II-153 ダム群による洪水の最適制御について

北海道開発局・土木試験所　正員　小森 保数

まえがき

洪水調節用のダム群の最適制御については、電子計算機を前提とした方式が種々提案されているが、ここではダム群の最適制御過程を洪水波の変形を考慮して非線型計画問題として定式化し，その問題点を考察する。

1. ダム群の最適操作過程の記述

ダム群の制御システムの模式図を図-1に示す。Iはそれぞれのダムへの流入量，Oは各ダムでの放流量，Pは支川からの合流量，Qは支川合流を考えないでOを追跡した評価地点での流量である。制御理論の用語によればIおよびPは外乱，Oは制御変数，Qは状態変数である。各評価地点ではその背後地の重要性あるいは危険度などから，なんらかの評価関数が与えられる。一般に評価関数は評価地点での流量 $Q'=Q+P$ の関数であると考えられる。ここでは評価関数は不利益の大きさを示すように与えられているものと考える。したがって最適化問題は最小値問題として扱う。

図-2のような単ダムにおける制御問題を考える。ダムにおける制御の制約はダムの貯水量Sの制限のみを考える。すなわち

$$0 \leqq S(t) \leqq C \qquad C；洪水調節容量 \qquad (1)$$

各ダムにおいて連続の式は

$$dS/dt = I - O \qquad (2)$$

(2)式を積分して

$$S(t) = \int_0^t I\,dt - \int_0^t O\,dt + S_0 \qquad S_0；初期貯水量 \ (3)$$

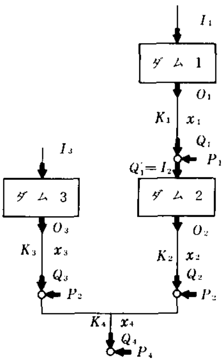


図-1 洪水制御系の模式図

制御の終端Tでの貯水量を S_e とすると，(3)式より

$$S_e = \int_0^T I\,dt - \int_0^T O\,dt + S_0 \qquad (4)$$

また，Sの制約(1)式と(3)式より

$$0 \leqq \int_0^t I\,dt - \int_0^t O\,dt + S_0 \leqq C \qquad (5)$$

これらの式を離散型になおすため，積分を台形公式でおきかえる。単位時間を1とする。等式条件(4)は

$$\Sigma(O,T) = \Sigma(I,T) + S_0 - S_e \qquad i=1,\cdots T \qquad (6)$$

ここに $\Sigma(X,i) = (X_0+X_i)/2 + \sum_{j=1}^{i-1} X_j$

あるいは

$$E\mathbf{O} = \mathbf{e}_0 \qquad \mathbf{O} = (O_1, O_2 \cdots\cdots O_T)^T$$ 肩付きTは行列の転置を示す (6)

不等式制約条件式(5)は

$$\Sigma(O,i) \leqq \Sigma(I,i) + S_0 \quad および \quad -\Sigma(O,i) \leqq -\Sigma(I,i) + C - S_0 \qquad (7)$$

あるいはこれらをまとめてつぎのように書ける。

$$G\cdot\mathbf{O} \leqq \mathbf{h} \qquad (7)'$$

洪水の河道での変形はマスキンガム法によって追跡する。すなわち

$$Q_i = \alpha O_i + \beta Q_{i-1} + \gamma O_{i-1} = \alpha O_i + \sum_{j=1}^{i-1}\gamma^{i-1-j}(\alpha\gamma+\beta)O_j + \gamma^{i-1}(\beta O_0+\gamma Q_0) \qquad (8)$$

ここに α, β, γ はマスキンガム法における係数。O_0, Q_0 は制御の初端における値である。あるいはつぎのように表わせる。

$$\mathbf{Q} = A\mathbf{O} + \mathbf{C} \qquad \mathbf{Q} = (Q_1, Q_2, \cdots Q_T)^T \qquad (8)'$$

評価関数を φ とすれば $\mathbf{C}$, $\mathbf{P}$ は常数ベクトルであるからつぎのように書ける。

$$\varphi = \varphi(\mathbf{Q}') = \varphi(A\mathbf{O}+\mathbf{C}+\mathbf{P}) = \varphi'(\mathbf{O}) \longrightarrow Min. \qquad (9)$$

すなわち、単ダムにおける最適化問題は、制約条件 $G\mathbf{O} \leqq \mathbf{h}$, $E\mathbf{O} \leqq \mathbf{e}_0$, $\mathbf{O} \geqq 0$ の下に評価関数 $\varphi = \varphi'(\mathbf{O})$ を最小化する非線型計画問題となる。

ダムN個、評価点M個をもつシステムを考えると、図-1のダム2のように流入量Iに上流のダムの制御の影響が入ってくる場合には (6), (7) 式の右辺に制御変数が入ってくる。しかし、洪水追跡を線型で行なうからIは上流のダムの制御Oの一次関数となり、(6)', (7)' 式と同じ表現がえられる。すなわち、$\mathbf{O} = (\mathbf{O}_1^T, \mathbf{O}_2^T, \cdots \mathbf{O}_N^T)^T$ とおけば係数行列を適当に修正して最適化問題は

制約条件　$G\mathbf{O} \leqq \mathbf{h}$, $E\mathbf{O} = \mathbf{e}_0$, $\mathbf{O} \geqq 0$

評価関数　$\varphi = \sum_{k=1}^{M} \varphi'_k(\mathbf{O}) \longrightarrow Min.$　となる。

単一ダムにおける計算例を図-2に示す。$C=100$, $S_0=0$, $S_e=100$, $O_0=Q_0=0$, マスキンガム法の貯留方程式の係数 $K=2.0$, $x=0.3$ とした。評価関数は $\varphi(\mathbf{Q}') = \mathbf{Q}'^T\mathbf{Q}'$ とした。Q' は平坦な流出曲線となっている。

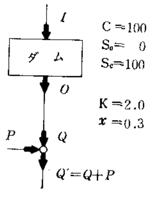
2. 問題点と考察

ここで述べた非線型計画問題は線型拘束をもつ凸計画問題である。数理計画法におけるこの分野の研究は進んでおり、迅速で記憶容量を多く要しない解法が開発されている。しかし、システムが大きくなるとこのままでは解が困難になり、分割法または逐次近似法が必要になってくる。

評価関数は、洪水の最適制御が平滑化問題であるから、凸関数で与えればよいとおもわれるが詳細は未検討である。

ここでは、洪水の河道内での変形を線型と考えたが、実際的には非線型性を考慮しなければならないこともあろう。近似的であっても線型性の仮定が出来れば計算上は非常に有利である。

制約条件は、ダムの貯水量によるもののみを考えたが、他にも単位時間内に放流しうる上限なども考慮しなければならない。



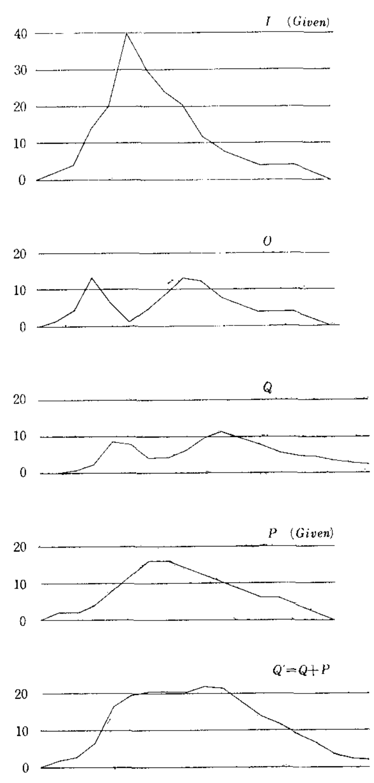


図-2 計算例
単ダムの場合
貯水容量 100
初期貯水量 0
終端貯水量 100