II-83　　粗面開水路における対数型平均流速式についての一考察

北見工業大学工学部　正会員　○内島　邦秀
北見工業大学工学部　正会員　　佐藤　幸雄

1．まえがき

円管内水流の対数流速分布法則が開水路水流にも適用されることが検証されて以来，粗面開水路乱流における対数型平均流速式は，Manningの粗度係数の物理的意味の尺度ともなり，さらに相当砂粒粗度 k_s に関連性がもたれて移動床の抵抗法則として有効となるに至り，Kármán定数 κ が浮遊砂濃度や Froude 数によって変化することが判明されるとともに，k_s の適確な定義あるいは積分定数 A_o について再検討がなされているように思われる。本報告では，k_s はNikuradseの実験の平均砂粒径を使用し，$\kappa=0.4$ として，対数型平均流速式においてKeulegan[1]が断面形状の影響を考慮して補正項 β/κ を導入して $A_o=6.25$ と提唱したことが，従来の2点法さらには春日屋[2]が理論的に誘導した2点法によって十分説明づけられ，結局，Keulegan が直観的に開水路の特性として付け加えた β/κ 項は，対数型流速分布式を有理多項式で近似して派生したものであると解釈してもさしつかえないことを指摘し，さらに近似度をあげることによって A_o がどのような値となるかを検討する。

2．対数型流速分布式および平均流速式

粗面開水路水流の対数型流速分布式および平均流速式は，$\kappa=0.4$，$Z_o=k_s/30$ として，

$$\frac{u}{u_*}=\frac{1}{\kappa}\ln\frac{Z}{Z_o}=8.5+5.75\log\frac{Z}{k_s}\quad\cdots\cdots(1)$$

（1）を Z_o から水深 h まで積分して，$Z_o/h\ll 1$ と仮定して，

$$\frac{u_m}{u_*}=\frac{1}{\kappa}\left(\ln\frac{h}{Z_o}-1\right)=A_o+\frac{1}{\kappa}\ln\frac{h}{k_s}$$

$$=6.0+5.75\log\frac{h}{k_s}\quad\cdots\cdots(2)$$

であり，Keulegan の $\beta=0.1$ を導入すれば，次の（3）のように表わされ得る。

$$\frac{u_m'}{u_*}=\frac{1}{\kappa}\left(\ln\frac{h}{Z_o}-1+\beta\right)$$

$$=6.25+5.75\log\frac{h}{k_s}\quad\cdots\cdots(3)$$

また，（1）より，

$$\frac{u_{max}}{u_*}=\frac{1}{\kappa}\ln\frac{h}{Z_o}\quad\cdots\cdots(4)$$

（1），（4）より，

$$\frac{u_{max}-u}{u_*}=\frac{1}{\kappa}\ln\frac{h}{Z}\quad\cdots\cdots(5)$$

となり，（5）は欠速度則（velocity-defect law）と呼ばれている[3]。つぎに，（2），（4）から，

$$\frac{u_{max}-u_m}{u_*}=\frac{1}{\kappa}\quad\cdots\cdots(6)$$

であり，（3），（4）から，

$$\frac{u_{max}-u_m'}{u_*}=\frac{1}{\kappa}-\frac{\beta}{\kappa}=\frac{1}{\kappa}-\frac{0.1}{\kappa}\quad\cdots\cdots(7)$$

となる。さて，（5）式に平均流速算定式の従来の2点法を適用すれば，$u_m''=(u_{0.2}+u_{0.8})/2$ より，

$$\frac{u_{max}-u_{0.2}}{u_*}=-\frac{1}{\kappa}\ln 0.8=\frac{0.223}{\kappa}$$

$$\frac{u_{max}-u_{0.8}}{u_*}=-\frac{1}{\kappa}\ln 0.2=\frac{1.609}{\kappa}$$

$$\therefore\frac{u_{max}-u_m''}{u_*}=\frac{1}{2\kappa}(0.223+1.609)=\frac{0.916}{\kappa}$$

$$\fallingdotseq\frac{1}{\kappa}-\frac{0.1}{\kappa}\quad\cdots\cdots(8)$$

となる。（７）と（８）とを比較することにより，Keuleganの付加項β/κは２点法に準拠していることが容易に理解できる。ところで，従来の２点法は理論的根拠がなく，正確には春日屋[2]が平均値法を用いて誘導した２点法を適用することにより，対数型流速分布曲線を高々３次の有理多項式で近似したものとして解釈でき得る。一般には，n点法の適用は高々（$2n-1$）次の有理多項式で近似したことを意味する。（８）式を誘導した計算手順と同様にして春日屋[2]の２，３，４，５点法によって求めた諸値は，表－１のようになる。

次に，流速分布を比較するために足立[4]の方法を用いる。すなわち，（１），（３）から，

$$\frac{u-u'_m}{u_*}=\frac{1}{\kappa}\left(\ln\frac{z}{h}+1-\beta\right)$$

$$=\frac{1}{\kappa}\left\{\ln\left(1-\frac{y}{h}\right)+1-\beta\right\}\cdots\cdots(9)$$

y：水面からの深さ．

となり，計算結果は安芸公式の$\alpha=0$の場合も加えて図－１のようであり，安芸公式が２点法を満足することから，$y/h=0.2$，0.8の点に注目してKeuleganの式と比較しても，Keuleganの式が２点法に準拠していることがわかる。

以上のことから，nを増すことによってβは０に近づいてゆくが，自然河川における垂直流速曲線は２～５次であり，A_0としては6.25が妥当であり，正確には6.26あるいは6.13で十分であろう。また，高次数の場合を推察すると当然移動床の問題へと発展し，κの変化とともに，一義的にA_0の値を決定することは不可能である。

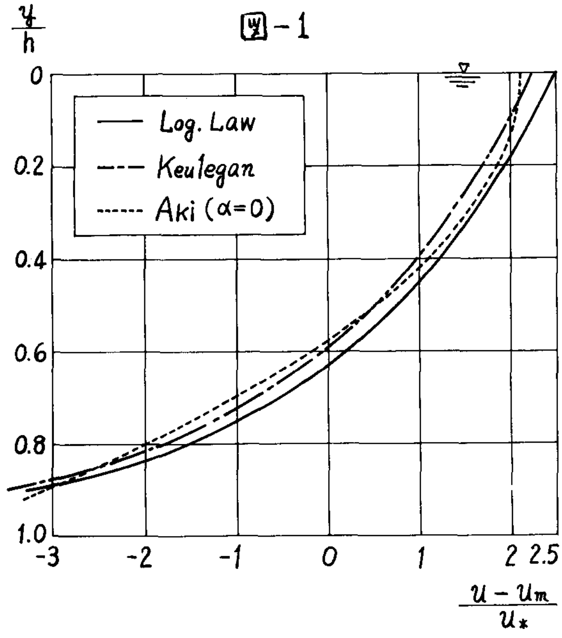
３．あとがき

（５）式は壁面の粗滑にかかわらず成り立つ式であり，滑面開水路においても上記の適用は可能である。また，平均値法の原理から，平均流速算定式の係数の和は１であるから，（１）式に直接適用してもA_0の値は算出され，$\log(h/k_s)$の係数5.75は変化しない。

表－１

n	$\frac{u_{max}-u_m}{u_*}$	β	A_0	備　考
	$\frac{1}{\kappa}$	0	6.0	対数法則
2	約$\frac{0.9}{\kappa}$	0.1	6.25	従来の2点法
2	$\frac{0.896}{\kappa}$	0.104	6.26	春日屋の平均流速算定式
3	$\frac{0.947}{\kappa}$	0.053	6.13	
4	$\frac{0.968}{\kappa}$	0.032	6.08	
5	$\frac{0.979}{\kappa}$	0.021	6.05	

図－1



参考文献

(1) Keulegan, G.H.: Jour. of Research of N.B.S., Vol. 21 (1938).

(2) 春日屋伸昌：土木学会誌，38－7（昭28）.

(3) 例えば，岸力：水理学演習 (2)，学献社（1968）.

(4) 足立昭平：水理公式集の解説と例題，土木学会関西支部（昭39）.

（注）u_mのdash，two-dashは単にKeulegan，平均流速算定式による平均流速を表わしている。