II-134　山腹斜面からの雨水流出機構について

広島大学工学部　正員　金丸昭治
〃　　〃　○三島隆明

全ての河川計画に先だって、雨水流出現象に与える流域特性の影響を具体的にかつ的確に把握することが必要であり、従来からその評価方法として単位図の形あるいは計算上の係数を用いた検討が続けられているが、未だ十分な成果は得られていない。そこで、著者らは、雨水流出現象を、その本質を失なわない範囲で単純モデル化して流域特性の具体的な評価方法を見出すことを目的とした基礎的な研究を継続中であるが、ここでは、対象流域を山腹斜面に限定し、しかも降雨分布の直接的な影響を受けないという理由から、流域特性が比較的容易に把握できると考えられる降雨終了後の流量減衰部の現象について、平均値的取り扱いによる近似法を用いて考察した成果の一部について述べる。

既に発表したように[1]、一般に単一斜面からの流出型態としては図-1から図-4までに示すような4種類の流出型態に分類することができるが、流動方程式として、表面流動に対してはChézyの流速公式、層内流動に対してはDarcy則が適用できるものとすれば、微小項を消略した近似式は、(1)式のような移流型拡散方程式によって統一的に表わすことができる。ただし、hは水深、tは時間、xは流動方向の距離、A, Bは表-1に示すような代表値で定数扱いとする。さらに、表-1中のkは透水係数、θは斜面傾斜角、γは空隙率、ηは例えば拡散係数、Uは平均流速であり、Suffix 0は表面流、1は上層、2は下層の諸量を表わす。

さらに、$X=x-At$, $T=t$ なる変数変換を行なえば、(1)式は(2)式のようになり、条件$h(0,X)=\varphi(X)$, $h(T,0)=\psi(T)$のもとで(2)式を解いた解は、一般に(3)式のようになる。

$$\frac{\partial h}{\partial t}+A\frac{\partial h}{\partial x}=B\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad \text{-------- (1)}$$

$$\frac{\partial h}{\partial T}=B\frac{\partial^2 h}{\partial X^2} \quad \text{-------- (2)}$$

$$h(T,X)=\frac{1}{2\sqrt{\pi BT}}\int_0^{\infty}\varphi(\xi)\cdot\left[e^{-\frac{(\xi-X)^2}{4BT}}-e^{-\frac{(\xi+X)^2}{4BT}}\right]d\xi$$

$$\pm\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{X}{2\sqrt{BT}}}^{\pm\infty}\psi\left(T-\frac{X^2}{4B\eta^2}\right)\cdot e^{-\eta^2}d\eta,$$

$$X\geqq 0\quad(\text{複号同順}) \quad \text{---- (3)}$$

ここで、$\varphi(X)$は$t=0$におけるx方向の水深分布であるから初期条件として与えうるものであるが、$\psi(T)$は$X=0$

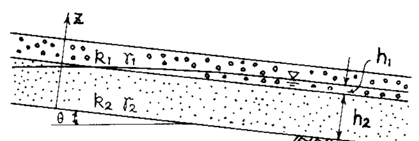

図-1　流出型態Ⅰ

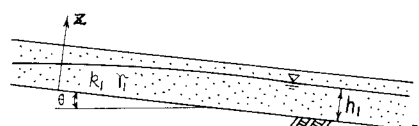

図-2　流出型態Ⅱ

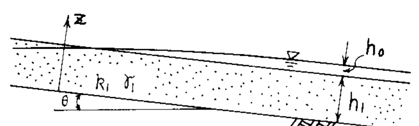

図-3　流出型態Ⅲ

図-4　流出型態Ⅳ

型態	A	B
Ⅰ	$\frac{k_1\sin\theta}{\gamma_1}$	$\eta+\frac{k_2\cos\theta}{\gamma_2}h_2+\frac{k_1\cos\theta}{\gamma_1}h_1$
Ⅱ	〃	$\eta+\frac{k_1\cos\theta}{\gamma_1}h_1$
Ⅲ	$\frac{3}{2}U_0$	$\eta+k_1\cos\theta h_1$
Ⅳ	〃	η

表-1　A, Bの内容

すなわち$x=At$における水深を表わしており、初期条件および上下流端の条件すなわち境界条件の両方の条件から定めるべき関数である。したがって、簡単には与えることはできないが、実用面に重点を置いて考察した$\varphi(x)$および$\psi(T)$の一例について検討してみる。まず、$\varphi(x)$については流域の不規則性を考慮すれば、概略直線分布例えば、$\varphi(x)=d$ あるいは $\varphi(x)=aX$ と考えることが妥当であり、一方$\psi(T)$は前に述べたようにその決定は容易でなく、流出の全期間を通じて適用しうる関数型としては、現在のところ級数的な取り扱いを行なう以外に適当な方法はないようである。そこで、流出を表面流出時および中間流出時以降に分割して考えることにすれば、実用的な$\psi(T)$としてはやはり直線的変化例えば、$\psi(T)=bT+d$ あるいは $\psi(T)=b'T$と考えることが可能である。ただし、a, b, b'およびdは定数である。結局、(a)表面流出時を対象とする場合および(b)中間流出時以降を対象とする場合の$\varphi(x)$および$\psi(T)$としては、以下のように取り扱うのが効果的であろう。

(a)表面流出時：$\varphi(X)=d$, $\psi(T)=bT+d$, これらの条件を(3)式に代入して長さLの斜面について解くと、水深の一般式および流量に直接関係のある下流端$x=L$における水深は、それぞれ、

$$h(T,X)=-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\cdot\left\{2(d\mp d+bT)+\frac{bX^2}{B}\right\}\cdot Erf\left(\frac{X}{2\sqrt{BT}}\right)+\frac{d}{\sqrt{\pi}}\cdot\left\{Erf\left(\frac{L-X}{2\sqrt{BT}}\right)-Erf\left(\frac{L+X}{2\sqrt{BT}}\right)\right\}$$
$$\mp b\sqrt{\frac{T}{\pi B}}\cdot e^{-\frac{X}{2\sqrt{BT}}}+bT+d+\frac{bX^2}{2B},\qquad X\gtrless 0\quad(\text{複号同順})\ \text{---}\ (4-1)$$

$$h(t,L)=-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\cdot\left\{2(d\mp d+bt)+\frac{b(L-At)^2}{B}\right\}\cdot Erf\left(\frac{L-At}{2\sqrt{Bt}}\right)+\frac{d}{\sqrt{\pi}}\cdot\left\{Erf\left(\frac{A}{2}\sqrt{\frac{t}{B}}\right)-Erf\left(\frac{2L-At}{2\sqrt{Bt}}\right)\right\}$$
$$\mp b\sqrt{\frac{t}{\pi B}}\cdot e^{-\frac{L-At}{2\sqrt{Bt}}}+bt+d+\frac{b(L-At)^2}{2B},\quad (L-At)\gtrless 0\quad(\text{複号同順})\ \text{--}\ (4-2)$$

のように表わされる。また、(b)中間流出時以降：$\varphi(X)=aX$, $\psi(T)=b'T$については、同様にして、

$$h(T,X)=\frac{aX}{\sqrt{\pi}}\cdot\left\{Erf\left(\frac{L-X}{2\sqrt{BT}}\right)+Erf\left(\frac{L+X}{2\sqrt{BT}}\right)\right\}-b'\left(2T+\frac{X^2}{B}\right)\cdot\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi}}Erf\left(\frac{X}{2\sqrt{BT}}\right)\mp\frac{1}{2}\right\}$$
$$-a\sqrt{\frac{BT}{\pi}}\cdot\left\{e^{-\left(\frac{L-X}{2\sqrt{BT}}\right)^2}-e^{-\left(\frac{L+X}{2\sqrt{BT}}\right)^2}\right\}-b'X\cdot\sqrt{\frac{T}{\pi B}}\cdot e^{-\left(\frac{X}{2\sqrt{BT}}\right)^2},\quad X\gtrless 0\quad(\text{複号同順})-(5-1)$$

$$h(t,L)=\frac{a}{\sqrt{\pi}}(L-At)\cdot\left\{Erf\left(\frac{A}{2}\sqrt{\frac{t}{B}}\right)+Erf\left(\frac{2L-At}{2\sqrt{Bt}}\right)\right\}-b'\left\{2t+\frac{(L-At)^2}{B}\right\}\cdot\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi}}Erf\left(\frac{L-At}{2\sqrt{Bt}}\right)\mp\frac{1}{2}\right\}$$
$$-a\sqrt{\frac{Bt}{\pi}}\cdot\left\{e^{-\left(\frac{A}{2}\sqrt{\frac{t}{B}}\right)^2}-e^{-\left(\frac{2L-At}{2\sqrt{Bt}}\right)^2}\right\}-b'(L-At)\sqrt{\frac{t}{\pi B}}\cdot e^{-\left(\frac{L-At}{2\sqrt{Bt}}\right)^2},\ (L-At)\gtrless 0\quad(\text{複号同順})\ (5-2)$$

のように表わされる。ただし、Erfは誤差関数である。つぎに、流量変化について考える場合は、流出方程式の近似度からみて、流量はAhに比例するものと考えてさしつかえなかろう。したがって、実測される各期間の流量変化はそれぞれ(4-2)式および(5-2)式を用いて比較検討することができる。流量にしろ水深の変化にしろ、最終的には実測、実験資料によってその適合度を検証すべきであり、上式における卓越項の抽出によって更に簡略化した近似式の検討を行なうとともに、実測、実験結果にもとづいてその適用精度を検討中であり、その具体的事例については講演時に発表する予定である。

参考文献

1) 金丸、三島、日野：雨水流出機構（特に降雨終了後の流出について），昭和47年度中国四国支部学術講演会講演概要