

京大防災研究所 正員 石原安雄
京大防災研究所 正員 下島栄一

本文では、洪水流出現象の主要素が、流域内多孔質表層の内部及び上部の「流れ」とあるという観念に立ち、水理模型による雨水流出機構の simulation technique と論じる。その操作過程における相似則は、重力と摩擦力とが他の力学項に比べて卓越していることとみなした運動方程式と質量保存を示す連続式の式より導びかれている。流出模型の構成に肉する可能性を見出すため、近似的な simulation (実模型) を考え、それに介在する不可避な誤差の評価と理論的相似を満たす模型 (理想模型) による得られるであろう結果と対比することにより、模型の信頼性を論じる。

1 相似の誤差

§1-1 相似律の誤差 運動系の相似とは、model prototype という2つの系の対応する時空間に於て、現象を形成する物理量が一定の比例定数をもつことを考えられる。しかし、水理模型の構成過程で不可避な誤差が入る、つまり事が予想と異なる変化的な相似律が成立しなくなる。それゆえ、運動を支配する時空間及び運動場の定数に在る誤差が、模型で得られた水理量に如何なる様子を伝播するかと知ることは重要である。以下では、

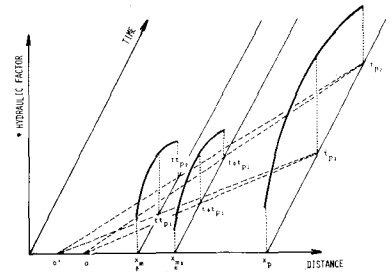


図-1 時空間の対応

prototype の時刻 t_p 、位置 x_p に対し、model での相似律を満たす、又、満たない系の時刻、位置をそれぞれ、 $t_m (=t_p)$ 、 $x_m (=x_p)$ と対応させる物理量の対比を考える。(図1参照) 但し、 x, x_0 ; t, t_0 は長さ、時間の相似比で、添字 "0" は相似律を満たす系を意味する。河道断面流水横断面幾何形状の相似関係は $Y_* = K_* A_*^2$ 、 Y_* : 径深比、 A_* : 断面積比 とすると、

<中間流>

$$\frac{R}{R_0} = \frac{Y_0}{Y_0} \frac{x}{x_0} \frac{R_0}{R_0} \{1 + W_{sb}\}, \quad \frac{V}{V_0} = \frac{R}{R_0}, \quad \frac{t}{t_0} = \frac{x}{x_0} \frac{R_0}{R}$$

<表面流>

$$\frac{R'}{R_0} = \left(\frac{Y_0}{Y_0} \frac{x}{x_0} \frac{R_0}{R_0} \right)^{3/5} \{1 + W_s\}^{3/5}, \quad \frac{V'}{V_0} = \left(\frac{Y_0}{Y_0} \frac{x}{x_0} \right)^{1/5} \left(\frac{R_0}{R_0} \right)^{1/5} \{1 + W_s\}^{1/5}$$

<河道流>

$$\frac{A_*}{A_0} = \left\{ \frac{Y_0}{Y_0} \frac{n_*}{n_0} \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 \right\}^{3/20+3} \left\{ \frac{K_*}{K_0} \right\}^{3/20+3} \{1 + W_{cj}\}^{3/20+3}, \quad \frac{V_*}{V_0} = \left(\frac{n_*}{n_0} \right) \left\{ \frac{Y_0}{Y_0} \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 \right\}^{22/20+3} \left\{ \frac{K_*}{K_0} \right\}^{22/20+3} \{1 + W_{cj}\}^{22/20+3}$$

$$\frac{Y_*}{Y_0} = \left\{ \frac{Y_0}{Y_0} \frac{n_*}{n_0} \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 \right\}^{32/20+3} \left\{ \frac{K_*}{K_0} \right\}^{32/20+3} \{1 + W_{cj}\}^{32/20+3}$$

但し、 $j = sb, S$ sb : 中間流, S : 表面流
 c : 河道流 を意味する。

==、添字 "0" はそれぞれ表面流、河道流を、また、添字無しの場合は中間流を示す。また、 R : 水深、 V, V', V_* : 平均流速比、 Y_0 : 有効降雨強度比、 K : 透水係数比、 δ : 空隙率比、 n, n_* : Manning の粗度係数比

と、誤差を含む模型では相似律(表1参照)が満足されず、以下の様子は $\eta_i (i=1, 2, \dots, 11)$ と含む形式で表現され、

$$V K^{-1} = 1 + \eta_1, \quad \delta h t^{-1} R^{-1} = 1 + \eta_2, \quad V t x^{-1} \delta^{-1} = 1 + \eta_3$$

$$V' R'^{-1/3} n' = 1 + \eta_4, \quad V' x'^{-1} t = 1 + \eta_5, \quad h' t^{-1} R'^{-1} = 1 + \eta_6, \quad V_* Y_*^{-2/3} n_* = 1 + \eta_7$$

$$v_* t x^{-1} = 1 + \eta_8, \quad \alpha_* v_*^{-1} x^{-1} t^{-1} = 1 + \eta_9, \quad r_* \alpha_*^{-2} k_*^{-1} = 1 + \eta_{10}, \quad v_* x^{-1} t = 1 + \eta_{11}$$

誤差を含む関係系では $\eta_i = 0$ が成立すると仮定すると、 η_i は以下の様に表わされる。

$$\begin{aligned} \eta_1 = \eta_3 = \eta_4 = \eta_7 = \eta_{10} = 0, \quad \eta_2 = W_{sb}, \quad \eta_5 = -1 + \frac{\sigma}{\sigma_0} \frac{R_0}{R} \left(\frac{v_0}{v_*} \frac{x}{x_0} \right)^{3/5} \left(\frac{n'_0}{n'_*} \right)^{3/5} \{1 + W_{sb}\}^{3/5} \\ \eta_6 = -1 + \frac{\sigma}{R_0} \frac{\sigma_0}{\sigma} \left(\frac{v_0}{v_*} \frac{x}{x_0} \right)^{3/5} \left(\frac{n'_0}{n'_*} \right)^{3/5} \{1 + W_{sb}\}^{3/5}, \quad \eta_8 = -1 + \frac{\sigma}{\sigma_0} \frac{R_0}{R} \left(\frac{n'_{*0}}{n'_*} \right)^{3/20+3} \left(\frac{v_0}{v_*} \frac{x}{x_0} \right)^{22/20+3} \left(\frac{k_0}{k_*} \right)^{3/20+3} \{1 + W_{sb}\}^{22/20+3} \\ \eta_9 = -1 + \frac{R_0}{R} \frac{\sigma_0}{\sigma} \left(\frac{n'_{*0}}{n'_*} \right)^{3/20+3} \left(\frac{v_0}{v_*} \frac{x}{x_0} \right)^{22/20+3} \left(\frac{k_0}{k_*} \right)^{3/20+3} \{1 + W_{sb}\}^{3/20+3} \\ \eta_{11} = -1 + \frac{v_0}{v_*} \frac{\sigma}{\sigma_0} \frac{R_0}{R} \end{aligned}$$

かくして、相似律の誤差の物理的意味が明確となる。なお、 W は、時間と位置の定数である。(§1-2 参)

§1-2 実模型と理想模型

対象の流出系は、力学的、運動学的、幾何学的相似条件より自由度4となる系となる。所が、適用可能な時空間スケールや流れ場の材料定数、有効降雨強度等と相似律より決る simulation の可能性を調べると、少なくとも $v_* = x/t$, $x = 1/100$ の条件から $v_* < 1$ 、また、 $n_* = n'$ とする必要がある、このことは、現象論的にも、運動場形成上からも好ましくない。一方、山地河川の河道形状の境界条件の設定の困難を考慮し、河道部流水に關する幾何学的相似条件の一部 (i.e. $v_* = x/t$) を緩和して自由度4の流出系として議論すると、図2の様には、一定の拘束条件を満たす simulation 可能な相似比の組合せが得られる。なお、これには、誤差評価が必要である。即ち、 $v_* \sim t$ 面上で、

$$R_1(t; x, n_* = 10) > v_* > R_1(t; x, n_* = 1/10)$$

$$R_2(t; x, n' = 1) > v_* > R_2(t; x, n' = 1/100)$$

$$v_* > R_3(t; \sigma, h = 1/100), \quad v_* > R_4(R; x, h = 1/100)$$

$$1 > t > 1/100 \quad \text{と満足し、同時に、} \quad 100x > R/t > x$$

$$\text{と満足するものである。} \quad \therefore R_1 = G^{-1} \{ (n_* x / t)^{3/5} \} / x t,$$

$$R_2 = n'^{3/5} x^{3/5} t^{-3/5}, \quad R_3 = R \sigma / t, \quad R_4 = R h / x, \quad \text{なお } x = 1/100$$

さて、雨水の伝播過程を考えると、中間流、表面流といった山腹斜面部での現象と河道部の現象により構成されるが、流域全体からの立場よりすれば、各要素は必ずしも同等とは限らない。

そこで、山腹斜面の現象が卓越していると仮定し、その系でのみ

相似性を考え、残る部分系では相似とは無関係な雨水伝播が行われると仮定する。さらに、実模型と理想模型に対する誤差的なものと仮定するならば、その誤差評価を行うことはでき、一定、実流域と実模型における現象の対応がわかる。図3は、上述の誤差的な方法論の概念を示したものであり、図の意味する所は、実模型における水理量と実流域のものと直接肉連する事が出来るので、理想模型と実模型の対応を推定し、間接的に実流域の水理量を知らうとしている。そこで、次の様な例を考える。

	$\sin \theta \gg \frac{\partial h}{\partial s} \cos \theta$	undistorted model
自由流	4	3
中間流	$v = k$ $t = \gamma x / k$ $h = r_0 x / k$	$= k$ $= \gamma x / t$ $= r_0 x / t$
表面流	$h' = r_0 t$ $v' = x / t$ $n' = r_0^{3/5} t^{3/5} / x$	$= x$ $= x / t$ $= x^{3/5} / r_0$
河道流	$v_* = x / t$ $a_* = r_0 x t$ $r_* = G(r_0 x t)$ $n_* = G(r_0 x t)^{3/5} t / x$	$= x / t$ $= x^2$ $= x$ $= x^{3/5} / r_0$ $r_0 = x / t$

表-1 相似律

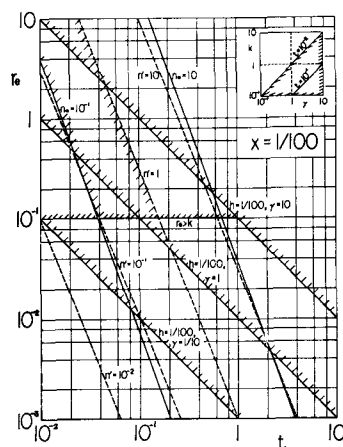


図-2 拘束条件

実模型 ($j = \text{non zero}$) と理想模型 ($j = 0$) において、河道部横断面形状 $Y_{xmj} = K_{mj} A_{xmj}^{\frac{1}{2}}$ 、河道流抵抗則 $V_{xmj} = C_j Y_{xmj}^{\frac{1}{2}} \sin \theta_j$ 、 B は有効降雨強度比 Y_{ej} のみに差が生じているとし、両模型河道部での流量、流水断面積の関係を同時刻 (t_m)、同位置 (L_c) で対応させて求めている。 $\therefore \therefore 1/C_j$: 抵抗係数

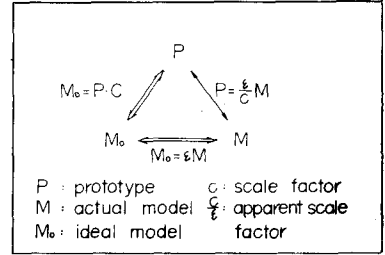


図-3 誤差的方法論

(i) 中間流出から河道流が生じている場合

$$\frac{Q_*}{Q_{*0}} = \frac{Q_{*m}}{Q_{*m0}} = \frac{Y_{em}(\tilde{t}_j, P_j)}{Y_{e0}(\tilde{t}_0, P_0)} = \frac{Y_e}{Y_{e0}} \frac{Y_{ep}(\frac{\tilde{t}_j}{\tilde{t}_0}, \frac{P_j}{P_0})}{Y_{ep}(\frac{\tilde{t}_0}{\tilde{t}_0}, \frac{P_0}{P_0})}$$

$$\frac{A_*}{A_{*0}} = \frac{A_{*m}}{A_{*m0}} = \frac{(Y_{e0}^{-1} C_0 K_{m0}^{l_0} \sin \theta)^{P_0}}{(Y_e^{-1} C K_m^l \sin \theta)^{P_e}} (L_s L_c)^{P_e - P_0} \frac{Y_{ep}(\frac{\tilde{t}_j}{\tilde{t}_0}, \frac{P_j}{P_0})^{P_e}}{Y_{ep}(\frac{\tilde{t}_0}{\tilde{t}_0}, \frac{P_0}{P_0})^{P_e}}$$

但し、 $P_j = 1/2 j_j + 1$

$$\therefore \therefore Y_{em}(\tilde{t}_j, P_j) = \frac{1}{P_j} \int_{\tilde{t}_j - P_j}^{\tilde{t}_j} Y_{emj}(\xi) d\xi, \quad g_j(\tilde{t}_j) = \overline{g_j(t_m, t_m - \tilde{t}_j)} = \frac{1}{t_m - \tilde{t}_j} \int_{\tilde{t}_j}^{t_m} g_j(\xi) d\xi = \frac{K_m \sin \theta}{\delta_{mj}} \int_{\tilde{t}_j - P_j}^{\tilde{t}_j} Y_{emj}(\xi) d\xi$$

g_j : 山腹斜面からの河道への流入強度, P_j : 雨水の斜面伝播時間, L_s : 代表斜面長, Q_* , Q_{*0} : 流量比
 Y_{ep} : prototype の有効降雨強度,

(ii) 表面流出が支配的な場合

$$\frac{Q_*}{Q_{*0}} = \frac{Y_e}{Y_{e0}} \frac{Y_{ep}(\frac{\tilde{t}_j}{\tilde{t}_0}, \frac{P_j}{P_0})}{Y_{ep}(\frac{\tilde{t}_0}{\tilde{t}_0}, \frac{P_0}{P_0})}, \quad \frac{A_*}{A_{*0}} = \frac{(Y_{e0}^{-1} C_0 K_{m0}^{l_0} \sin \theta)^{P_0}}{(Y_e^{-1} C K_m^l \sin \theta)^{P_e}} (L_s L_c)^{P_e - P_0} \frac{Y_{ep}(\frac{\tilde{t}_j}{\tilde{t}_0}, \frac{P_j}{P_0})^{P_e}}{Y_{ep}(\frac{\tilde{t}_0}{\tilde{t}_0}, \frac{P_0}{P_0})^{P_e}}$$

$$\therefore \therefore Y_{emj}(\tilde{t}_j, P_j) = \frac{1}{P_j} \int_{\tilde{t}_j - P_j}^{\tilde{t}_j} Y_{emj}(\xi) d\xi, \quad g_j(\tilde{t}_j) = \overline{g_j(t_m, t_m - \tilde{t}_j)} = \frac{\sqrt{\sin \theta}}{n_{mj}} \left\{ \int_{\tilde{t}_j - P_j}^{\tilde{t}_j} Y_{emj}(\xi) d\xi \right\}^{5/3}$$

g_j, P_j は (i) の g, P_j に対応する。

かくして、実模型において想定された流量 ($Q_{*m}(t_m, L_c)$) より、対応する時空間の実流域の流量 Q_{xp} ($t_p = t_m/x_0, x_p = L_c/x_0$) は、 $Q_{xp} = Q_{*m}(Q_{*0}/Q_*) (Y_{e0} X_0)^{-1}$ より求めることが出来る。また、上述の議論より §1-1 の W の関数形式もほぼ推定出来るよう。

2 模型の構成手順

我々の対象である急勾配の流水場を有する流出系は自由度4 (厳密には3) の系であるが、模型形成上、何を独立量にするかを決定することは重要な問題である。山腹表面斜面流出場について、simulation の拘束条件を満足する様な透水性係数 (R_m)、空隙率 (γ_m) を有する多孔質材料の選択は限られ、また、 R_m や γ_m を従属変数的に変化させることの困難さを考えると、むしろ、推定可能な γ_m, R_m を固定量とし、即ち R, γ を独立量に選んで他の相似比を決めた方が実際のところである。一語、表面部表面粗度については、表面の粗さある程度変化させることが出来るので、従属変数として考える方がよい。表-2 は、流出現象に関与する、時空間スکیل、流水場の定数、有効降雨強度と一物理量の中で、実流域では何かがかなりの精度で推定出来るか、また、模型部では何と固定した方がよいかを示したものである。以上の考察並びに相似律を媒介にして、以下の手順で述べよう法論に従えば、理論的には模型が完成されることになる。

(i) 実用可能な表面材料を模型に設置する。

(ii) N^* は既知量であるから、 r_e, t は
 $N^* = g(r_e x t)^{3/2}$ の関係に従って変化させ、中間流出のみが発生していると思われる時の hydrograph $r_{ep} \sim t_p$ を用いて実験的に hydrograph $Q_m \sim t_m$ を求め、変換すれば $Q_m/r_e x^2 \sim t_m/t$ が最も実流域の hydrograph に適合する r_e, t を決定する。

PROTOTYPE	MODEL	SCALE FACTOR
x_p ±	x_m ±	x ±
t_p ±	t_m +	t +
r_{ep} ±	r_{em} +	r_e +
k_p	k_m ±	k
γ_p	γ_m ±	γ
n'_p	n'_m +	n'
n_{ap} ±	n_{am} +	n_a +
± : estimable value	± : fixed value + : variable value	± : fixed value + : variable value

表-2 独立相似比、従属相似比

(iii) $t = \sigma x / r_e$ より σ / r_e が決り、 σ_m / r_{em} は既知量であるから、 σ_p / r_{ep} が求まる。

(iv) (iii) で求めた r_e, t を用いて、表面流出が発生している大きな出水に付し実験を行ない、求めた hydrograph と実流域のものと比較し、両 hydrograph に差異が生ずる時の Q_p, t_p の限界値を推定し、それに付たような模型での表層厚さ (d_m) を求める。

(v) 各種の洪水ピーク流量の到着時間と、その間の有効降雨強度との関係より n'_p を推定し、 $n'_m = n'_p r_e^{2/3} t^{5/3}$ より決る値を目安にして、(iv) で求めた表層に人工粗度をつける。それに、大出水の場合の降雨をええ、実流域の hydrograph に適合する様な n'_m を試行錯誤的に求める。

(vi) n'_m が決ると、実流域の山腹斜面粗度係数 n'_p は、 $n'_p = n'_m r_e^{-2/3} t^{-5/3} x$ より求めることが出来る。

(vii) $N^* = g^{3/2} (r_e x t) \cdot t / x$ より N^* を推定し、check の意味で N_{km} より N_{xp} を求める。

(viii) これで求めた $d_m, r_e, t, \sigma_p / r_{ep}$ を用いて、一層、実流域の表層厚さ (d_p) が出水解析等で推定出来ると、実流域表層部の透水係数、空隙率は、 $k_p = k_m \cdot \gamma_p t / \sigma_m x$, $\sigma_p = \sigma_m d_m / d_p r_e t$ より求まる。

以上の様な手順を踏むことにより、実流域における推定の困難な流れ場の定数 k_p, σ_p, n'_p を決定しながら模型が構成される。そして、本研究の目的とも言える「流域内で何が起っているか？」という問題の解答と同時に与えられよう。なお、構成上の問題点、降雨遮断を除く初期損失、浸透損失については、現在のところ模擬の方法を見い出していないということである。それゆえ、上述の模型構成における初期損失、浸透損失は現地観測結果を解析した観測降雨より、a priori に差し引くことが出来るとしておけるので、有効降雨に対する洪水の hydrograph も観測に基く hydrograph から分離されているものとしている。

本研究に関し、有益な討議、助言をいただいた京大防災研究所 村本嘉雄教授に感謝します。

(注) 相似比 f は次の様に定義する。

f_p : prototype の物理量

f_m : model の物理量

$$f = f_m / f_p$$

参考文献

石原, 下島 : 雨水流出シミュレーションの基礎に関する実験的研究
 第26回年次講演会講演集 p.46

下島 : 雨水流出模型の相似律とその精度について
 関西支部年次学術講演会講演集 p.47

高井 : 流出機構, 水工学シリーズ, 1967