

神戸大学工学部 正会員 ○神吉 和夫
神戸大学工学部 正会員 松梨 順三郎

1. はしがき

羽束川は武庫川の一支流で、神戸市の上水水源池である千苅貯水池に流入している。この貯水池を効率的に利用するためには、貯水池への流入量およびその供給源である降水量の統計的特性を把握する必要がある。ここでは、神戸市により整理された日単位、月単位の降雨・流出量観測資料を用いて行なった相関、スペクトル解析の結果について報告する。さらに、流出量を降水量の線形重回帰により推定するいわゆる情報理論モデルの適用を試みた。

2. 自己相関

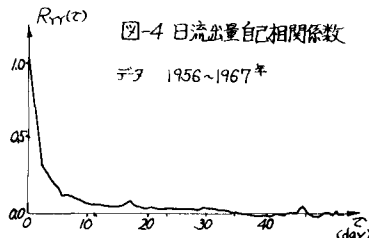
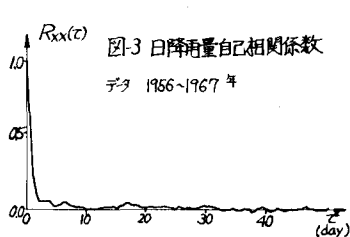
自己相関係数は次式で与えられる。

$$R_{xx}(\tau) = C_{xx}(\tau) / C_{xx}(0)$$

$$C_{xx}(\tau) = \overline{x(t)x'(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x'(t+\tau) dt$$

$x'(t)$ は $x(t)$ の平均からの偏差である。

図-2,3,4,5に計算結果を示す。月降雨、流出量系列では年周期成分および季節変動成分が含まれているようである。日降雨系列では $\tau=0$ の所から急激に零軸付近に下がり、現象が周期的でなく randomであることを示している。日流出量系列では指数関数的に漸減しており持続性を持つことがわかる。

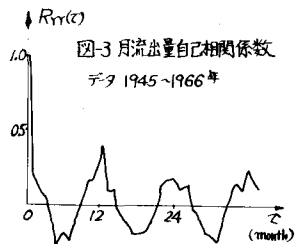
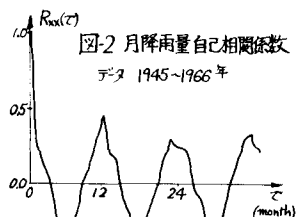


3. スペクトル

上記の統計的特性はスペクトル解析を行なうことによっても確認することが出来る。スペクトルは自己相関関数のフーリエ変換として次式で与えられる。

$$R_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau$$

図-6,7,8にその結果を示す。計算は Blackman & Tukey 法によった。月降雨、流出量のスペクトルを見ると $f=1/12, 1/4, 1/3$ (cycle/month) に Peak があり、周期変動成分を含んでいることが考えられる。



日降雨系列では比較的水平なものとなっており、又日流出量系列では高周波に向って低減するスペクトルとなっている。

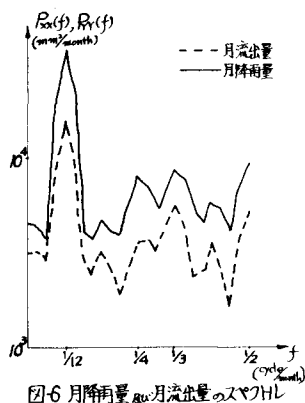


図-6 月降雨量と月流出量のスペクトル

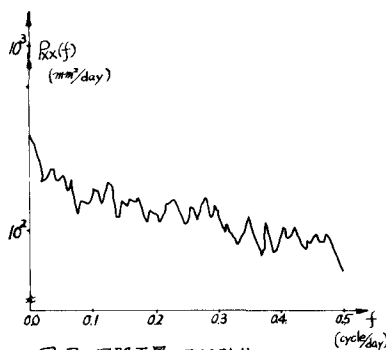


図-7 日降雨量のスペクトル

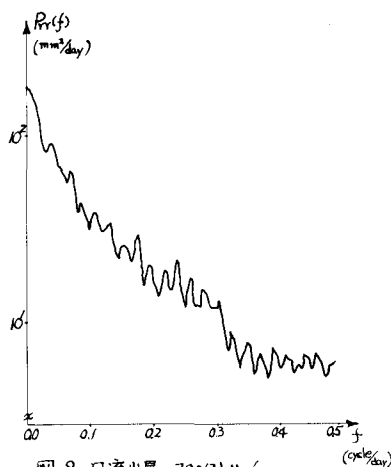


図-8 日流出量のスペクトル

4. 情報理論モデル

流出系を線形定常システムと仮定し、系の出力 $y(t)$ を次式で推定することを考える。

$$y(t) \sim \int_0^\infty h(\tau) x(t-\tau) d\tau \quad h(\tau); \text{核, インパルス応答関数}$$

通常データは離散的であるから、初めから推定式を離散的に表現しても支障はないと考えられる。

$$y_t \sim \sum_{s=0}^M h_s x_{t-s} \quad M \text{ は応答関数の期間である。}$$

さて、 h_s を求める基準として自乗平均誤差 $e = \{y_t - \sum_{s=0}^M h_s x_{t-s}\}^2 = \{y_t' - \sum_{s=0}^M h_s x_{t-s}'\}^2$ の最小化を考えると、 $\partial e / \partial h_s = 0$ ($s=0, 1, \dots, M$) により、次の Wiener-Hopf 方程式の離散型式が得られる。

$$C_{xy} h = \sum_{s=0}^M h_s C_{xx}(s-h) \quad h=0, 1, \dots, M$$

又誤差 e の最小値は $e_{\min} = \{y_t' - \sum_{s=0}^M h_s x_{t-s}'\} y_t' = C_{yy}(0) - \sum_{s=0}^M h_s C_{xy}(s)$ となり、適合度の評価は重相関係数 r により与えられるであろう。

$$r^2 = \{C_{yy}(0) - e_{\min}\} / C_{yy}(0) = \sum_{s=0}^M h_s C_{xy}(s) / C_{yy}(0)$$

図-9 に日降雨と日流出量の相互相関係数、図-10 に $M=15$ の場合の応答関数(回帰係数) h_s を示す。図から明らかなように、羽束川流域の場合、降雨流出の応答は急であり、 $s=0, 1$ 日で h_s がほぼ同等の値を示すことから、時間単位が不適当であることがわかる。

参考文献

1. 本間・石原編 応用水理学 下II, 丸善, 1971.
2. 高柳・池沢; 長期間流出機構の情報理論的研究, 京大防災研年報, 沖12号B, 昭和44年

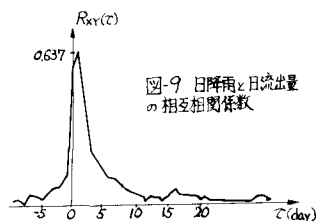


図-9 日降雨と日流出量の相互相関係数

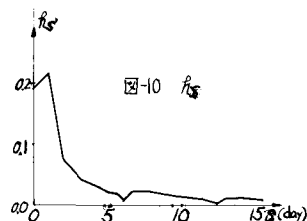


図-10 h_s