

また図-4の流れは、A点と対称なA'点に流入点を仮想した帯状領域に流入点がある場合のポテンシャル流と同じであるから、複素ポテンシャルの式は、 $\sinh^{-1}n = a$ とおくと

$$W = (Q'/2\pi) \cdot \ln \{ \sin(\xi + ia) \cdot \sin(\xi - ia) \} + \mu' \quad \text{--- (8)} \quad \text{であらわされ、} \xi = \xi + i\eta,$$

$\mu' = \mu_1 + i\mu_2$ とおいて(実数部と虚数部にわけると、E点では $\Phi = RHE$ である)とから

$\mu_1 = RHE - (Q'/4\pi) \cdot \ln n^4$ であられ、 ξ 軸上では $\psi = Q'/2$ である)とから $\mu_2 = Q'/2$ とする。これを代入して整理すると、次のようになる。

$$\Phi = Q'/4\pi \cdot \ln \{ \{ \sin^2 \xi + \sinh^2(\eta + a) \} \{ \sin^2 \xi + \sinh^2(\eta - a) \} / n^4 \} + RHE \quad \text{--- (9)}$$

$$\psi = Q'/2\pi \cdot [\tan^{-1} \{ \cot \xi \cdot \tanh(\eta + a) \} + \tan^{-1} \{ \cot \xi \cdot \tanh(\eta - a) \} + \pi] \quad \text{--- (10)}$$

したがって式-6, 7, 9, 10の4式を連立させると、 ξ 平面を媒介として、 W 平面と z 平面の対応がわかる。これより図-1の流入点Aのポテンシャル流を解くことができる。

3. 流入点Aの流入量

○暗きよの中心線上で $\Phi = RHo$ になる位置 $\xi = 0, X = 0, Y = -\tanh \lambda \cdot \sqrt{n^2 + 1}/n$ であるから、

$$\text{式-6より} \quad 2\pi R(Ho + I)/Q' = \ln | (n - \sqrt{n^2 + 1} \cdot \tanh \lambda) / (n + \sqrt{n^2 + 1} \cdot \tanh \lambda) | + 2\lambda G \quad \text{--- (11)}$$

$$\text{式-9より} \quad 2\pi R(Ho - HE)/Q' = \ln \{ \sinh(\lambda - a) \cdot \sinh(\lambda + a) / n^2 \} \quad \text{--- (12)}$$

○暗きよ同中央のF点では $\Phi = RFH, \psi = Q'/2, X = B/2, \xi = \pi/2, \eta = 0, X = \infty, Y = 0$ であるから

$$\text{式-7より} \quad G \equiv n \sqrt{n^2 + 1} / (n^2 - m^2) = RB/Q' + 1 \quad \text{--- (13)}$$

$$\text{式-9より} \quad 2\pi R(HF - HE)/Q' = \ln(1/n^2 + 1) \quad \text{--- (14)}$$

○暗きよ同壁下端AL点では $\Phi = RHA, y = -r, \xi = 0, \eta = -\beta (\beta > 1), X = 0, Y = -\tanh \beta \cdot \sqrt{n^2 + 1}/n$ であるから

$$\text{式-6より} \quad 2\pi R(HA + r)/Q' = \ln | (n - \sqrt{n^2 + 1} \cdot \tanh \beta) / (n + \sqrt{n^2 + 1} \cdot \tanh \beta) | + 2\beta G \quad \text{--- (15)}$$

$$\text{式-9より} \quad HE = HA - (Q'/2\pi R) \cdot \ln \{ \sinh(\beta - a) \cdot \sinh(\beta + a) / n^2 \} \quad \text{--- (16)}$$

○暗きよ同壁先端AU点では、暗きよ内が満水状態の場合と未満水状態の場合とに分けて考える。満水状態の場合には $\Phi = RHA, y = r, \xi = 0, \eta = -\alpha (\alpha < 1), X = 0, Y = -\tanh \alpha \cdot \sqrt{n^2 + 1}/n$ であるから

$$\text{式-6より} \quad 2\pi R(HA - r)/Q' = \ln | (n - \sqrt{n^2 + 1} \cdot \tanh \alpha) / (n + \sqrt{n^2 + 1} \cdot \tanh \alpha) | + 2\alpha G \quad \text{--- (17)}$$

$$\text{式-9より} \quad HE = HA - (Q'/2\pi R) \cdot \ln \{ \sinh(a - \alpha) \cdot \sinh(a + \alpha) / n^2 \} \quad \text{--- (18)}$$

したがって、暗きよ内が満水状態での流入点Aの流入量 Q' と自由地下水面の高さ HE および HF は、式-11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18を連立させて、境界 I, Ho, r, HA, B について解くことができる。

つぎに暗きよ内が未満水状態の場合には、自由地下水面と暗きよ同壁との交点をAU点とし、その位置を $y = y_A$ とおくと、 $\Phi = Ry_A, \psi = Q'/2, X = \sqrt{r^2 - y_A^2}, \xi = \alpha, \eta = 0, X = \tan \alpha \cdot \sqrt{n^2 + 1}/n, Y = 0$ であるから

$$\text{式-7より} \quad 2\pi R \sqrt{r^2 - y_A^2} / Q' + \pi = \tan^{-1} \{ 2n \sqrt{n^2 + 1} \cdot \tan \alpha / \{ (n^2 + 1) \tan^2 \alpha - n^2 \} \} + 2\alpha G \quad \text{--- (19)}$$

$$\text{式-9より} \quad y_A = HE + (Q'/2\pi R) \cdot \ln(1 + \sin^2 \alpha / n^2) \quad \text{--- (20)}$$

したがって式-11, 12, 13, 14, 15, 16, 19, 20を連立させて解くことにはなるが、未知数として y_A をふたつから、このままでは解は求まらない。いま $y_A = HA$ の場合を考えると、満水状態と同様に解が求まる。そこで $y_A = HA$ の場合の解を種々の値で検討してみると、 I/Ho の値が小さいほど解の m^2 の値は小さくなる。ある値 I_0/Ho で $m^2 = 0$ となる。ここはC点の定義から $m^2 \geq 0$ であるから、 $I/Ho < I_0/Ho$ では $y_A > HA$ であり解が存在しない。そこで本報では y_A が最小の場合の解をつぎのような方法を求め、これを未満水状態の場合の近似解とした。すなわち I/Ho 以外の境界条件と $m^2 = 0, y_A = HA$ を与えて

とい解の I/H_0 の値を I_0/H_0 とし、与えられた境界条件の I と比べて $I > I_0$ であれば $y_A = H_A$ とおき、 $I < I_0$ であれば $m^2 = 0$ とおいて、再び算定式から取水量 Q と地下水面の高さ y_A, H_F, H_E (= α 場合には物理的な意味はない) を求める方法である。

つぎに自由地下水面の形状は、式-6, 7, 9 に $\eta = 0, \psi = Q/2$ を代入して整理して次式より求められる。

$$x = \frac{Q'}{2\pi R} \left\{ 2G\xi + \tan^{-1} \frac{2n\sqrt{n^2+1} \cdot \tan \xi}{(n^2+1) \tan^2 \xi - m^2} - \pi \right\}, \quad y = \frac{Q'}{2\pi R} \ln \left\{ (\sin \xi / n)^2 + 1 \right\} + H_E \quad (21)$$

4. 暗きよ取水量

以上の解析は、暗きよへの流れを流入点への流れにおきかえたものであり、流入点の流入量は暗きよ取水量の近似解である。この近似誤差は A_U, A_L 点以外の暗きよ周壁上のポテンシャル分布の相違によるものであるから、以上の解析結果を用いて、暗きよ周壁上で実際の暗きよのポテンシャルと同じ値をとるよう

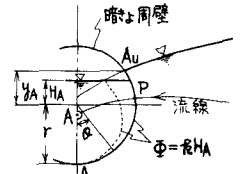


図-5 流入量の補正

ように流れる場合の流入量を求めよう。²⁾ 流入点への流れにおいて、暗きよ周壁上の任意点 P のポテンシャルを $\Phi = kH_1$ とおき、 $\Phi = kH_0$ の等ポテンシャル線から P 点までの流線長を s とすると、P 点での単位流入量 q_t はダルシー式より $q_t = C_0 k (H_0 - H_1) / l = d\psi / r d\theta$ (C_0 は係数、 θ は角度) を表わされる。また実際の暗きよ周壁上の P 点でのポテンシャルを $\Phi = kH_t$ とおくと、同様にして単位流入量 q_t は $q_t = C_0 k (H_0 - H_t) / l$ となり P 点が暗きよ内水面より下のとき $H_t = H_A$ 、上のとき $H_t = -r \cos \theta$ 。この2式より C_0 を消去し、 q_t を暗きよ周壁に沿って積分すると、暗きよ周壁全体からの流入量 Q は次式で表わされる。

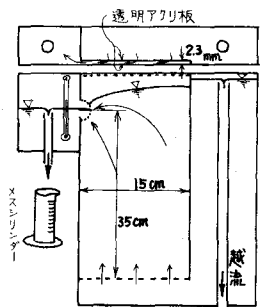


図-6 実験装置

$$Q = 2 \int_{A_L}^{A_U} q_t ds = 2 \int_0^{\theta_m} \frac{d\psi}{r d\theta} \frac{H_0 - H_t}{H_0 - H_1} r d\theta \quad (22)$$

$$\theta_m = \begin{cases} \pi & \text{暗きよ内水面満水状態} \\ \sin^{-1}(y_A/r) & \text{非満水状態} \end{cases}$$

式-22 の中より H_1 は式-11~20 の解を式-6, 7, 9, 10 に代入すると、 ξ, η を媒介変数としてえられる。この式-22 よりえられる Q を求める暗きよ取水量と考える。

5. Hele-shaw モデルによる検証実験

以上の解析結果を図-6 の Hele-shaw モデルによる実験結果と比較してみよう。まず $r/H_0 = 0.4, B/H_0 = 6.0, I/H_0 = 7.0$ の場合の自由地下水面について調べてみると図-7 のようになり、 $H_A/H_0 = 0$ の場合には解析結果がやや高い位置を示しているが、全体的にはほぼ一致しているといえる。つぎに暗きよ取水量の解析結果を実験結果と比較すると図-8 のようになり、 H_A/H_0 が小さい場合に解析結果がやや大きめの値を与えるが、 r/H_0 が小さいときにはその誤差も小さく、実際の暗きよの r/H_0 の値はあまり大きくないことを考慮すると、本解析結果は十分満足でき

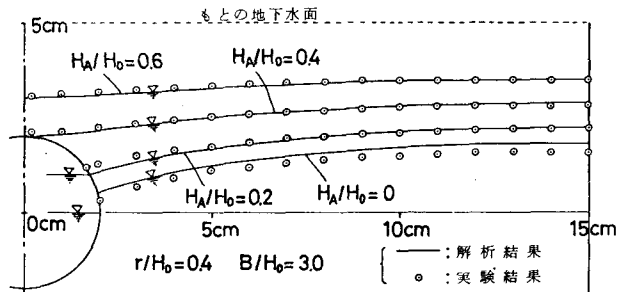


図-7 自由地下水面の実験結果との比較

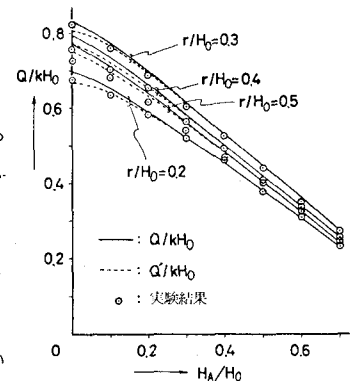


図-8 取水量の実験結果との比較

る解であると考えることができよう。

6. 暗きょ取水量と自由地下水面の高さについての考察

以上の解析結果を用いて、境界条件と暗きょ取水量および自由地下水面との関係を調べてみよう。まず図-8より、暗きょ内水圧が低いほど暗きょ取水量が多くなり、その変化はほぼ直線的であることがわかる。つぎに図-9より、暗きょ間隔が大きいほど取水量が多くなるが、その増加率は暗きょ間隔が大きいほど小さくなることがわかる。なお考

考までに、半無限領域に暗きょが1個埋設された場合の取水量を、 $R/H_0 = I/H_0$ として求め、図中に丸印で示している。またこの図の $B/H_0 = 4.0$ における $Q/RH_0 \sim r/H_0$ を求めると図-10のようになり、暗きょ径を大きくするほど取水量が多くなること、およびその増加率は暗きょ径が小さいときに大きいことなどがわかる。つぎに、もとの地下水面と暗きょ内

水圧との水頭差を ΔH として、暗きょの埋設深さを変えた場合を調べてみると、 $r/\Delta H = 0.25$, $B/\Delta H = 7.5$ の場合には図-11のようになる。これより水頭差を一定として暗きょの位置を深くすると、取水量は多くなるが、その増加率はわずかであること、また暗きょ間中央の地下水面の高さは、 $H_c/\Delta H = 1 \sim 2$ の場合には暗きょの位置を深くするほど近くなるが、 $H_0/\Delta H$ に比べて大きくなると、ほとんど変わらないことがわかる。つぎに図-12より暗きょ内水圧を近くすると、暗きょ間中央の地下水面の高さは、ほぼ直線的な傾向を近くなり、その変化は暗きょ間隔が小さいほど大きくなる。また暗きょ径が大きいほど近い位置を示すようである。つぎに図-13より I/H_0 が大きいと取水量は少なることがわかる。ここに I/H_0 の値は、井戸の影響半径と同様に、取水施設の設計時には、その地盤に適した値を与えて取水量を予測することになるが、この図より、 I/H_0 が大きいとき、あるいは暗きょ径が小さいときには I/H_0 が取水量に与える影響が小さいといえるが、全体的には I/H_0 の影響は大きいことがわかる。

参考文献

- 1). Polubarinova-Kochina: Theory of Ground Water Movement. Princeton Univ. Press, P.120, 1962.
- 2). 嶋 祐之: 浸透流に対する Hele-Shaw の実験の応用, 土木学会誌 36巻5号, P.21~24, 1951.
- 3). 上田, 杉尾: 水で満たされている円形暗きょの取水量について, 土木学会論文報告集, NO.201, P.77~86, 1972.
- 4). 上田, 杉尾, 神野: 半無限領域内の集水暗きょにおける取水量について (自由地下水面のある場合) 昭和44年度土木学会西部支部研究発表会論文集

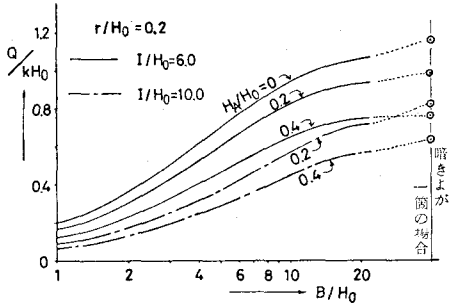


図-9 $Q/RH_0 \sim B/H_0$ の算定結果

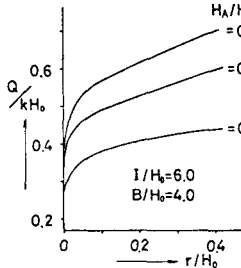


図-10 $Q/RH_0 \sim r/H_0$

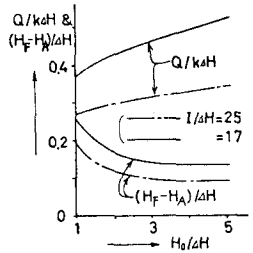


図-11 $Q/(k\Delta H) \sim H_c/\Delta H$

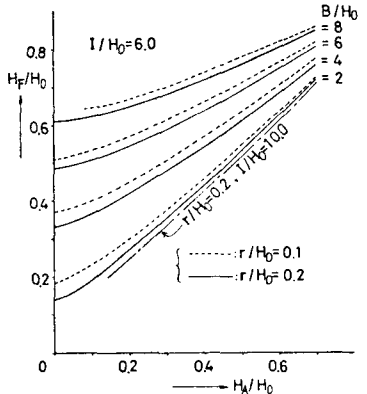


図-12 $H_c/H_0 \sim H_A/H_0$ の算定結果

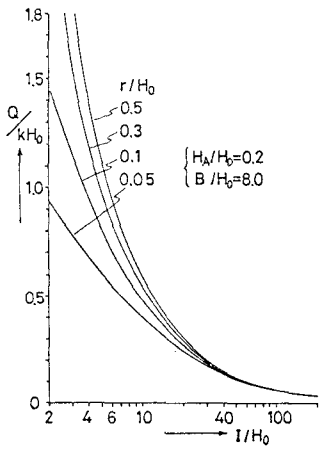


図-13 $Q/RH_0 \sim I/H_0$ の算定結果