

京大防災研究所 正員 宇民 正

1. 概説

開水路せん断流中に障害物が置かれた場合、その前面に発生する馬蹄型渦が局所洗掘の原因になる事が指摘され、¹⁾その後そのような渦にともなう障害物前面の降下流について若干の研究がなされている。^{2) 3)}しかしこのような渦による逆流についてはまだ解析的研究がなされていない。

本報告は、平滑な固定床水路の中央に角柱を一本設置した時、その前面に発生する渦に着目して現象を単純なモデルにおきかえ、流れの機構を実験的かつ解析的に検討しようとしたものである。

2. モデルの設定とそれに基づく解析

Fig.1は角柱前面を含む水路横断面($X=0$ cm)およびそれより5 cm, ∞ cm 上流の各横断面において、水路床からの各高さにおける単位高さを通過する流量をその高さに関連づけたものである。この図から、流量の分布曲線は下流側の断面程下ぶくれになり、しかもその傾向は $X=0$ cmと $X=-5$ cmの断面の間で著しい事がわかる。このような現象は角柱前面の馬蹄型渦にともなう降下流によるものであり、その結果、このような流れの場を水路床に平行な断面で切つてその断面内に含まれる流れの部分を考えて、接近流速は側壁の近傍を除いて一様に分布しており、断面内の流量は角柱前面に近づくにつれて水面近くでは減少し、水路床近くの断面では増大する。しかもこのような流量変化の度合いは角柱のごく近傍で著しい。さらにトレーサーを流れの中に入れて観察すると、角柱前面の水路床に近い部分では局所洗掘の原因となる強力な逆流が生じ、その範囲は角柱をとり囲む形で円弧あるいは内弧状をなしている。

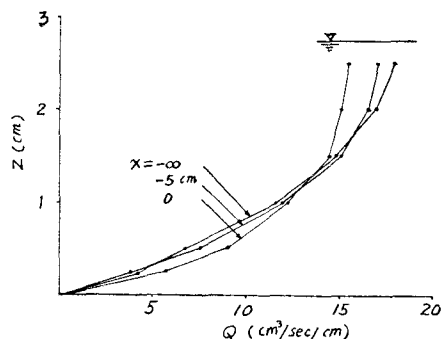


Fig.1 単位高さあたりの流量の分布

以上のような実験による現象把握に基づいて次のような解析モデルを設定する。すなわち、角柱がその一面を主流流下方向と直角になるように設置されている場合、その前面の角の所で流れがはくりするので、前面の流れについて考察する場合は平板の前面の流れとほとんど同じものになるであろうことが推測されるので、ここでは $X=0$ cmの位置に幅 $2a_0$ の平板が主流流下方向と直角に設置された場合について解析的に検討する。さらに、流れの場を水路床面に平行な断面で切つた時、その断面内では流れはポテンシャル流であるとし、同時に平板の上流側表面から単位面積あたり $m_0(Z)$ の湧出し、下流側表面に同量の吸込みがあるものとする。以上のモデルに基づいてつぎに若干の考察を行なう。

以上のような実験による現象把握に基づいて次のような解析モデルを設定する。すなわち、角柱がその一面を主流流下方向と直角になるように設置されている場合、その前面の角の所で流れがはくりするので、前面の流れについて考察する場合は平板の前面の流れとほとんど同じものになるであろうことが推測されるので、ここでは $X=0$ cmの位置に幅 $2a_0$ の平板が主流流下方向と直角に設置された場合について解析的に検討する。さらに、流れの場を水路床面に平行な断面で切つた時、その断面内では流れはポテンシャル流であるとし、同時に平板の上流側表面から単位面積あたり $m_0(Z)$ の湧出し、下流側表面に同量の吸込みがあるものとする。以上のモデルに基づいてつぎに若干の考察を行なう。

(1) 複素ポテンシャル関数; Lamb⁴⁾の定義に従って複素ポテンシャル関数 w , 流れ関数 ψ および速度ポテンシャル関数 ϕ を設定すると、水路床に平行な断面内に流れについて次式を得る。

$$w \equiv \phi + i\psi = U_0 \{ KZ - (1+K)\sqrt{Z^2 + a_0^2} \} \quad \text{----- (1)}$$

ただし、ここで $Z = x + yi$, $K = m_0/U_0$, U_0 は接近流速である。

(2) 流れ関数; 上式の右辺の虚数部分を計算することにより流れ関数は次のように与えられる。

$$\psi = U_0 \left\{ KY - (1+K) \frac{(Y/|Y|)}{\sqrt{-(X^2 - Y^2 + a_0^2) + \sqrt{(X^2 - Y^2 + a_0^2)^2 + 4X^2Y^2}}} \right\} \quad \text{--- (2)}$$

上式において $K=1.0$, 0 , および -0.5 の場合について流線を計算したものが Fig. 2 (a)~(c) である。

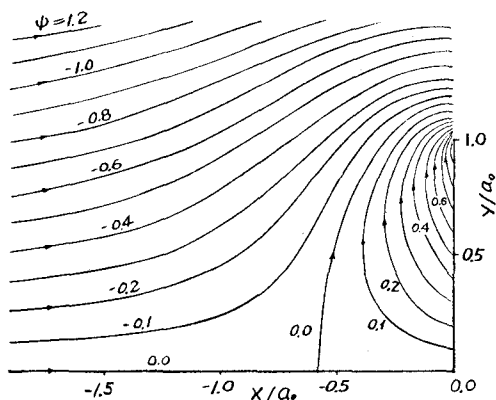


Fig. 2 (a) 流線パターン ($K=1.0$)

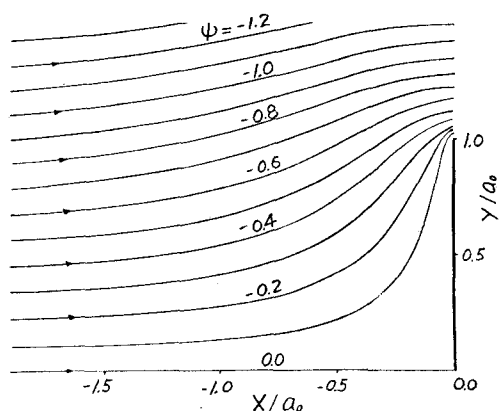


Fig. 2 (b) 流線パターン ($K=0$)

(3) 逆流域の平面形状； 逆流域の境界は $\psi=0$ によって与えられる。(2)式を用いて計算した結果は次のようである。

$K \leq -1/2$ のとき； 逆流域は存在しない。

$K > -1/2$ のとき；

$$\frac{x^2}{\left(\frac{K_0 a_0}{\sqrt{1-K_0^2}}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{a_0}{\sqrt{1-K_0^2}}\right)^2} = 1 \quad \text{----- (3)}$$

ただし $K_0 = K/(1+K)$ である。(3)式は長軸 (Y 軸方向) の長さが $2a_0/\sqrt{1-K_0^2}$, 短軸 (X 軸方向) の長さが $2|K_0| \cdot a_0/\sqrt{1-K_0^2}$ の楕円を表わしている。

(4) 流速分布； (1)式あるいは(2)式により X 軸上および Y 軸上の流速分布を求めると次のようである。すなわち、

$$X=0 \text{ の時 } \begin{cases} u = -U_0 \left(K - \frac{1+K}{\sqrt{Y^2+1}} Y \right) & (|Y| > 1) \quad \text{----- (4)} \\ u = -m_0 & (|Y| \leq 1) \end{cases}$$

$$Y=0 \text{ の時 } u = -U_0 \left(K + \frac{1+K}{\sqrt{X^2+1}} X \right) \quad \text{----- (5)}$$

(4)式および(5)式の関係を図示すると、それぞれFig. 3 および Fig. 4 のようになる。

3. モデルを用いた現象の三次元的考察

以上に述べたモデルによる解析は水路床に平行な断面内における二次元的な取扱ひであるが、実際現

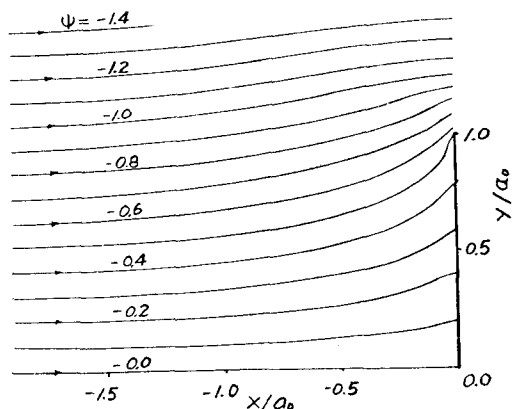


Fig. 2 (c) 流線パターン ($K=-0.5$)

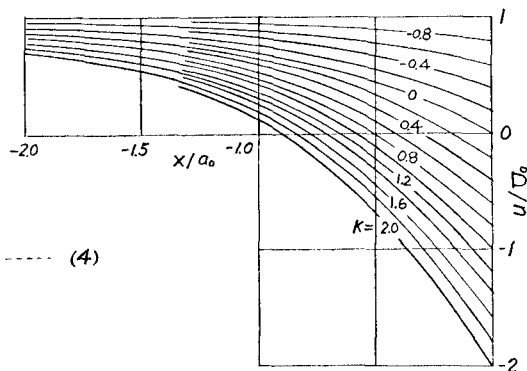


Fig. 3 X 軸上の流速分布

象は三次元的に変化するものであるから、実験結果を考慮に入れながら現象の三次元的な解析法を検討してみる。実験水路は幅20 cmであり、角柱としては1辺が4.5, 4.0, 3.5, 3.0, 2.5 および 2.0 cmの6種類の正方角柱を使用した。現象を単純化してその把握を容易にするため、円流状態で実験を行った。接近流速分布はFig. 5の通りである。

解析モデルにおける水路床面に平行な断面内における平板前面表面からの湧出量の総和は $2Q_0 m_0(z)$ であるから、全水深にわたる前面から湧出量は $\int_0^H 2Q_0 m_0(z) dz$ となる。水面近くの断面では $m_0 < 0$ であり、水路床近くでは $m_0 > 0$ となって、水路床近くの湧出量は水面近くの湧出量より吸収量から供給されると考えると、連続の条件として、

$$\int_0^H Q_0 m_0(z) dz = 0 \quad \text{----- (6)}$$
 が成立たねばならない。

一方角柱周辺の流れの場合、水路中央断面における逆流域の大きさ $\bar{x}$ 、すなわち角柱前面から逆流域の外側境界線までの距離の実測値はFig. 6で太線で示すようである。簡単のために本図において $\bar{x}/H$ と z/H とが線型の関係をもつと仮定し、

$$\bar{x}/H = \alpha - \beta \cdot z/H \quad \text{----- (7)}$$

と置く。ここで α は水路床面における逆流域の大きさすなわち $(\bar{x}/H)_{z=0}$ を表わし、 β はこの配を表わす無次元量であり、ともに Q_0/H の関数であると考える。(3)式から、

$$\frac{\bar{x}}{H} = \frac{K_0 Q_0}{H \sqrt{1-K_0^2}} \quad \text{----- (8)}$$

であり、この式に $K_0 \equiv K/(1+K) = m_0/(U_0 + m_0)$ および(7)式を代入することによって m_0 を求め、それを(6)式に代入すれば α と β の関係がえられる。それを図示したものがFig. 7である。ただし、その計算に際して接近流速 $U_0(z)$ については、平板上を流下する円流の流速分布式

$$U_0 = (U_{\max}/H^2) \cdot z(2H-z) \quad \text{----- (9)}$$

を用いた。ここで $U_{\max}$ は流速分布の最大値であり水面における流速を表わす。本図から明らかのように水深 H と平板の幅 $2Q_0$ と接近流速分布 $U_0(z)$ が与えられたとき逆流域の大きさすなわち α と β を求めるには更に

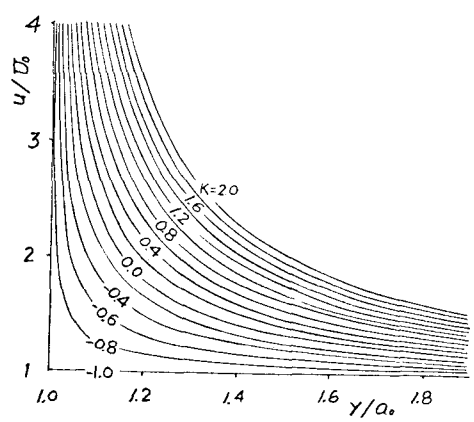


Fig. 4 y軸上の流速分布

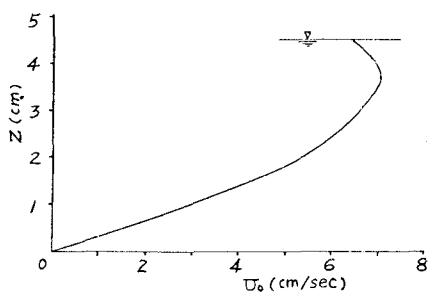


Fig. 5 接近流速分布

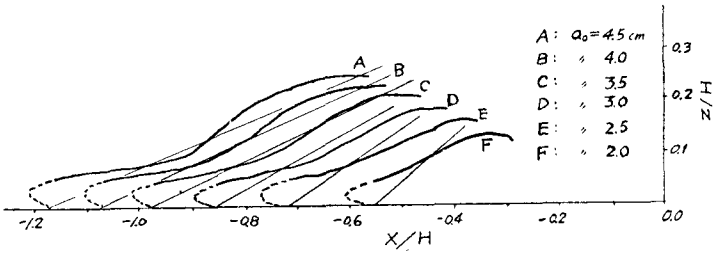


Fig. 6 水路中央断面における逆流域の形状

もう一つの条件式が必要である。本図に α の実測値をプロットするとそれらはほぼ図中の点線で示すような曲線上にのることが認められるので、ここではその曲線を先述の条件式として用いることにすると、 $\beta = \beta(a_0/H)$ はFig. 8のように与えられる。これらの図から α および β は a_0/H の増加関数として与えられることがわかる。また、Fig. 9は $\alpha \cdot H/a_0 = (\bar{x}/a_0)_{z=0}$ と a_0/H の関係を求めたものであるが、この図から、 $(\bar{x}/a_0)_{z=0}$ の値はほぼ一定であるとみなしうる。このことは円柱周辺の流れについても実験的に認められている。⁵⁾

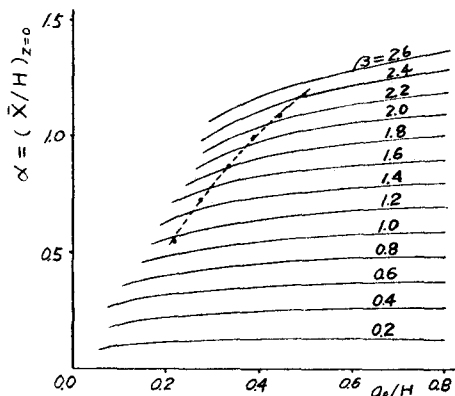


Fig. 7 $\alpha \sim a_0/H$

Fig. 7あるいはFig. 8で与えられる α または β の値を用いて逆流域の形状を求め、Fig. 6に細線で示した。両者はほぼ一致することが認められる。

4. 結語

角柱前面に発生する馬蹄型渦にともなう水路底面付近の逆流の強さおよび逆流域の大きさをモデル設定の下に解析的に求めることを試みた。 a_0/H の関数として与えられる実験定数 α あるいは β の値を適当に定めれば底面付近の流況がかなり詳細に求められることがわかった。これらの実験定数を解析的に求めることが今後の課題である。

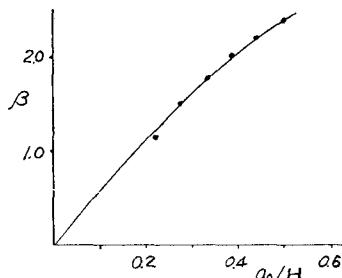


Fig. 8 $\beta \sim a_0/H$

参考文献

- 1) たとえば、石原藤次郎他編、応用水理学
- 2) 小川；土木試験所報告，才42号，北海道庁土木試験所，昭41.11.
- 3) 吉川，福岡，岩間，小菅川；土木学会論文報告集，才194号，昭46.10
- 4) Lamb；Hydrodynamics，Cambridge，1963.
- 5) 宇氏；京大防災研究所年報，才15号，昭47.
(発表予定)

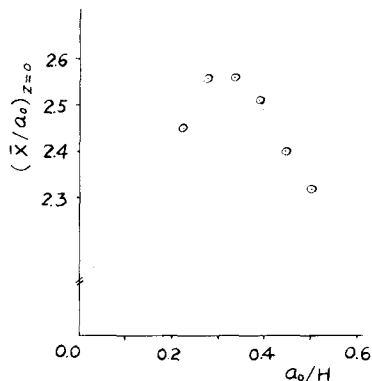


Fig. 9 $(\bar{x}/a_0)_{z=0} \sim a_0/H$