

1. 概説

前回までは、セルフ・プライミングの発生形態、発生条件について実験及び理論づけを行った。今回はセルフ・プライミングの発生時の空洞現象について検討した。

暗渠に開水路で流れていた状態より微妙な水理現象の変化から、暗渠の天端に波頭があたると、今までの状況とは異り、上流からのエネルギー伝播が直接に作用し、開水路状態が進展する。この開水路に進展する過程で、空洞現象が発生し、時間的に流量、圧力が変動する、この空洞の発生により管路の様な圧力分布を乱し、局所的な負圧現象を誘発させ、管路の振動と損傷を起す原因となる。そこで空洞内の圧力を理論的に求めて見る事にした。

2. 理論解

・運動の方程式

時間的に変動する状況に対し、この非定常流を二次元定常流と同じ様に取り扱くと、図-1の如くの水頭分布とする、又空洞内の圧力は場所的には変動しないので次の様な運動の方程式が誘導される。

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{2u}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = S_0 - S_f \quad (A)$$

・連続の方程式

圧縮性流体と、非圧縮性流体との混った非定常流の連続の法則を定めるに、図-2の様な水路の微小距離はなれた、2断面間での空気と水との質量保存則を定めると次の様になる。但し空気は圧縮性流体、水は非圧縮性流体と仮定する。

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{T \partial y}{\partial t} + \frac{T}{\omega} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = 0$$

今流量Qと $Q = u \cdot T \cdot g$ と変換すると、

$$D \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + u \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad \text{----- (B)}$$

D: 水理水深 ω : 空洞内の単位体積当りの空気重量 P: 空洞内の空気圧力

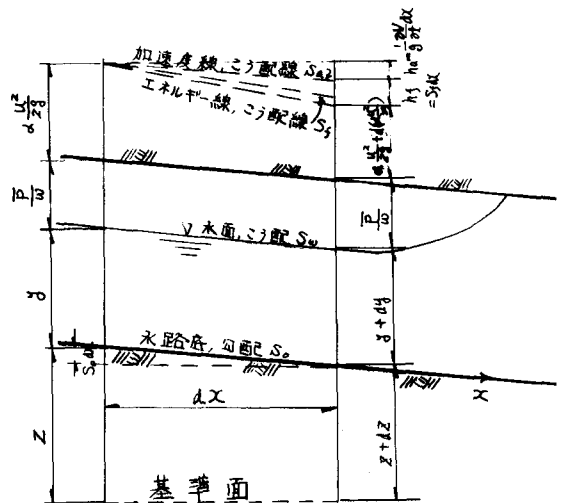


図 - 1

・状態の条件式

空洞内の空気は、水流に溶存している気泡が空洞に入る事なく、空洞より下流へ気泡として流出する事もないとする、又空洞内への熱の出入りがない断熱状態であると仮定する。

今時刻の変動に $\bar{P}V = \text{一定}$ (V : 空洞体積) であるので、

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{P}V) = (\bar{P}l - \int_0^l y dx) \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} + \bar{P} \frac{\partial (\bar{P}l - \int_0^l y dx)}{\partial t} = 0$$

ここで空洞の発生長さ l は変動しないとする。

$$\bar{P}l \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} - \int_0^l y dx \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} - \bar{P} \cdot l \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad \text{--- (C)}$$

(A), (B), (C) 式を満足させる解を求める事は困難であるので、特性曲線法と応用し不安定状態下における $\partial y / \partial x$ に関して求めると。

$$\left\{ \frac{\bar{P}}{\omega g} + \frac{(\bar{P}l - \int_0^l y dx)}{g} \right\} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - \left\{ \frac{du}{\omega g} + \frac{u(\bar{P}l - \int_0^l y dx)}{g} + \frac{du(\bar{P}l - \int_0^l y dx)}{g} \right\} \frac{dx}{dt} + (\bar{P}l - \int_0^l y dx) \left(\frac{du}{g} - \bar{P} \right) = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{P}}{g} (\bar{P}l - \int_0^l y dx) \frac{du}{dt} - \bar{P} \bar{P} (S_0 - S_f) (\bar{P}l - \int_0^l y dx) + \left\{ \frac{(\bar{P}l - \int_0^l y dx)}{g} \frac{dx}{dt} + \frac{\bar{P}}{\omega g} \frac{dx}{dt} - \frac{du}{g} (\bar{P}l - \int_0^l y dx) \right. \\ \left. - \frac{du}{\omega g} \cdot \bar{P} \right\} \cdot \frac{dy}{dt} = 0 \quad \text{--- (2)} \end{aligned}$$

(1)(2)式を連立して求め、境界条件を入れて解くと図-3の様に表せる、が実験値とは少し異った曲線を描く、これは仮定が多く、実際の現象を忠実に把握しきれない点があるのでこの様な結果になった様であるが、ある程度数式的に求める事が出来る様になった。

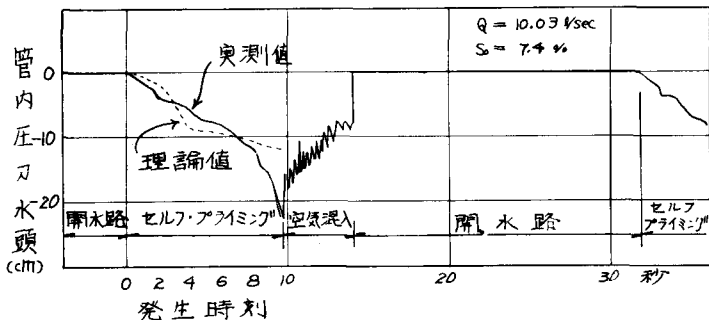


図 - 3

3. むすび

求めた式は長く、あまり現実的な式ではないので簡略化する必要がある、又空洞内への気泡の出入りを含んだ解法がこれからの問題となり、より忠実に現象を表せる様になると思はれる。この現象は暗渠の安全性を欠くと云う事もあるが、この空洞領域を把握する事により、この負圧を応用して、逆に力源として用いる事も可能であり、実験と重ね現象把握を進める所存です。