

京都大学防災研究所 正員 ○村本嘉雄
熊谷組 正員 田中修市

1. はしがき : 流路の蛇行と砂礫堆との関連性についてはこれまで数多くの研究がなされており、特に、側岸固定の直線水路における砂礫堆の形成条件と形状特性に関しては一般的な考察が展開される段階にある。しかし、側岸侵食性の流路における砂礫堆については実測資料が少なく、流路の振幅に伴う砂礫堆の性状の変化、卓越した蛇行流路の発生機構、蛇行振幅の進行過程といった現象も十分に把握されていない。本文では、こうした蛇行流路の形成過程に関連して、側岸から供給砂量あるいは振幅条件が流路変動の安定性に及ぼす影響を線形安定論の手法を用いて考察するとともに砂礫堆の特性量・時間的変化および特性量間の関係と蛇行流路の形成機構を実験結果から検討する。

2. 流路変動の安定性に関する考察 : 既報⁽¹⁾に示した流路変動の基礎式に含まれてゐる各水理量と平均量と変動量の和とをえ、変動量に関して線形化した式を求めるとつぎのようになる。

$$\frac{\bar{U}_*}{gh} \left(z \frac{U_*'}{\bar{U}_*} - \frac{h'}{\bar{h}} \right) = -\frac{\partial \bar{z}'}{\partial x} + \frac{1}{g\bar{B}h} \left\{ \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} \left(\frac{B'}{\bar{B}} + \frac{h'}{\bar{h}} \right) - \frac{\partial \bar{Q}'}{\partial t} \right\} - \frac{2\theta}{g} \frac{\bar{Q}}{A^2} \left\{ \frac{\partial \bar{Q}'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x} \left(\frac{Q'}{\bar{Q}} - z \frac{B'}{\bar{B}} - z \frac{h'}{\bar{h}} \right) \right\} - (1 - \beta \bar{F}_1^2) \frac{\partial h'}{\partial x} + \beta \bar{F}_1^2 \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} \left(z \frac{Q'}{\bar{Q}} - z \frac{B'}{\bar{B}} - 3 \frac{h'}{\bar{h}} \right) + \beta \bar{F}_2^2 \frac{\partial B'}{\partial x} + \beta \bar{F}_2^2 \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} \left(z \frac{Q'}{\bar{Q}} - 3 \frac{B'}{\bar{B}} - z \frac{h'}{\bar{h}} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{Q}'}{\partial x} + \frac{\partial (B' \bar{h} + h' \bar{B})}{\partial t} = 0 \quad (2) \quad \frac{U_*'}{\bar{U}_*} = \frac{Q'}{\bar{Q}} - \frac{B'}{\bar{B}} - \frac{h'}{\bar{h}} \quad (3)$$

$$B' \frac{\partial \bar{z}'}{\partial t} + \bar{B} \frac{\partial \bar{z}'}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial}{\partial x} \bar{Q}_0 \left(\frac{B'}{\bar{B}} + [n] \frac{U_*'}{\bar{U}_*} \right) = [n] \bar{Q}_0 \frac{U_*'}{\bar{U}_*} \quad (4) \quad \frac{\partial B'}{\partial t} = \frac{1-\lambda}{1-\lambda_b} \frac{\bar{Q}_0}{D-\bar{z}} \left(\frac{z'}{D-\bar{z}} + [n] \frac{U_*'}{\bar{U}_*} \right) \quad (5)$$

ここに、 $[j] = 2j + 1 + 2j \bar{z}' / (1 - \bar{z})$, $j = m, n$, $\gamma = (U_*' / \bar{U}_*)^2$, $F_1 = \bar{U} / \sqrt{g\bar{h}}$, $F_2 = \bar{U} / \sqrt{g\bar{B}}$ である。平均量(基準量)が定常かつ等流状態にある場合とをえ、代表長として水平方向 B_n , 鉛直方向 h_n ととり、変数および水理量を $z'/B_n = \xi$, $Q_{0nt} / (1-\lambda) B_n h_n = \tau$; $B'/B_n = \tilde{B}$, $z'/z_n = \tilde{z}$, $h'/h_n = \tilde{h}$, etc. のように無次元化して表わし、基礎式を整理すると

$$I_n (z \tilde{U}_* - \tilde{h}) = -\frac{h_n}{B_n} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \xi} - C_n F_n^2 \frac{h_n}{B_n} \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial \tau} + \frac{2\theta}{g} C_n F_n^2 \frac{h_n}{B_n} \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tau} \right) - (1 - \beta F_n^2) \frac{h_n}{B_n} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \xi} + \beta F_n^2 \frac{h_n}{B_n} \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \xi} \quad (6)$$

$$C_n \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tau} \right) + \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial \xi} = 0 \quad (7) \quad \tilde{U}_* = \tilde{Q} - \tilde{B} - \tilde{h} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tilde{z}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \xi} + [m]_n \frac{\partial \tilde{U}_*}{\partial \xi} = S_n [n]_n \tilde{U}_* \quad (9) \quad \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tau} = \alpha S_n (\tilde{z} + [n]_n \tilde{U}_*) \quad (10)$$

となる。ただし、 $C_n = Q_{0n} / (1-\lambda) Q_n$, $S_n = (1-\lambda) g_{0n} B_n / Q_{0n}$, $F_n^2 = U_n^2 / g h_n$, $\alpha = (1-\lambda) / (1-\lambda_b)$ であつて、添字 n は等流状態の水理諸量を表わす。(6)~(10) 式より $\tilde{Q}$, $\tilde{z}$, $\tilde{U}_*$ を消去するとつぎのようになる。

$$\frac{\partial^3 \tilde{B}}{\partial \xi^3} - \left\{ ([m]_n \frac{\partial}{\partial \xi} - S_n [n]_n \frac{\partial}{\partial \xi} - 2 I_n \frac{B_n}{h_n} \frac{\partial}{\partial \tau}) (C_n \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi}) - F_n^2 (C_n^2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + 2\theta C_n \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \xi} + \beta \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \xi^2}) \right\} (\tilde{h} + \tilde{B}) - \left(\frac{\partial^3}{\partial \tau \partial \xi^2} - I_n \frac{B_n}{h_n} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \xi} \right) \tilde{h} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial \tau \partial \xi} + \alpha S_n \left\{ \frac{\partial \bar{B}}{\partial \xi^2} - \left([m]_n \frac{\partial}{\partial \xi} - [n]_n \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \left(C_n \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \right) (\bar{h} + \bar{B}) \right\} = 0 \quad (12)$$

以上より、(11)と(12)式の $\bar{h}$, $\bar{B}$ に波動関数を仮定することにより、変動の安定性が検討できる。しかし、式が複雑になるので、通常用いられる $Q_n \gg Q_{on}$ の仮定、すなわち (11), (12) 式で C_n を含む項を無視できる場合について考察する。

まず、側岸からの流入土砂の影響だけを考え、 $\bar{B} = 0$ とすると、(11)式のみ条件式となり、

$$\left\{ [m]_n \frac{\partial}{\partial \xi} - S_n [n]_n \frac{\partial}{\partial \xi} - 3 I_n \frac{B_n}{h_n} \frac{\partial}{\partial \tau} + (1 - \beta F_n^2) \frac{\partial}{\partial \tau \partial \xi} \right\} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \xi} = 0 \quad (13)$$

が得られる。上式の $\bar{h}$ に振幅中、波数 k の複素波動関数 $\bar{h} = \phi \exp(\gamma \tau + i k \xi)$, $\gamma = \gamma_1 + i \gamma_2$ を代入し、変動の増幅率 $\mu = \gamma_1$, 伝播速度 $\omega = -\gamma_2/k$ を求めるとつぎのようになる。

$$\mu = - \left\{ 3 [m]_n I_n B_n / h_n + (\beta F_n^2 - 1) [n]_n S_n \right\} k^2 / P_n \quad (14) \quad \omega = \left\{ [m]_n (1 - \beta F_n^2) k^2 + 3 I_n B_n [n]_n S_n / h_n \right\} / P_n \quad (15)$$

ただし、 $P_n = 9 (I_n B_n / h_n)^2 + (\beta F_n^2 - 1)^2 k^2$ である。(14), (15) 式より S_n すなわち側岸からの給砂は他の条件を一定とすると、変動の伝播速度を増大させる効果を持ち、増幅率に対しては、 $F_n^2 < 1/\beta$ で増幅、 $F_n^2 > 1/\beta$ で減衰作用をもつことがわかる。また、 $S_n = 0$ の場合は、 $F_n^2 \geq 1/\beta$ に対して $\omega \leq 0$ で、常に $\mu < 0$ という周知の関係が得られる。一方、 $S_n \neq 0$ では、

$$\mu \geq 0 ; F_n^2 \leq \frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{3 [m]_n I_n B_n}{[n]_n h_n S_n} \right) \quad (16) \quad \omega \geq 0 ; F_n^2 \leq \frac{1}{\beta} \left(1 + \frac{3 [n]_n I_n B_n S_n}{[m]_n h_n k^2} \right) \quad (17)$$

の関係にあるので、 $F_n < \sqrt{(1 - 3 [m]_n I_n B_n / ([n]_n h_n S_n)) / \beta}$ の場合に $\mu > 0$, $\omega > 0$ となる。すなわち、側岸からの給砂の影響により、常流状態で下流方向へ伝播する擾乱が発達する可能性が生ずる。

つぎに、 $\bar{B} \neq 0$ の場合を検討するために上と同様に (11), (12) 式に $\bar{h} = \phi_1 \exp(\gamma \tau + i k \xi)$, $\bar{B} = \phi_2 \exp(\gamma \tau + i k \xi)$ を代入し、 ϕ_1 , ϕ_2 を消去すると、

$$A_1 \gamma^2 + A_2 \gamma + A_3 = 0 \quad (18)$$

ただし、 $A_1 = 3 I_n B_n / h_n - (1 - \beta F_n^2) k i$, $A_2 = \alpha S_n [n]_n I_n B_n / h_n + [m]_n k^2 + (1 - \alpha) S_n [n]_n k i$

$$A_3 = \alpha S_n \left\{ ([n]_n - [m]_n + 1 - \beta F_n^2) k^2 + S_n [n]_n I_n B_n / h_n - (S_n [n]_n + [m]_n I_n B_n / h_n - 3 I_n B_n / h_n) k i \right\}$$

となる。さらに、 $A_1 = a_1 + b_1 i$, $A_2 = a_2 + b_2 i$, $A_3 = a_3 + b_3 i$, $\sqrt{A_1^2 - 4 A_1 A_2} = a_4 + b_4 i$ とおいて、(18) 式より変動の増幅率および伝播速度を求めるとつぎのように表わされる。

$$\mu = \{ -(a_1 a_2 + b_1 b_2) \pm (a_1 a_4 + b_1 b_4) \} / 2 (a_1^2 + b_1^2) \quad (19) \quad \omega = k \{ (a_1 b_2 - a_1 b_1) \pm (a_1 b_4 - b_1 a_4) \} / 2 (a_1^2 + b_1^2) \quad (20)$$

(19), (20) 式からは変動の安定性について一般的検討はむずかしいので、表-1 に示した本実験条件に因りて数値計算を行ない、 $k = 0.42 \sim 1.5$ の範囲について μ の符号を検討した。その結果、Exp. VII の下流区間 (D.S.R.) の条件以外はすべて $\mu < 0$ となり、本実験程度の側岸侵食では流路変動に対する影響は少なく、河床形態の発達には他の要素が関係することになる。しかし、以上の考察では基底量も等流状態を考慮し、初期の流路条件のみを対象としているので、振幅に伴う流路変動の安定性を論ずるには、さらに (1) ~ (5) 式へ基底量・時間的変化の影響も検討する必要がある。

3. 砂礫堆と蛇行流路の形成状況：本研究でこれまで行なつた実験の条件を一括して表-1 に示す。流路の延長は 110 ~ 130 m, 実験砂の平均粒径は 0.87 mm, 標準偏差は 2.62 であり、上流端は流入角 0 で給砂をなす状態、下流端は Exp. I 以外のケースは投落状態にある。また、これらの実験のう

ち Exp. I-1, II, III, IV および VIII は一様こう

表-1 実験条件

配で定常流下の通常の実験である。断面
手法と流量条件だけ変えている。その他の
ケースは特殊な条件を与えたもので、Exp. IV
と VI は二段変こう配の実験、Exp. I-2 と
VII はそれぞれ二段階、三段階の流量変化を
与えた実験、Exp. IX は流路の右岸を砂礫を
は、たトタン板で固定した実験である。

以上のすべての実験ケースにおいて砂礫堆
の発生が観察されたが、Exp. I-1~IV の現象
は既報で述べた Exp. II の場合で代表される
ので、他のケースのうち特徴的な現象を概

Exp. No	流路形状(台形)			河床の勾配	流量 (kg/sec)	通水時間 (hr-min)
	底面幅 (cm)	斜面 こう配	深さ (cm)			
I-1 I-2	100	1:1	20	$1/200$	7.5 15.0	100'-00" 30'-19"
II	100	1:1	20	$1/200$	15.0	28'-41"
III	50	1:2	10	$1/200$	6.0	71'-26"
IV	50	1:2	10	$1/200$	15.0	25'-00"
V U.S.R. D.S.R.	50	1:2	10	$1/200$ $1/500$	6.0	55'-30"
VI U.S.R. D.S.R.	50	1:2	10	$1/200$ $1/500$	15.0	37'-30"
VII	50	1:2	10	$1/200$	6.0~30.0	31'-00"
VIII	25	1:2	5	$1/200$	5.0	22'-00"
IX	50	1:2	10	$1/200$	15.0	30'-00"

述するとつぎのようである。Exp. VI では、通水初期に急こう配区間で砂礫堆が発生し、それが順次下
流へ移動する過程をたどる。砂礫堆の移動速度は時間的に次第に減少するが、下流に比して上流側の
減速度割合が大きく、その結果砂礫堆の波長は一樣に伸びる。他の実験ケースについても波長の伸長は
大部分このような機構によって生ずるが、相隣る砂礫堆が次第に近接し、ついに消滅して波長が長く
なる場合も稀にみられた。蛇行流路は砂礫堆の移動が停止する状態が発生し、とくに堆積の著しい
初期こう配の急折角で顕著な蛇行が発生する。Exp. VII では、流量の上昇段階で波長が短く、伝播速度
の大きい砂礫堆が右流量段階に対応して継続的に発達し、流量の降
下段階で急激に移動速度が減少して蛇行流路が発生する。さらに流
量の減少とともに砂礫堆と蛇行流路の一對一対応が不明確になり、
流路の分岐ととも変化が激しくなって網状流路の形態を呈する。

一方、Exp. V と VIII では、掃流力がいましく、砂礫堆が発生した時点で抗
幅も停止し、蛇行の発生をみなかった。Exp. IX では、両岸侵食の場
合に比して砂礫堆の移動速度および波長変化が緩慢であるが、同様
の発達過程をたどり、左岸に砂礫堆を支配した顕著な局所侵食を
生ずる。

以上のように各実験ケースによって砂礫堆と蛇行流路の形成状況
は若干異なるが、Exp. V~IX の特殊な条件下でも Exp. I~IV の場合と同
様に安定な砂礫堆が形成され、その形状および分布特性に関して実
験条件の差は顕著に認められなかった。

4. 砂礫堆の特性量間の関係：砂礫堆の特性を明らかにするには
は、波長(L)、波高(Z)、幅(B)、移動速度(V)、伝相差、波形について検
討する必要があるが、伝相差と波形については十分な資料を得て
ないので、他の4つについて述べる。図-1 はこれらの特性量の時間
の変化を測定した一例である。右量の平均値と変化範囲が示して

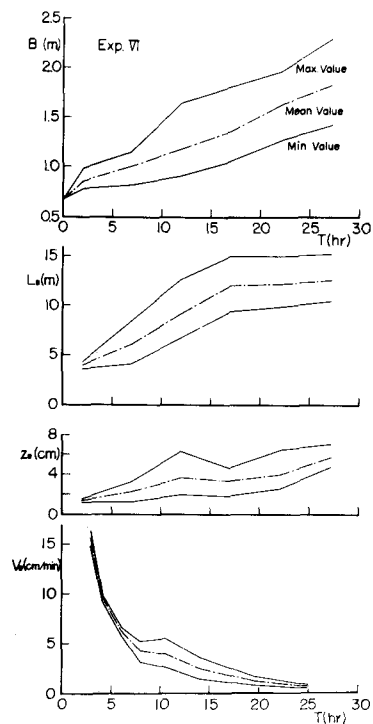


図-1 砂礫堆の特性量の時間の変化

ある。蛇行発生時臭まで ($T < 20^{\text{hr}}$)、流路幅の増大に対応して、砂礫堆の波長と波高が増大し、移動速度が急激に減少することがわかる。つまり、流路幅と波長および波長と波高との関係を図-2、図-3のようになる。これらの図には従来の実験および実河川の資料も示してあるが、(1) $L_B = k_1 B$, $Z_B = k_2 L_B$ (k_1, k_2 : 定数) の関係が認められる。しかし、 $k_1 = 3 \sim 20$, $k_2 = 10^{-2} \sim 10^{-3}$ であって変動幅が広い。一方、砂礫堆の移動量が流砂量に対応する場合を考えると、 $Q_B = k_3 Z_B B V_B$ (k_3 : 定数) と表わし、 Q_B に Brown 形式の表示を用いると $V_B = k_1 Q_B / k_2 k_3 L_B^2 = \frac{k_1 c}{k_2 k_3} \left(\frac{1 - \gamma_0 c^{1/2} b^{1/2}}{1 - \gamma_0} \right) \frac{Q_{B0}}{L_{B0}^2}$ となる。ただし、 $c = I_0 / I_0$, $b = B / B_0$, $\gamma_0 = (U_{*c} / U_{*0})^2$ であり、添字 0 は初期値を表わす。図-4 は V_B と L_B との関係と各実験ケースについて調べたものであり、直線は各実験の初期値と Exp. IV の測定値から求めた実験式 $V_B = 1.5 \times 10^3 Q_{B0} / L_{B0}^2$ の関係を示している。蛇行の発生により、 $L_B \rightarrow \text{一定}$, $V_B \rightarrow 0$ となる範囲を除いて $V_B \sim L_B^{-2}$ の関係が認められ、流砂量の大きさに応じて各ケースが分離している。

5. 蛇行流路の形成機構：蛇行の形成過程を砂礫堆の特性量と対応付けて説明するとつぎのようである。砂礫堆の波長が短い時点では波高が低く、移動速度が大きいため、流量の偏りが少なくかつ側岸に対する主流線の作用時間は短くなり、側岸は一般に崩れていく。振幅に対応して波長が伸びるにつれて流量の偏りが大きくなり、かつ作用時間が長くなり、局部侵食が進行し、やがて時臭の砂礫堆の波長に対応した蛇行が形成される。このように砂礫堆の作用時間に注目して、蛇行発生時の波長と流量との関係と求めた。いま、蛇行発生時の作用時間を $T_B = L_B / V_B = T_{Bc}$ 、蛇行波長を $L_B = L_H$ とし、 $Q_B = k_4 Q^{3/2}$ の関係を仮定すると、上述の特性量間の関係から $L_H = a Q^{1/2}$, $a = k_1 k_4 T_{Bc} / k_2 k_3$ と表わされる。 $k_1 \sim k_4$ として本実験の平均値 $k_1 = 6$, $k_2 = 4 \times 10^{-2}$, $k_3 = 0.1$, $k_4 = 2 \times 10^{-2} (\text{m}^3/\text{sec})^{-1/2}$, $T_{Bc} = 10^{\text{hr}}$ を代入すると $L_H = 100 Q^{1/2} (\text{m} \cdot \text{sec})$ となる。これより得られている経験則では指数は $0.4 \sim 0.5$ 、係数は $40 \sim 70$ である。しかし、 $k_1 \sim k_4$ の変化範囲が広く、 T_{Bc} は側岸の侵食抵抗に依存し、また Q の代表値を決めるにも問題があるため、上の関係は概略値を示すものといえる。

6. むすび：以上、蛇行流路の形成過程について、砂礫堆の特性量の平均値に注目して概略的に検討を行なったが、実際には砂礫堆相互の関係とその安定性を明らかにすることが重要であり、さらに砂礫堆の形状についての詳細な測定と長期的な変動機構を検討したことを述べている。

1) 村本, 田中, 藤田: 土木学会 26 回年講 (1971), 2) 芦田, 村本, 奈良井: 土木学会 25 回年講 (1970)

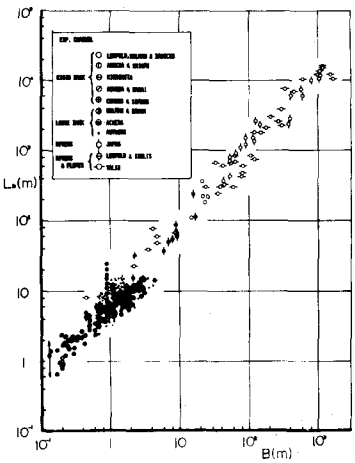


図-2 砂礫堆の波長と幅との関係

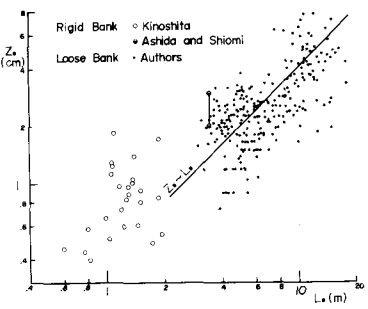


図-3 砂礫堆の波高と波長との関係

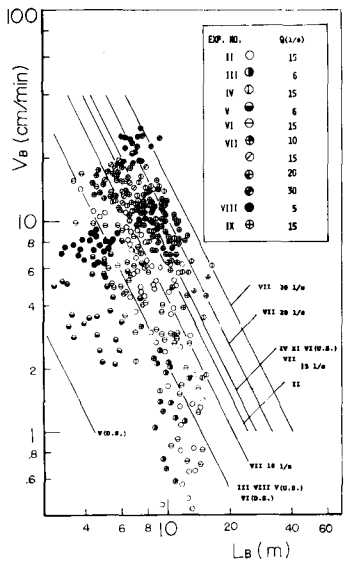


図-4 砂礫堆の移動速度と波長の関係