II-253　多孔性媒質中の流れ軸方向の分散現象に対する拡散式の適用について

京都大学原子炉実験所　桂山幸典　○ 正員　福井正美

§−1　研究の目的および方法

イオン交換クロマトグラフィーやろ過などの単位操作だけでなく，自然環境のもとでも地下水中における汚染物質の流入，移行過程などには，イオンや分子の分散現象がみられる。このような現象を定量的に把握するために，従来，毛管モデルや統計モデルが用いられてきたが，最終的に分散現象を表現する数式はFickの第2法則である拡散式と同一形の基礎式で表わされている。したがって，本研究では間隙内平均流速，充填材，充填粒子径，カラム長などの物理量を変えた場合についての分散係数値を求め，その結果，分散係数値により分散現象が表わせるか，すなわち，分散現象を拡散式で定量的に表現できるかどうかを検討し，さらに解析解の得られない非一定濃度流入源に対する流出曲線を差分解により求め，その妥当性を検討した。

P. V. Danckwertsは，二種の異なる色素境界面が流速Vで，ある区間Lを移動する場合，微少な色素流塊がランダム運動理論に従がうとして，拡散の基礎式と同形の(1)式により分散係数$\mathcal{D}$を定義した。また，L. Lapidusは，低流速域では分子拡散が卓越するとして，微少な媒質内におけるトレーサー物質の保存式から得られる(2)式を分散現象に適用した。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \mathcal{D}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1) \qquad \frac{\partial C}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - V\frac{\partial C}{\partial x} \quad (2)$$

$Pe = V\cdot L/4\mathcal{D}$，または$V\cdot L/4\cdot D$，$\tau = V\cdot t/L$とした無次元数を用いれば，一定濃度$C_0$が流入する場合についての(1)，(2)式の解は(3)，(4)式で表わされる。

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2}\left\{1 - \mathrm{erf}\left(\frac{1-\tau}{\sqrt{\tau/Pe}}\right)\right\} \quad (3)$$

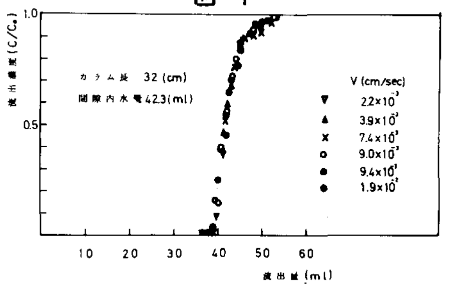
$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2}\left\{1 - \mathrm{erf}\left(\frac{1-\tau}{\sqrt{\tau/Pe}}\right)\right\} + \frac{1}{2}\left\{1 - \mathrm{erf}\left(\frac{1+\tau}{\sqrt{\tau/Pe}}\right)\right\}\exp(4\cdot Pe) \quad (4)$$

分散係数$\mathcal{D}$および拡散係数Dは，それぞれ(3)，(4)式から，実験的に求められた流出曲線との偏差が最小になるようにして求められるPe数から決定される。

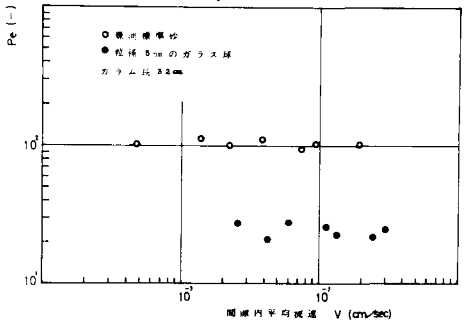
§−2　実験結果および考察

豊浦標準砂を用いて得た流出曲線を図−1に示すが，これによれば流速が変化しても，流出曲線にはその影響

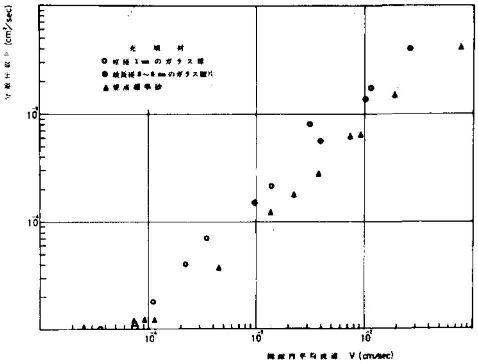
図−1



図−2



図−3



がみられず，分散の程度は変わらない。それは，充填材粒径が0.5cm以下で，流速が0.1cm/sec以下ならば，常温付近での水の流れはRe数が10以下で，層流状態にあるためと思われる。この場合，(3)，(4)式から得られる𝒟とD値を表−1に示すが，同一流速の場合にはそれほど差がない。すなわち，Dは本来の分子拡散のみを表わすものではなく，微少な流魂の速度差による分散現象をも含んだものと考えられる。また，種々の流速に対するD値は，実験により得られたPe数が図−2にみられるように，ほぼ一定な値をとるために，同一の流下距離に対しては，$D=(L/4\cdot Pe)\cdot V$ の関係から，図−3にみられるように，ほぼ正比例の関係になる。しかしながら10^{-4} cm/sec以下では，Dは1～1.2×10^{-5} cm/sec と，分子拡散係数値にほぼ等しくなり，分子拡散の卓越する流速域が10^{-4} cm/sec 以下であることが明らかになった。以上に述べたことから，種々の充填材についてD値を比較する場合は，同一の流速で行なわなければならない。図−4は5種類のガラス球を充填材とし，$1.0\pm0.1\times10^{-2}$ cm/sec の平均流速でDを求めたものである。これによれば，充填材粒径の平方根にほぼ比例して増加しているようである。また，この場合のD/V値は表−2のように，粒径が大きくなるにつれて大きくなり，形状や空隙率をも含めた充填材特有の値をとる。したがってこれは，分散の一つの成因とみなされる微視的な流魂が流れる行程あるいはその屈曲度に相当するような量を表わしているとも考えられる。さらに，同一流速で，流下距離を変えても表−3にみられるように同一充填材ではDはほぼ一定になり，このことからもD/Vが充填材に個有の値であることがわかる。以上のことから，Dそのものは Vに従属し，実際の分散量を定量的に表わし得ない，すなわち，拡散式により分散現象を表わすことは本質的な方法ではないが，充填材に個有な値D/Vが実験的に求められれば，それを含むPe数により拡散式から分散量を定量的に論ずることが可能である。このことから，解析的に求めることが困難である非一定濃度流入源の流出曲線についてもPe数を与えることによりその応答予測が可能である。図−5は正弦波流入源の場合の差分解であるが，その他の流入源について，差分解との適合性を検討した結果は講演時に述べる。

表−1　種々の流速に対する拡散係数と分散係数の比較

流速 (cm/sec)	2.3×10^{-3}	3.9×10^{-3}	7.4×10^{-3}	9.4×10^{-3}	1.9×10^{-2}	7.7×10^{-2}
拡散係数D (cm^2/sec)	1.9×10^{-4}	2.7×10^{-4}	6.0×10^{-4}	7.1×10^{-4}	1.4×10^{-3}	3.9×10^{-3}
分散係数𝒟 (cm^2/sec)	1.8×10^{-4}	2.8×10^{-4}	6.4×10^{-4}	7.4×10^{-4}	1.5×10^{-3}	4.1×10^{-3}

カラム長　L＝32(cm)

表−2　充填粒子径とD/Vの関係

ガラス球 粒径 (mm)	0.1	0.6	1.0	3.0	5.0
D/V (cm)	3.6×10^{-2}	8.8×10^{-2}	1.5×10^{-1}	1.8×10^{-1}	3.3×10^{-1}

ガラス破片（平均径 2.2 mm）　1.6×10^{-1}

豊浦標準砂　7.4×10^{-2}

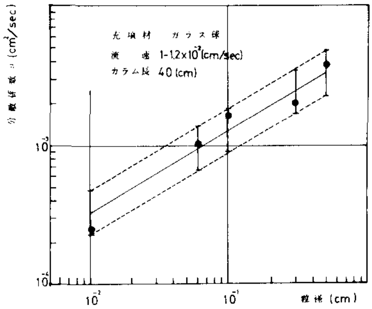
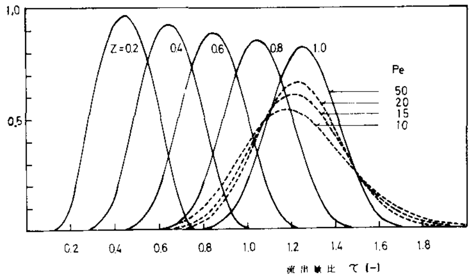
カラム長　L＝20 (cm)

表−3　同一流速に対する分散係数値

充填材	豊浦標準砂		1mm径ガラス球		5mm径ガラス球		
流下距離 (cm)	20	32	20	40	15	32	48
分散係数 (cm^2/sec)	8.2×10^{-4}	7.6×10^{-4}	1.5×10^{-3}	1.1×10^{-3}	3.0×10^{-3}	4.1×10^{-3}	4.0×10^{-3}

間隙内平均流速　V＝1.0×10^{-2} (cm/sec)

図−4



図−5