

東北大学 大学院 諸 戸 靖 史

1. はじめに

地盤の応力と変形の問題をとりあつかう場合、材料を等方性とするば変形定数として、ヤング率 E セン断に討する剛性率 G 、ポアソン比 ν 、体積変形に対する剛性率（体積圧縮率の逆数） K などのうち2つの定数を必要とする。砂のような各粒子がバラバラに集っているものではスレ変形のさいにも体積が大きくなったり小さくなったりするのであるから、この粒状体に特有なダイレイタンスー効果が変形係数に与える影響を調べる必要がある。筆者はかねがね砂地盤の変形係数は上記の変形係数はダイレイタンスー効果 β により修正されなければならないと考えてきた。¹⁾ そして、まづ砂の弾性的な変形特性を静的排水試験（三軸、 $\sigma_2 = \sigma_3$ ）で調べ、その応力依存性、応力経路依存性、および β を吟味した。また砂のような変形は応力・ヒズミ増分関係式で示すことが有効であることを知った。²⁾ 次に処女載荷時における圧縮変形を静的排水試験（三軸、 $\sigma_2 = \sigma_3$ ）で調べ、変形を平均主応力 p と主応力差 q によるものにわけて数式表示した。また応力比 q/p がある一定の値 k_c になるとほぼ間ケキ比や応力経路にかかわらず限界間ケキ比になるとできることを知った。²⁾ ここではさらに平均主応力一定試験による実験結果を加え、砂の排水時における三軸変形を処女載荷時、過圧密領域（繰返し載荷時）について応力・ヒズミ増分関係式で示すことを試みた。その場合砂の剛性率 G がどのように表わされるかについても調べた。初期の剛性率が降伏点のヒズミや応力比に与えるえいさうについても述べた。また、砂地盤の不安定性を示す指標 $I = K_0 - K_c$ を導いた。

2. 平均主応力 p と主応力差 q による変形

三軸砂供試体に応力 $\sigma_1, \sigma_2 (= \sigma_3)$ が作用する。このうち平均主応力 $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_2)$ が静水圧的に砂供試体を圧縮し、 $q = (\sigma_1 - p) - (\sigma_2 - p)$ が供試体にスレ変形を与えると考えるとわかりやすい。 p による変形は各粒子間の重心の位置がたかひに近づく、より砂体が安定な状態になろうとするもので比較的供試体内部での粒子の回転やスベリは少ないと考えられる。一方、 q による変形は砂粒子の回転やスベリが活発になり砂体が不安定になる変形であると解釈される。

2.1 平均主応力による変形 ε : p が ε に与える影響は 1) 変形を増加させることと 2) 拘束圧が高くなる程砂粒子の移動性が小さくなり共に粒子間の接触点を増加させることの相反する2点である。ここで ε の増分 $d\varepsilon$ は dp に比例し、 p^n に反比例するとすると次のように書ける。

$$d\varepsilon = \frac{a}{pn} dp, \quad a: \text{定数で砂粒子の性状とその集り方によって定まる。}$$

ここで、 $n=1$ の場合は Terzaghi, 最上の式が念頭に浮かぶ。 $n = \frac{1}{3}$ とすると Hertz の接触理論から導かれる式に相当する。 n は間ケキ比の大きいものほど 1 に近づくことは知られている。筆者は処女載荷時において $n = \frac{1}{2}$ で ε が整理できることを示した。このことは Chaplin も述べている。また繰返し載荷においては $n = \frac{1}{3}$ がよく合うことが示されている。したがって処女載荷時において $n = \frac{1}{2}$ 、過圧密領域では $n = \frac{1}{3}$ とする。

2.2 主応力差による変形 γ, ν : まづ軸方向ヒズミ ε_1 あるいはせん断変形 $\gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$ を念頭におく、砂供試体を不安定変形に導く直接の要因は γ である。自然の砂は複雑な粒度構成や形状をもち、またその集まり方も不均質である。したがって応力が小さい場合でもその一部は降伏しているものと考えよう。降伏条件は γ よりも γ/p に關係しているから(モールクーロンを考慮している)、この降伏による剛さの低下を $G = G_0 (1 - k \frac{\gamma}{p})^2$ と書く G はせん断に対する剛性率、 G_0 は $k=0$ に対する G の値と入は定数である。砂の場合 $k = k_m$ (k の最大値) に達すると G がゼロとなる。したがって $\gamma = \frac{1}{k_m}$ となる。上式を書きかえると $G = G_0 (1 - k/k_m)^2$ となる。変形の途中のある時点におけるヒズミ γ の増分は $d\gamma$ に比例し、その時点における G に反比例するとする。この場合

$$d\gamma = \frac{d\gamma}{G_0 (1 - k/k_m)^2}, \quad G_0 \text{ は砂粒子の性質, その集り方, 応力により定まる} \quad (2)$$

今、 $k=2$ とおき (2) 式を γ に関して積分し、積分定数をゼロとおくと

$$\gamma = \frac{k}{G_0 (1 - k/k_m)} = \frac{k}{\frac{G_0}{p} (1 - k/k_m)} \quad (3)$$

(3) 式を書きかえると

$$\frac{1}{k} = \frac{\frac{1}{G_0} + \frac{\gamma}{k_m p}}{\gamma} \quad \text{あるいは} \quad \frac{1}{p} = \frac{\frac{1}{G_0} + \frac{\gamma}{k_m}}{\gamma} \quad (4)$$

となり、(4) 式は Kondner が平均主応力一定試験において砂の変形を処理した双曲線表示式と同一のものとなる²⁾。したがって Kondner の双曲線表示式は変形に対する剛さが k に対して減少するような変形性状を示すものであることがわかる。

ここで (3) 式で表わされる曲線において最小曲率半径を有する点を計算する。曲率半径を r とすると

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2\gamma/dk^2}{\{1 + (\gamma/dk)^2\}^{3/2}} \quad \text{つまり} \quad \frac{d}{dk} \left(\frac{1}{r} \right) = 0 \quad \text{に対応する } k_y \text{ の値を求めると}$$

$$k_y = k_m \left(1 - \left(\frac{p}{G_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (5)$$

(5) 式を (3) 式に代入すると、 k_y に対応する γ を γ_y と書き、

$$\gamma_y = \left[\left(\frac{p}{G_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \left(\frac{p}{G_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right] k_m = \left(\frac{p}{G_0} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot k_m \quad (6)$$

これは初期の剛性率 G_0 は土の受ける拘束圧と関連して論ぜられる。砂においてはほぼ $p^{\frac{1}{2}}$ に比例することがわかっている。したがって同一のせん断抵抗角を有する砂であれば地中の深い所の方が大きいヒズミで降伏することが推察される。このことは地表面に近い所の解析は剛塑性体、地中の深い所の解析は弾塑性体として砂をとりあつかうことの妥当性を示唆するものであろう。この事情は平均主応力一定試験から得られた $\gamma \sim \varepsilon_1$ 曲線を $\gamma/p \sim \varepsilon_1$ に基準化して書き換えてみると、 γ/p を縦軸、 ε_1 を横軸にした場合、 γ が大きいものほど曲線下方に位置することから判断される。また最少曲率半径をもつ点の応力比 k_y は地中に深く位置する砂ほど小さい値をとることが式(5) からわかる。このように初期の剛性率が応力依存性を受けると、たとえ同一材料でも降伏時におけるヒズミ、応力比の値が拘束圧により変わってくることが示される。

3. 実験

双曲線表示式がどのような応力経路に対して妥当なものかを知るために、図-1 に示す応力経路をもつ排水三軸試験を行なった。また、セ-断時における体積変化特性のうち特に圧縮側の部分を知らるために平均主応力一定試験を行なった。

供試体は径5cm、高さ6cmである。砂は石取川産のもので、均等係数 $C_u \approx 2.0$ 、 $D_{50} \approx 0.50$ であった。間ゲキ比はできるだけ高くして $e_0 = 0.95 \pm 0.02$ に調整した。供試体の両端部はうすいゴム膜を介してシリコングリースをぬったピストン端面とデスク上面に接触しており、端面摩擦を軽減させている。結果を図-1、と図-2に

示す。図-1 から双曲線表示式はどのような直線的な応力経路についても適用することができる。ただし初期の部分では下方に頭がたれ直線部よりづれる。このことはセ-断時における密度の増大現象と関連があるように思われ、当然の現象であろう。

図-2 にセ-断時における体積圧縮性を示している。砂がゆるく供試体作成時の条件を一致せにくいが、ほぼ $v \sim e/p$ 関係は p にかかわらず帯状の領域に集まっている。

したがって $k \leq k_L$ において $v \div \beta \left(\frac{e}{p} \right) \dots (7)$

と表わす。ここで k_L は限界間ゲキ比状態に対応する応力比であり同一の砂についてはほぼ一定値をとる。

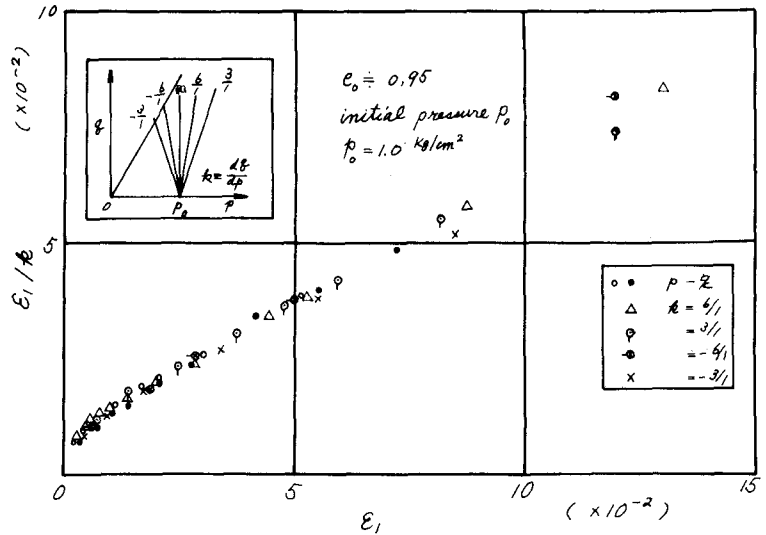


図-1. 各応力経路における双曲線表示法

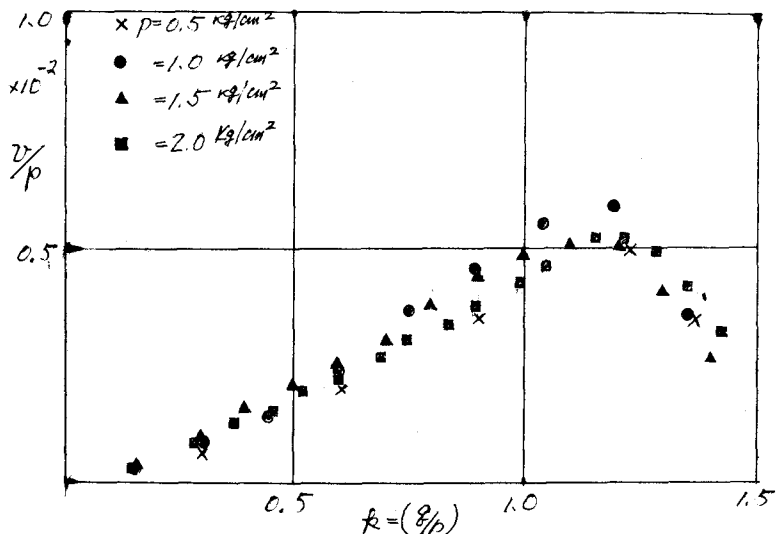


図-2 平均主応力一定試験における体積ヒズミ

自然地盤は K_0 -状態にあり、その場合の応力比 e_0 とする。いま、自然地盤があるセメント変形を受けの場合の最大圧縮量 Δv_{max} は $\Delta v_{max} = \beta (e_c - e_0)$ となる。 $I = e_c - e_0$ とおく
 2次元的に書くと $I = K_c - K_0$ ($K = \sigma_3/\sigma_1$) となる。この I が大きい値をとるほど自然地盤は不安定であるといえる。したがって I を地盤の不安定指数と呼ぶことができる。また $K_0 = 1 - \sin \phi'$ とできるからほぼ $I = \frac{2}{3} - \sin \phi'$ ($K_c \div 1/3$) と書ける。この I は液状化などの砂層の不安定現象に対する応用ができる。⁴⁾

4. 応力・ヒズミ増分関係式

今までに実験的に得られたデータをもとに下表に応力・ヒズミ増分関係式と剛性率をまとめた。

区分	区分	増分関係式	剛性率 $G^* = \frac{d\sigma/2}{d\epsilon}$
砂	$e_c < e_0$	$de_1 = \frac{a}{p^2} dp + \frac{b_0 d\epsilon}{p^2 (1 - \frac{e}{e_m})^2}$ $dv = \frac{na_0}{p^2} dp + \frac{\beta d\epsilon}{p}$ $(n \div 3)$	$G^* = \frac{p^{\frac{1}{2}}}{b_0 (3 + \beta^*)}$
	$e_c < e < e_m$	$de_1 = \frac{b_0 d\epsilon}{p (1 - \frac{e}{e_m})^2}$ $dv = \frac{\beta b_0 d\epsilon}{p (1 - \frac{e}{e_m})^2}$ $(\text{変形は } \beta p = \text{一定で定まるものとした})$	$G^* = \frac{p (1 - \frac{e}{e_m})^2}{b_0 (3 + \beta)}$
過圧密	$e < e_m$	$de_1 = \frac{a}{p^{\frac{1}{3}}} dp + \frac{b_0 d\epsilon}{p^{\frac{1}{2}}}$ $dv = \frac{\beta a}{p^{\frac{1}{3}}} + \frac{\beta b_0 d\epsilon}{p}$	$G^* = \frac{p^{\frac{1}{2}}}{b_0 (3 + \beta)}$

5. ふわりにあたって、筆者に研究の機会を与え、いつも御援助願、ている本学教授河上彦義先生に心から感謝の意を表する。

6. 参考文献

- 1) "砂の弾性的変形特性" 諸戸 工機工学会論文報告集 (1972) 9月号
- 2) "砂の圧縮過程における変形" 諸戸 第7回工機工学研究発表会(1972)、広島
- 3) "砂の弾性的変形" 諸戸 材料研究連合講演会 (1972)、8月、大分
- 4) "A Method to Evaluate Instability of Sand Deposits" K. Horoto, M. Sato, I. C. S. H. F. E. Special Session にレポート提出中