\nu d\sigma_3 + D \end{aligned} \quad (13)$$

(7) 式と (13) 式は土の応力～ひずみ式となるが、実際に計算をおこなうには、 E および E_s (回復時の弾性係数) を知る必要がある。 E_s は、せん断試験中にあまり変化しないから、百分圧密曲線の膨潤指数 C_s と関係づけられるであろう。一方、 E は、土が正規圧密粘土の場合は、つぎのように圧縮指数を用いて求められる。すなわち、 $n = \sigma_1 / \sigma_3$ とすると、 n が一定の $e \sim \log \sigma_3$ 曲線はすべて平行となるのでその傾きを C_c' であらわすと

$$e_0 - e = C_c' \{ \log \sigma_3 - \log \sigma_{30} \}$$

ただし $\sigma_{30} = g(n)$ である。

$$\therefore \frac{de}{d\sigma_3} = -C_c' \frac{0.434}{\sigma_3} + \frac{dg(n)}{dn} \frac{dn}{d\sigma_3}$$



$$n = \text{const} \text{ とすれば右辺第2項は0となり、} \frac{d\nu}{d\sigma_3} = C_c' \frac{0.434}{\sigma_3} \frac{1}{1+e} \quad (14)$$

$$\text{また (7) (13) 式より } E d\nu = E (d\varepsilon_1 + 2d\varepsilon_3) = E (1-2\nu) (d\sigma_1 + 2d\sigma_3) + D \quad (15)$$

両式から $d\nu$ を消去し、さらに $\sigma_1/\sigma_3 = n$ 、 $E/E_s = k$ とおくと

$$\frac{0.434 C_c' E_s}{(1+e) \sigma_3} = (1-2\nu)(n+2) + \frac{(1+\nu) \left\{ \frac{\mu}{2}(n+1) + k' \right\} (n-1) - (1-k) \{ n(n-2\nu) - 2\nu(n+1) + 2 \}}{(1+k)n - \frac{\mu}{2}(n+1) - k'}$$

k について解くと

$$k = \frac{(1+e) \sigma_3}{0.434 C_c' E_s} \cdot \left\{ (1-\nu)n + (1-4\nu) + \frac{1-\nu}{n} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\mu}{2} - 1 \right) n + \frac{\mu}{2} + k' \right\} \\ \pm \left[\left\{ \frac{(1+e) \sigma_3}{0.434 C_c' E_s} \right\}^2 \left\{ (1-\nu)n + (1-4\nu) + \frac{1-\nu}{n} \right\}^2 + \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{\mu}{2} - 1 \right) n + \frac{\mu}{2} + k' \right\}^2 \right. \\ \left. - \frac{(1+e) \sigma_3}{0.434 C_c' E_s} \left\{ (1-\nu)(1 - \frac{\mu}{2})n^2 + (1-2\nu)n - (1-\nu)(k' + \mu)n + (1-\nu)(\frac{\mu}{2} - k') - (1+\nu) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2(1-\nu)(\mu/2 + k' + 1)}{n} \right\} \right]^{1/2} \quad (16)$$

(16) 式中の E_s は σ_3 の関数であると思われるがその形は考察していない。

計算例 $\nu = 0.36$ 、 $(1+e)\sigma_3/E_s = C_s = 0.12$ (これらは I で述べた試料の値)、また $\mu = 0.5$

$k' = 0.1$ と仮定して、(16) 式の k を求めると右図のようである。図示されている以外の部分については、解は複素数となった。

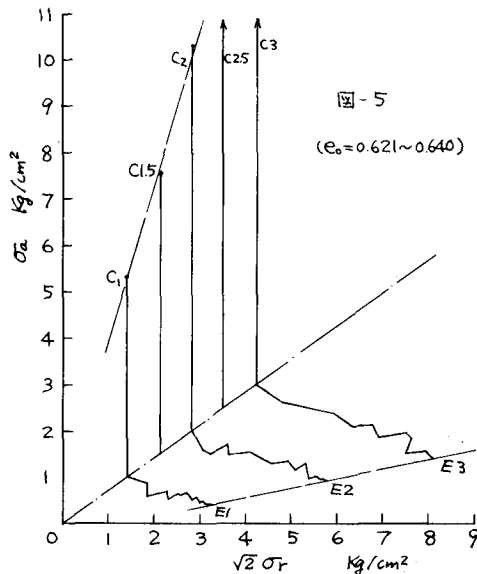
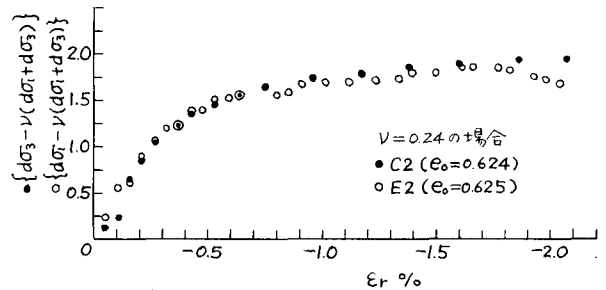
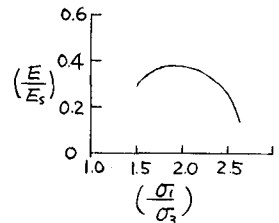


図-5
($e_0 = 0.621 \sim 0.640$)



参考文献

- 1) 軽部・玉井 異方圧空中のタイレイタンシーについて、オウ国土工学研究発表会議講演集 D-5, 47年
- 2) たとえば、Roscoe 他、Yielding of Clays in State Wetter than Critical, Geotech., 1963
- 3) 中村博信、神戸大学工学部卒業研究 (未発表)