

京都大学工学部 正 員 ○高梅琢馬

京都大学大学院 学生員 榎葉元晴

1. はしがき 一般に変換系は入力ベクトルを X , 出力ベクトルを Y とすると、 $Y=H * X$ で表わされる。ここに H はシステム関数であって、系が線形時間不変であれば一定、線形時間変化系であれば時刻 t の関数、非線形時間不変系では入力 X の関数、非線形時間変化系では入力 X と時刻 t の関数である。とくに、降雨 $Y(t)$ から対象地点の流出 $Q(t)$ を考察するとき、上記 H は河道分布系による変換と斜面系での変換とから構成される。斜面系での変換は、十分研究され既にその変換構造も明らかにされている。したがって本研究では主に河道分布系での変換特性について論ずる。すなわち、河域地形則、河道の統計則を媒介とし、斜面・河道内の水流機構を考慮して、分布系をいくつかの順序付けられた集中系群に置換する方法を述べ、それを基礎に河道分布系での変換を考察する。とくに分布系特性がピーク近傍に及ぼす影響について論ずるが、これは出水系の集中化スケールを考察する場合、分布系特性の出水に及ぼす影響を評価することが、距離スケールによる不変量を見出すことと並んで重要であるからである。

2. 1次元モデル 河道分布系は Horton-Strahler 位数系において、位数化ノード Q_u の集合 $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_u, \dots, Q_k\}$ で表わされる。ここに Q_k は流域最下流端の河道である。また、 Q_u はそれが持つ合流点数 i によって層別化された要素ノード iQ_u の集合で

$$Q_u = \left\{ \sum_{i=1}^{N_u-1} (iQ_u) \right\} \quad (1)$$

のように表現される。 iQ_u は i 個の合流点をもつ位数 u の河道である。このようにして定義されたノード iQ_u を位数化され、合流点数によって層別化された河道区分)間には、つぎのような3つの統計則が成立する。

$$\frac{1}{4} \text{則: } N(Q_u) / N(Q_{u+1}) = 4 \quad (u=1, 2, \dots, k) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \text{則: } N(iQ_u) / N(Q_u) = (1/2)^i \quad (i=1, 2, \dots, N_u-1) \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \text{則: } N(uQ_u) / N(Q_u) = (3/4)(1/4)^{u-u-1} \quad (u=u+1, u+2, \dots, k) \quad (4)$$

ここに、 $N(Q_u)$, $N(iQ_u)$, および $N(uQ_u)$ はそれぞれ位数 u のノード数、および位数 $u+1$ 以上のノードに接続する位数 u のノード数である。さらに、この位数系において、次の経験的法則が確かめられている。

$$\text{集水面積則: } \bar{A}_u = \bar{A} \cdot R_d^{u-1} \quad (5)$$

$$\text{河道長則: } \bar{L}_u = \bar{L} \cdot R_l^{u-1} \quad (6)$$

$$\text{河道勾配則: } \bar{S}_u = \bar{S} \cdot R_s^{1-u} \quad (7)$$

ここに $\bar{L}_u$, $\bar{A}_u$, $\bar{S}_u$ はそれぞれ位数 u の河道の平均的な長さ、集水面積、勾配を表わす。また、 R_d , R_l , R_s はそれぞれ河道長比、集水面積比、河道勾配比である。

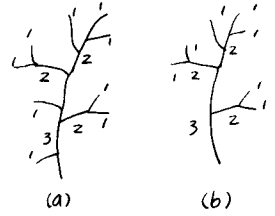
以上を基礎に、河域地形と各位数のノードごとに集中化し、1個のノード内の流れ機構を線形と仮定すると、 iQ_{u+1} 内の群ピークの合流過程は、

$$E(Z_{pu+1}) = (Z + i \cdot P_i) E(Z_{pu}) \quad (8)$$

となる。ここに P_i は合致測度である。ここで残流域と位数 $u+1$ の河道に流入する位数 $u-1$ 以下の河道の集水面積を位数 u の河道に均等に配分する。すなわち、例えば、図 1 a) の分布系を、b) の分布系に変換し、集水面積を変換する。そのとき、 $u+1$ 位のノードのピーク流量は、

$$E(Z_{pu+1}) = \prod_{i=1}^u a_i (Z + \beta_i \cdot P_i) \bar{z} P_i \quad (9)$$

$$\beta_u = \sum_{i=1}^{i_{max}} (i-1) \frac{N(i, Q_u)}{N(Q_u)} \quad (10)$$



数字は位数

図 1

とかける。ここに Q_u は、上記の面積の配分による係数であって面積配分係数とよばれ、 $1/4$ 則、 $3/4$ 則、集水面積則から次式で与えられる。

$$Q_u = R_u / 3. \quad (11)$$

3. 河道分布系での変換。河道内流れを支配する因子の複雑な散らばり、複雑な合流を少数個の指標に集中的に表現することは非常に困難である。以下では、1次元モデルの方法を用い、チェイン概念を導入して河道効果の概略を捉える方法を論じ、とくにピーク波形について述べる。

3-1 チェイン 河道配列のトポロジーモデルにおいて節点 Q_u と Q_{u+1} との対をリンクとよび、 $P_u = (Q_u, Q_{u+1})$ とかく。また、節点 Q_i から節点 Q_{k+1} へリンクによっていく経路を Q_i から Q_{k+1} への $k-1$ チェインと名づける。明らかに、対象地点へ至るチェインの総数は $n(Q_i)$ である。ここでは、河道分布系は図 1 に例示した方法により、面積配分係数を用いて変換しておくものとする。このチェイン概念は各ノードでの確流入を無視し河道の流れ機構を線形とすると非常に有効である。すなわち、このとき各チェインは互に独立であって、対象地点流出は、 $n(Q_i)$ 個の単位セル流出群を時間変換したものの和として表現される。

3-2 線形仮定をおく場合。そこで河道を線形とし、確流入については面積配分係数でこれら処理することにする。そのとき $n(Q_i)$ チェイン系における、単位セル流出群 $Q_i^{(j)}(t)$ ($j=1, 2, \dots, n(Q_i)$) から、対象地点流出 $Q_k(t)$ への変換は、

$$(B \cdot Z) \begin{pmatrix} Q_i^{(1)}(t) \\ \vdots \\ Q_i^{(n(Q_i))}(t) \end{pmatrix} = Q_k(t) \quad (12)$$

$$(B \cdot Z) = (B Z_1, \dots, B Z_{n(Q_i)}) \quad (13)$$

$$B = \prod_{i=1}^k a_i = (R_u/3)^k \quad (14)$$

とかける。ここに Z_i は時間変換を表わす変数で

$$Z_i f(t) = f(t - \tau^i) \quad i=1, 2, \dots, n(Q_i) \quad (15)$$

と定義する。この式におけるでは、第 i チェインの位数 u でのリンクの長さを τ^i とみると、線形仮定と河道勾配則(7)とから、

$$\tau^i = K_1 \sum_{u=2}^{k-1} R_u^{(u-1)/2} L_u^i \quad (16)$$

とかける。ここに、 $K_1 = \bar{n}_1 \cdot \bar{a}_1 \cdot \bar{S}_1 / \sqrt{S_1}$ であって、 $\bar{n}_1$, $\bar{a}_1$, $\bar{S}_1$ はそれぞれ位数 1 のノード内の平均的な粗度係数、位数 1 の河道勾配の平均値、位数 1 の河道の潤辺長の平均値である。明らかに、式は地形量によって表わされているから、 $(B \cdot Z)$ は全地形量だけを表現され、① $B = (R_u/3)^k$ はピーク

の大きさを決める因子となり、②波高ピーク波形を決める因子となる。この場合、波の特性をみるには、単位セル流出群 $Q^i(t)$ ($i=1, 2, \dots, n(C_1)$) をパルスとして、波を捉えよといふ図2)。图中、 t_m はパルスの平均的な位置を示し、(6)式と(7)式から

$$t_m = K_1 \bar{L}_1 \sum_{u=2}^K (\sqrt{R_u} R_u)^{u-1} \quad (17)$$

となり、出水遅れを示す。さらにパルスの広がり波高の尖り度を決める因子となるが

$$\sigma^2 = \frac{1}{n(C_1)} \sum_{i=1}^{n(C_1)} \left(K_1 \sum_{u=2}^K R_u^{(u-1)/2} L_u^i - t_m \right)^2 \quad (18)$$

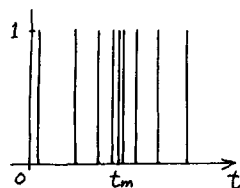


図2

をパルスの広がり指標として採用する。

3-3 局所線形仮定をおく場合。つまり、線形仮定をはずし、1個のノード内流れ機構を線形とする。この仮定は分布系全体からみると、局所線形仮定であり、各チェーンの相関は、1個のノード内流れの伝はん速度の決定法の中に表現されることになる。ここで局所線形仮定波高ピーク近傍について妥当であることを簡単に示しておく。洪水流は擬乱流と考えることができ、基礎式は

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = g, \quad A = KQ^p \quad (19)$$

とかける。ここには A は流水断面積、 Q は流量、 g は横流入量、 x は距離、 t は時間である。このとき遅れ変化関数は、Kinematic wave 法によつて

$$\frac{dt^*}{dt} = 1 - \frac{dt^*}{dt} \frac{d}{dt^*} [pKxQ(0, t^*)] \quad (20)$$

とかける。ここには t^* は特性曲線の出発する時刻である。したがって、遅れ変化関数は

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dt^*}{dt} \cdot \frac{dQ}{dt^*} \quad (21)$$

より、流下による波形の歪み度を示すと考えてよい。ピークでは遅れ変化関数の値は1となるから、ピーク近傍では、河道流下によつて波形を变形しないとしてよい。ここにはピーク近傍とは、ピーク前後のある時間間隔をいうが、いまその大きさを T とすると、この近似の程度を

$$\int_{-\frac{T}{2}+tp}^{\frac{T}{2}+tp} (1 - dt^*/dt)^2 dt \quad (22)$$

によつて評価することになれば、(20)式より、この近似において流下距離と T とは相互性をもつことがわかる。したがって、合流点間隔の大きい下流部では局所線形仮定によつて推定されるピーク近傍の大きさ T は上流部に比して小さくする必要がある。

以上のことから、局所線形仮定をつぎのように定義する。すなわち、①1個のノード内では河道流下によつて波形は变形せず、合流は単純加算とする。②位数 u の河道のピーク伝はん速度は

$$V_u = \bar{g}_{pu-1}^{1-p} / p \bar{K}_u \quad (23)$$

とする。これらの仮定によつて、3-2と同様に(B-8)を導入することが可能であつて

$$\tau_i = \sum_{u=2}^K \frac{p \bar{K}_u L_u^i}{\bar{g}_{pu-1}^{1-p}} = \sum_{u=2}^K \bar{K}_u L_u^i \quad (24)$$

$$L_u^{*i} = p L_u^i / \bar{g}_{pu+1-p} \quad (25)$$

とすればよい。この場合、 V_u の算定にあたり平均量 $\bar{g}_{pu+1-p}$ を使うことにしたが、 $\bar{g}_{pu+1-p}$ に対する L_u^{*i} の感度は(26)式より小さいことがわかるからこれは十分である。

$$\partial \log L_u^{*i} / \partial \log \bar{g}_{pu+1-p} = -0.4 \quad (26)$$

さて、(24)式に(9)、(10)式を代入すると

$$\tau^i = \frac{1}{\bar{g}_{p1}^{1-p}} \sum_{u=2}^K \frac{L_u^i}{\prod_{m=1}^u J_m^{1-p}} p K_u \quad (27)$$

$$J_m = a_m (2 + \beta_m p_m) \quad (28)$$

となり、さらに $p_i \approx 1$, $\beta_i \approx 1$, $a_m = R_a/3$ を代入すると、(27)式によって

$$\tau^i = \frac{1}{\bar{g}_{p1}^{1-p}} \cdot p K_1 \sum_{u=2}^K \left(\frac{R_s^{p/2}}{R_a^{1-p}} \right)^{u-1} L_u^i \equiv \frac{1}{\bar{g}_{p1}^{1-p}} \tau^{*i} \quad (29)$$

となる。ここに、3-2と同様に τ^i の平均 t_m と分散 σ_t^2 を求めよう。 τ^{*i} の平均を t_0 、分散を σ_0^2 とすると、(29)式から

$$(t_m, \sigma_t^2) = \frac{1}{\bar{g}_{p1}^{1-p}} (t_0, \sigma_0^2) \quad (30)$$

$$t_0 = p K_1 L_1 \sum_{u=2}^K \left(\frac{R_s^{p/2}}{R_a^{1-p}} R_L \right)^{u-1}, \quad \sigma_0^2 = \frac{1}{n(L_1)} \sum_{i=1}^{n(L_1)} \left(p K_1 \sum_{u=2}^K \left(\frac{R_s^{p/2}}{R_a^{1-p}} \right)^{u-1} L_u^i - t_0 \right)^2 \quad (31)$$

3-5 ヒーウ波形の推定 単位セル流出群を Gaussian pulse とし、4エーゲン数 $n(L_1)$ が大きい L_1 の分布が正理分布となすものとすれば、3-3、3-4の(B.2)は積分として、

$$Q_L(t) = C Q^{-\alpha t^2}, \quad \alpha' = 1/(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}) \quad (32)$$

となる。ここに C は定数、 α は単位セル流出のヒーウ尖り度、 α' は対象地点流出のヒーウ尖り度である。また、 $\beta = 1/2\sigma_t^2$ である。(32)式より、対象地点ヒーウ尖り度 α' は、 $\alpha/\beta \ll 1$ のとき α に、 $\beta/\alpha \ll 1$ のとき β に支配されることがわかる。興味深いのは $\beta/\alpha \ll 1$ のときで、そのとき $\alpha' \approx \beta$ であるから、ヒーウ波形は地形量と出水強度によって推定できることとなる。

最後に、 β と出水強度、地形量との関係を要約すると以下の通りである。線形仮定の場合は簡単であるから、局所線形仮定の場合のみ述べる。

① $\beta = \bar{g}_{p1}^{2(1-p)} / 2\sigma_0^2$ より、出水強度が大きいほどヒーウ波形は尖ってくる。

② 式、式より、位数 u のリソンの重みは $(R_s^{p/2} R_a^{-1+p} R_L)^{u-1}$ と示され、 $R_s^{p/2} R_a^{-1+p} R_L > 1$ であるから、下流部の合流点数が多いほど尖り度は小さく、 R_s, R_L の増大、 R_a の減少はヒーウ尖り度を減少させる。

4. 結び 集中化スケールについては、まだ十分に考察できなかったが、本研究の成果をふまえ、今後は出水系の応答特性についてさらに検討し、集中化スケールを明確なものにしたい。

参考文献 高樟琢馬； 河水流系系の分析と総合に関する基礎的研究，京都大学学位論文