

北海道大学工学部 正員 ○ 星 清

横浜市役所 正員 風間 亨

1 まえがき 将来の水資源配分計画の策定にあたっては、降水量の時間的、空間的分布性を考慮したシミュレーションモデルの確立が不可欠である。この目的を達成するために、数多くのシミュレーションモデルが提案されてきている⁽¹⁾。しかしながら、降水量時系列の構造は、季節変動を除いた系列が多くの場合、無自己相関系列とみなし得る点である。この傾向は単位時間が短ければ短い程強くなる。この事実から、降水量時系列の模擬発生には、マルコフ連鎖による方法とは違ったモデル⁽²⁾が要求される。本報告では、雨量観測所間における降水事象の高い相関構造に着目して、旬降水量の地域分布特性の相異をある統計量によって説明し、併せてモデル式の逆変換によって観測所の旬降水量の模擬発生を行なう。

2 基本式 ここで扱われる変量はすべて標準化されているものとする。モデル式として、次の線型方程式を導入する。

$$G = WZ \quad (1)$$

ここで

$$G = [g_1 \ g_2 \ g_3 \cdots g_n]^T \quad (2)$$

$$W = [w_1 \ w_2 \ w_3 \cdots w_n]^T \quad (3)$$

$$g_i = w_i Z \quad (4)$$

g_i 、各旬の $1 \times N$ の第 i 合成変量行列； w_i 、 $1 \times n$ の第 i 標準重みベクトル； Z 、 $n \times N$ の観測所間データ行列； G 、 $n \times N$ 行列； W 、 $n \times n$ 行列； n 、観測所数； N 、各旬の標本数

(4) 式の性質を述べると、 g_i は標準化されているから、その分散は 1 でなければならない。(4) 式の右から g_i^T / N を乗ずると、次式が得られる。

$$w_i R w_i^T = 1, \quad R = Z Z^T / N \quad (5), (6)$$

次に合成変量 g_i と各観測所の相関係数を求めるために、(4) 式の右から Z^T / N を乗ずると

$$a_i = g_i Z^T / N = w_i R \quad (7), (8)$$

ここで R 、観測所間の相関係数行列； a_i 、合成変量と各観測所間の相関係数（構造ベクトル）で、 $-1 \leq a_i \leq 1$ 、 $1 \times n$ 行列； w_i^T 、 Z^T 、それぞれ、 w_i 、 Z の転置行列。

構造ベクトルの各成分の 2 乗和は合成変量に対する全観測所の寄与の度合を表わすから、次式で与えられる。

$$V_i = a_i a_i^T = w_i R^2 w_i^T \quad (9)$$

次に観測所間の降水分布性状の相異をデータから抽出するため、2 組の合成変量が直交する条件を導入する。このとき(4)式の右から g_j^T / N ($i \neq j$) を乗ずると、次式が得られる。

$$w_i R w_j^T = 0 \quad (i \neq j) \quad (10)$$

第 1 合成変量の重みベクトルは(5)式の条件のもとで(9)式を最大にするよう、又第 2 合成変量以下では(5)式と(10)式の条件のもとで(9)式を最大にするような w_i を求めると、結局すべての場合について次式が成立する。

$$(R - \lambda_i I) a_i^T = O \quad (11)$$

ここで、 I 、単位行列； O 、零ベクトル。

(11)式から明らかに、 λ_i と a_i は相関係数行列 R の固有値、固有値ベクトルになる。又 R は実対称行列であるから、固有値は互いに異なる正值をとり、又互いに異なる固有値に対する固有値ベクトルは直交するから次式が成立する。

$$\begin{cases} a_i a_i^T = \lambda_i \\ a_i a_j^T = 0 \quad (i \neq j) \end{cases} \quad (12)$$

($i, j = 1, 2, 3, \dots, n$)

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = n \quad (13)$$

又(8)式と(11)式から重みベクトルは次式で与えられる。

$$w_i = a_i / \lambda_i \quad (14)$$

$$\begin{cases} w_i w_i^T = 1 / \lambda_i \\ w_i w_j^T = 0 \quad (i \neq j) \end{cases} \quad (15)$$

($i, j = 1, 2, 3, \dots, n$)

(11)式と(14)式から(1)式の n 組の重みベクトルが標本から決定されると、(1)式の左から W^{-1} (W の逆行列)を乗すると、次式が得られる。

$$Z = W^{-1} G \quad (16)$$

(16)式の G の行ベクトルは互いに直交しているので正規乱数の発生が容易であり、(16)式は任意の長さの観測所間の降水量を同時に模擬発生させるモデル式となる。なお(15)式の直交性より W の逆行列は存在する。

3 適用例と考察

以上の理論を用いて解析した例を示す。Fig. - 1に採用観測所を示す。観測年数は27年間(1943 - 1970)の同時記録を用いた。計算はすべて北大計算センター内FACOM 230-60上で行なった。なお固有値、固有値ベクトルの計算には科学計算用ライブラリーのHOUSE HOLDER法を用いた。

Fig. - 2の実線は原系列のコレログラムの一例を示したものである($N=972$)。この図から旬降水量時系列には1年の卓越周期が見られる。しかしながら、季節変動は全変動の20%程度で小さい。Fig. - 3は旬毎に標準化した系列のコレログラムの一例を示したもので95%信頼限界も加えてある。この図から、季節変動を除いた系列はほぼ

ランダム系列とみなすことができ、マルコフモデルによる模擬発生の適用は困難であると考えられる。Fig. - 4は(13)式の性質に基づいて、固有値の大きい順に第3合成変量までの累加固有値を示したものである。この図は広域にわたる降水分布特性の説明を容易にする。すなわち、冬期の降水は第3合成変量までで全変動の70%程度

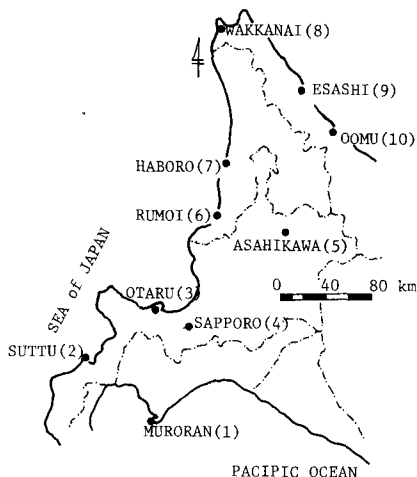
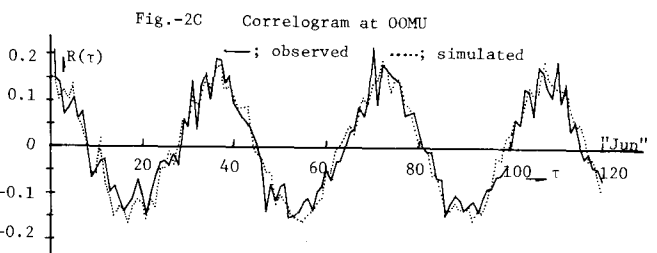
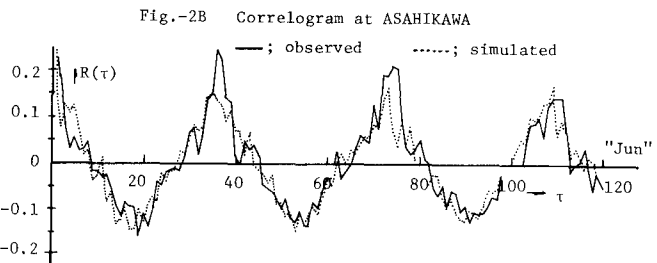
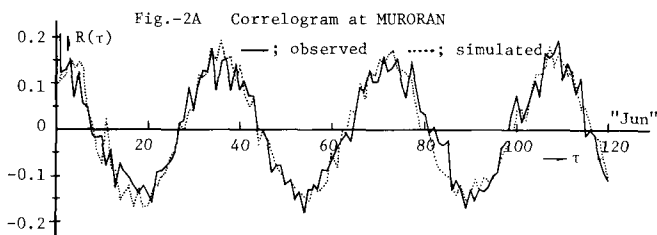


Fig. - 1 Location Map of Selected Stations



を説明するのに反して、夏期の降水は
 90%程度を説明している。この事実は
 冬期の降雪は局所変動が著しく、又夏期
 の降雨期には気圧配置の連続性が広域に
 一様の降雨をもたらす事と符合する。

Fig-5 は (11) 式の固有値ベクトル (構
 造ベクトル) を 3 次元空間で示した一例
 である。この図の番号は Fig-1 の観測所
 番号と対応する。この図の特徴を示すと、例えば、
 11 月の下旬では観測所 1 (室蘭) の構造ベクトルの
 大きさは $(a_1 \ a_2 \ a_3) = (0.902 \ 0.157 \ 0.114)$ と
 なり、10 地点の観測所は同じ降水特性を有する小
 グループに分けられる。すなわち、11 月下旬では $($
 $1, 3, 4)$ 、 $(5, 10)$ 、 $(2, 8)$ 、 $(6, 7, 9)$ の観測所群
 に分けられることを示している。

Fig-5 は構造ベクトルの直交性
 によって広域にわたる降水分布特
 性を把握するのに有効である。
 (14) 式によつて 10×10 の重み係
 数行列が標本から決定された後、
 (16) 式によつて 10 地点の 50 年間
 の旬降水量を発生させた。この時
 各観測所のデータはまえもつて平
 方根変換によつて、近似的に正規
 化されたが、各合成変量 g_i は観
 測所のデータの線型結合であるた
 め、必ずしも正規化されない。そ
 こで (14) 式の重みベクトルから
 合成変量毎の歪度を算出し、ガン
 マ分布型の乱数⁽⁴⁾を (16) 式の G に
 発生させて 50 年間のシミュレー

ションを行なつた。Fig-2 の点線はシミュレート
 された旬降水量時系列のコレログラム ($N=1800$)
 の一例を示したものであり、Fig-6 は実測値とシ
 ミュレート値の旬毎の平均値と標準偏差を比較し
 たものである。これらの図から実測時系列とシミ

Fig.-3A Correlogram at MURORAN

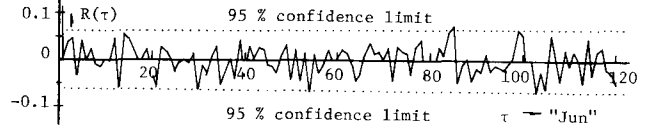


Fig.-3B Correlogram at ASAHIKAWA

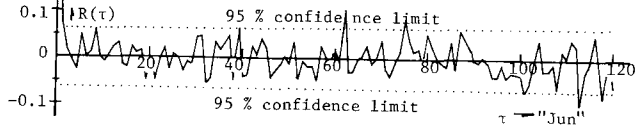
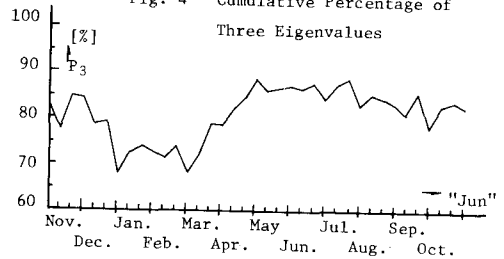


Fig.-4 Cumulative Percentage of Three Eigenvalues



Third "Jun" in November

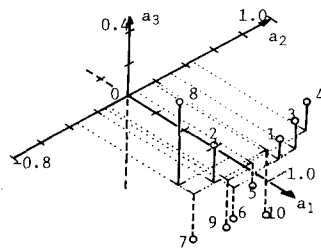


Fig.-5A Distribution of Three Structure Vectors

Third "Jun" in February

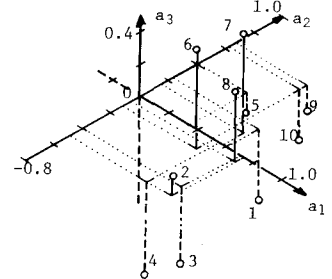


Fig.-5B

Third "Jun" in April

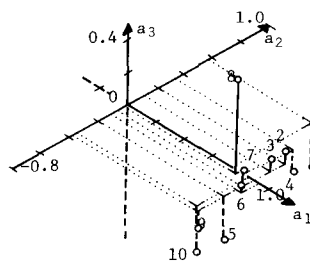


Fig.-5C

Third "Jun" in August

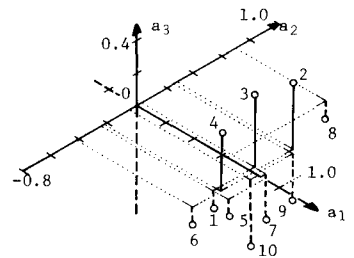
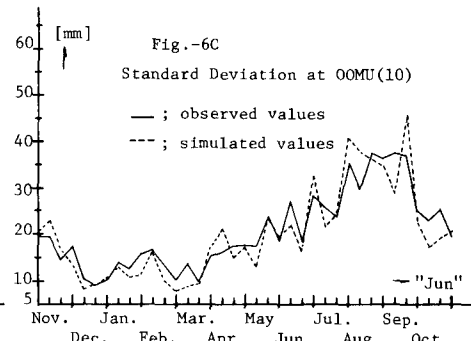
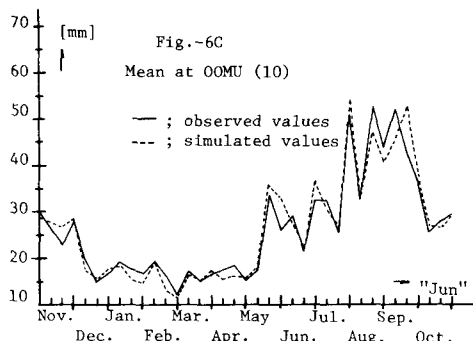
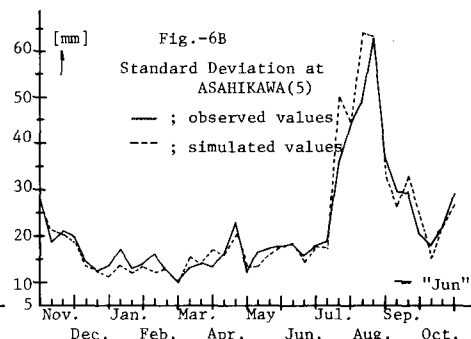
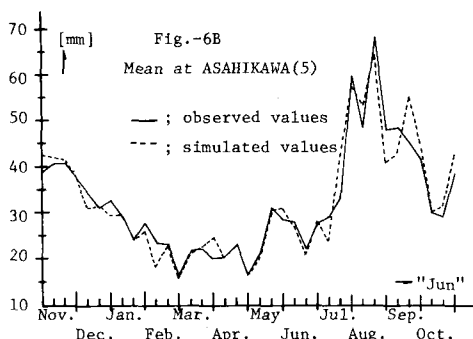
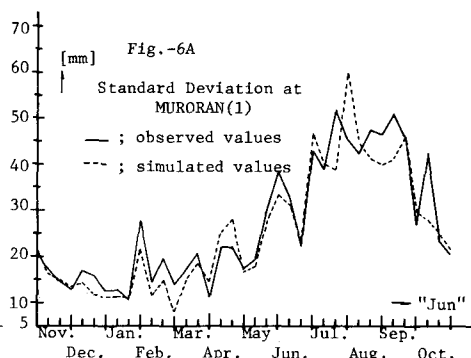
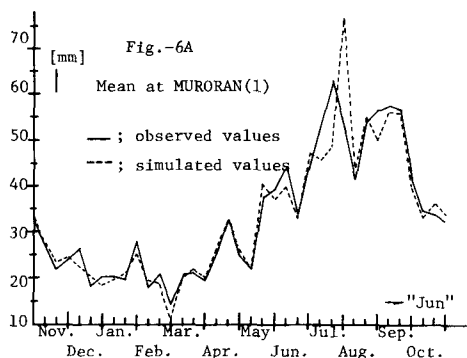


Fig.-5D

ュレートされた時系列に有意な差はみられず、本
 方法は降水量の時系列シミュレーションモデルと
 して有効であることが実証された。

4 むすび 本報告では降水事象の空間分
 布特性が地域毎に異質であるという前提に立つて

、その相異
を与えられ
たデータか
ら抽出する
ため、ベク
トルの直交
性を導入し
た。その結
果、従来の
相関分析の
欠点である
降水現象の
物理的説明
を容易にす
ることがで
きた。又従
来の定常時
系列理論に
よるシミュ
レーション
モデルと違
って、単位
時間が短か
い場合でも
解析と同時
に、モデル



式の逆変換によって、簡単に任意の観測所間の任意の長さの時系列を同時にシミュレートすることが可能である。最後に御指導下さった山岡勲教授に感謝いたします。

参考文献

- (1) D. G. DeCoursey, "the Stochastic Approach to Watershed Modeling", Nordic Hydrology (1971), II。
- (2) 石原藤次郎、池淵周一、"日降水量の空間的・時間的確率構造とそのシミュレーションに関する研究", 土木学会誌論文報告集, 第197号, 1972年1月。
- (3) L. A. Roesner and V. M. Yevdjovich, "Mathematical Models for Time Series of Monthly Precipitation and Monthly Runoff", Colorado State University Paper, No. 15, Fort Collins, Colorado, 1966。
- (4) N. C. Matalas, "Mathematical Assessment of Synthetic Hydrology", Water Resources Research, Vol 3, No. 4, 1967。