

九州大学 正員 橋 東一郎
佐賀大学 " 〇 渡辺 訓南
奥村組K.K. " 岡田 豊昭

河床波上の流れにおいて、著者らは以前¹⁾波長間の流れが加速、減速の繰返しであることによる河床剪断応力の変化と流砂の非平衡性を考慮して河床の安定性を調べた。その結果、dune, flat bed, anti-dune の発生区分についてはある程度明らかにすることができたが、この理論では卓越波長を決めることができなかった。ここで、岩佐教授の河床波上の流れの研究²⁾に於いて遠心力の効果を導入し、再び河床の安定性を検討した。これらの理論は微小振幅波の仮定に基づくので、実際の流路床上に発達している河床波の波長、伝播速度にうまく適用されることは期待し難いであろうが、簡数形を決める上には役立つものと思われる。本文では、河床波の波高、波長、波形勾配について、この理論に基づいて従来の実験資料を整理した。また、移動床の抵抗則についてもあらい考察を加えた。

1. 河床の安定性

河床高を $\frac{z}{h} = \frac{z_0}{h} e^{i(\omega t + i(\beta x + \beta y))}$, ($\xi = x/h$, $\beta = 2\pi h/\lambda$),

とおくと、遠心力の影響を考慮し、微小量を無視すると、 η および波速 $-v_2/\beta$ はそれぞれ次式となる。

$$\eta_1 = \frac{\beta^2 M}{(\beta^2 E^2 + 1)} \cdot \frac{1 - \lambda_1 \beta^2 F^2}{\{1 - (1 + \lambda_2 \beta^2) F^2\}} \cdot \{g\alpha - E(2 + 2\alpha)\} \quad (1)$$

$$-\frac{v_2}{\beta} = \frac{M}{(\beta^2 E^2 + 1)} \cdot \frac{1 - \lambda_1 \beta^2 F^2}{\{1 - (1 + \lambda_2 \beta^2) F^2\}} \cdot \{\beta^2 E g\alpha + (2 + 2\alpha)\} \quad (2)$$

ここに、 $\alpha \div 5$ は加速、減速の影響、 $E = \frac{\gamma_0 d}{\gamma} (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma})$
 $= L/h$ は砂粒の非平衡性を表わすパラメーターで、
 L は Einstein 流の移動砂の平均移動距離である。また
 $M = \frac{3}{2} \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0}$ 、 $\lambda_1 \div 0.5$ 、 $\lambda_2 \div 0.34$ はそれぞれ底面
 および水面における遠心力の影響を表わすパラメーターである。なお、 g, α は流速係数 φ によってわずかに変化するが、 $g \div 3$ 、 $\alpha \div 1/6$ である。

河床の安定・不安定の境界を β と Froude 数 F との関係として表示すると図-1 が得られる。図には安定・不安定の領域および攪乱の進行方向も記入してある。前報 ($\lambda_1 = \lambda_2 = 0$) と比較すると、① dune $\rightarrow$ flat bed $\rightarrow$ anti-dune の境界は前とはほとんど変わらない。かつ、前の安定領域の一部に anti-dune の発生する狭い領域がある。② 林数校の potential 理論とはほぼ同様に、Froude 数の大きい射流の領域で anti-dune の隣りに下流側に伝播する安定域がある。③ $\beta \div 5$

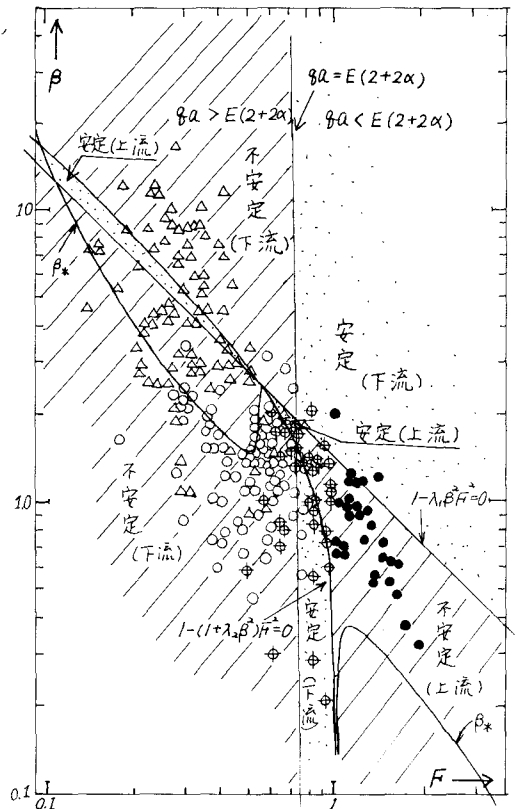


図-1

の波長帯で、流れが常流の領域に上流側に伝播する狭い安定領域が存在しているが、この物理的な意味は明らかでなく、この安定領域は実際には存在しないのではないかと考えられる。

卓越波長は $d\lambda/d\beta = 0$ なる β を β^* とし、次式で与えられる。

$$\beta^2 = \frac{\lambda_1 F(1-F^2) \pm \sqrt{(1-F^2)(\lambda_1 F^2 + E^2)} \{ \lambda_1(1-F^2) - \lambda_2 \}}{F[\lambda_2 F^2 - \{ \lambda_1(1-F^2) - \lambda_2 \} E^2]} \quad (3)$$

E は Froude 数 F を用いて

$$E = \frac{\gamma_0}{\gamma} \frac{F^2}{\varphi^2} \frac{1}{\psi} \left(1 + \frac{\Phi_0}{A^*} \right), \quad (\gamma: \text{砂の水中比重})$$

と変形されるから、掃流力 $\psi = 0.5$ とし、dune, ripple 域では $\varphi = 14$ 、anti-dune 域では $\varphi = 25$ とし、上式から β^* と F の関係を求めたものが図-1に示してある。なお、 ψ 及び φ の値によって両曲線は若干上下するが量的には着しいものではない。同図には表-1の実験資料を用い、Yaline に従って、 $\frac{u_{xd}}{v} < 20$ と ripple Δ 、 $\frac{u_{xd}}{v} > 20$ と dune $\circ$ 、flat bed を $\oplus$ 、anti-dune を $\bullet$ とし示している。傾向としてはある程度実験を説明しているといえよう。

2. 河床波の波高 Δ 、波長 λ 、波形勾配 Δ/λ

波高: dune 型の河床波が波形を変えずに、進行速度 u_r で伝播するとき、その奥の流砂量は q_B とし $u_r \eta = q_B / (1 - \varepsilon)$ 、(ε : 砂の空隙率)、であるから

$$\bar{q}_B = (1 - \varepsilon) \cdot \eta \cdot u_r \Delta$$

上式の u_r を (2) 式を用い、河床波形を近似的に三角形 ($n \approx 0.5$) とみなす。また、dune, ripple の存在範囲においては Froude 数や速心力の影響は初めないので $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ とすると、 Δ/η は次式となる。

$$\frac{\Delta}{\eta} \frac{3}{2} \frac{\psi}{\psi - \psi_c} \frac{1}{1 - F^2} = \frac{2(\beta^2 E^2 + 1)}{\beta^2 E \varphi a + (2 + 2\alpha)} \quad (4)$$

dune についての実験値を用い、上の関係を調べたものが図-2で、散らばりは大きい、平均的には (4) 式がよく適合している。また、ripple の場合も散らばりは更に著しいが平均的にはほぼ一致する。実用上の表示式としては、上式の右辺を $0.182 E$ で近似して

$$\frac{\Delta}{\eta} \frac{3}{2} \frac{\psi}{\psi - \psi_c} \frac{1}{1 - F^2} = 0.182 E \quad (5)$$

記号	実験者	d_{50} (mm)	記号	実験者	d_{50} (mm)
$\circ$	工研研究所	0.8 ~ 1.0	$\oplus$	橋(聖伊川)	1.1 ~ 1.4
$\bullet$	田中	0.73	$\ominus$	〃(人工水路)	1.3 ~ 2.2
$\circ$	Vanoni	0.14 ~ 0.23	ϕ	〃(実験水路)	0.33 ~ 0.84
$\bullet$	Kennedy	0.23 ~ 0.93	$\bullet$	Laurson	1.1
$\otimes$	白砂	0.8	$\emptyset$	Straub	0.69
$\circ$	Simons	0.45	$\otimes$	Ackers	0.16

表 - 1

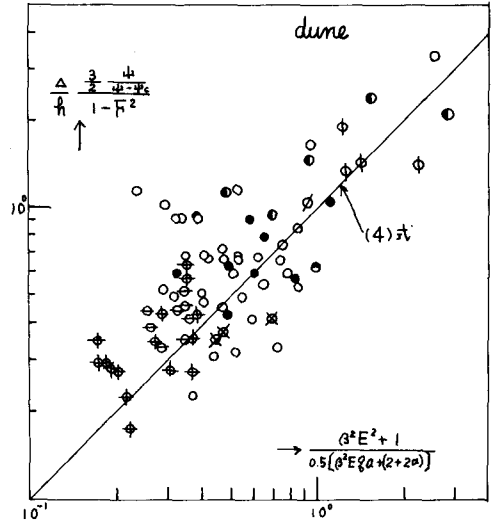


図 - 2

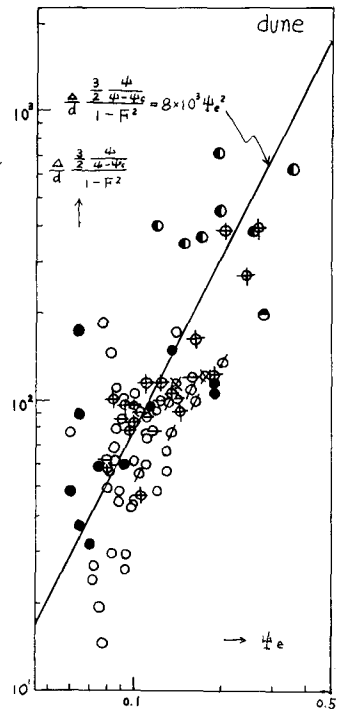


図 - 3

変形して

$$\frac{\Delta}{d} \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\lambda - \lambda_c} \frac{1}{1 - F^2} = 0.182 \lambda_0 (1 + \frac{\lambda_0}{A_*}) = f(\lambda_e) \quad (6)$$

ここに、 $\lambda_0 \doteq 100$, $A_* = 1/10$, λ_0 は流砂量の無次元表示で $\lambda_0 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{g d^3}} = k \lambda_e (1 - \frac{\lambda_e}{\lambda_0})$ で $\lambda_e = \lambda \frac{\rho}{\rho_s}$, ($\rho = 6.0 + 5.75 \log \frac{\lambda}{d}$), の関数である。dune について波高と λ_e との関係も調べたものが図-3である。精度はかなり悪いが、強引に平均直線をひくと図中に示すようになり、 $\lambda_e \geq 0.1$ では(6)式の右辺は λ_e の2乗にほぼ比例する。なお、 λ_e のかわりに λ を用いると

$$\frac{\Delta}{d} = 5.33 (1 - F^2) \cdot \lambda (\lambda - \lambda_c) \quad (7)$$

と表示される。

波長: dune の場合、図-1にみられるように λ/d の値は 2.5 ~ 10 の範囲に散らばっているが、この散らばりをうまく整理することができなかった。ここでは平均値をとり、Yalin と同様に $\frac{\lambda}{d} = 5.0$ とする。ripple については、Yalin は $\lambda = 1000 d$ を与えているが λ/d は λ_e に対してかなり良くとり、図-4の実線は

$$\frac{\lambda}{d} = 1.64 \times 10^3 \lambda_e^{0.36} \quad (8)$$

である。ripple は一般に3次元的な複雑な形状をもつ。しかし、その発生初期においてはかなり2次元的で、時間の経過とともに随処に浮振れを発生して3次元的な形状に移行する。著者らは発生初期における波長を測定したが、これらを印印で示す。両者はほぼ平行であり、ripple が発達するとともにその波長が3倍程伸びることがわかる。

波形勾配: 波形勾配の逆数 Δ/λ は dune, ripple について、 Δ, λ の表示が与えられているから、次の関数関係

$$\left. \begin{aligned} \text{dune} : \frac{\Delta}{\lambda} \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\lambda - \lambda_c} \frac{1}{1 - F^2} \\ \text{ripple} : \frac{\Delta}{\lambda} \frac{\lambda}{\lambda - \lambda_c} \frac{1}{1 - F^2} \end{aligned} \right\} \text{は } \lambda_e \text{ の関数}$$

が期待され、散らばりは著しいが図に示すようになる。

dune については $\lambda_e \geq 0.1$ において

$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{953}{5} (1 - F^2) \cdot \lambda_e I \quad (9)$$

となり、 $\lambda_e I$ によって大きく規定される。また、これによ

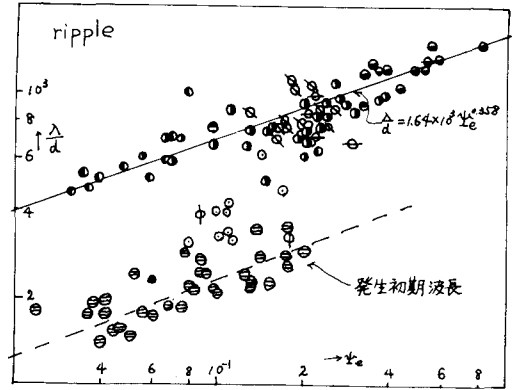


図-4

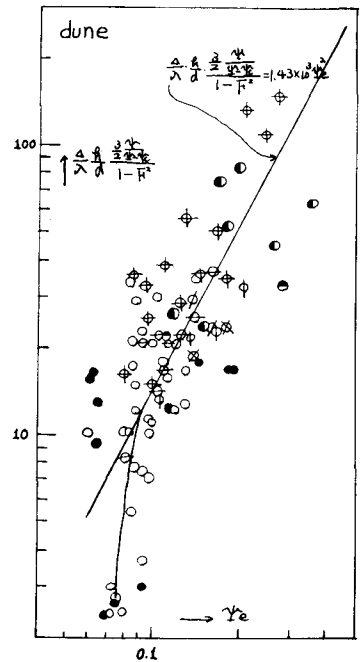


図-5

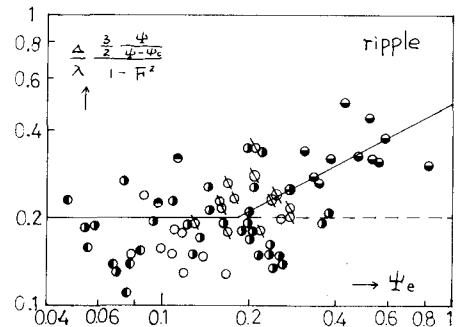


図-6

ると ripple の Δ/λ は u_{*d} によって顕著な変化は示さない。なお、ripple の存在範囲は $u_{*d}/u_* < 20$ とすると $\psi^{1/2} < 20/\frac{u_{*d}}{u_*}$ である。

3. 移動床の抵抗

1 波長間の全剪断応力を τ_0 、河床波背面の剪断応力を τ' 、河床波の抵抗係数を C_x とすれば、1 波長間の力の釣合いは

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \rho C_x u_{*d}^2 \frac{\Delta}{\lambda} + \tau' \frac{\lambda'}{\lambda} \quad (10)$$

である。ここで、dune を対象として $\lambda' = \lambda$ 、 $u_{*d} = u_{*m}$ とし、 τ' として有効掃流力の表示式 $\tau_e = \tau_0 \frac{\varphi}{\varphi_0}$ 、($\varphi = u_m/u_{*r}$ 、 $\varphi_0 = 6.0 + 5.75 \log \frac{u_m}{u_{*r}}$)、を用いる。河床波の 1 波長間で水面は場所的に変化するから、 C_x は静圧と動圧を含めた圧力抵抗係数で、Froude 数や h/Δ にも若干関係するが、あらい表示式を求めら意味では、 C_x は主として Δ/λ によって規定される。結局、

$$\frac{1}{\varphi} \sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}} = f\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right) \quad (11)$$

となり、 Δ/λ は dune では $u_{*e} I$ 、ripple は u_{*e} の関数であるから、 $\frac{1}{\varphi} \sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}}$ を u_{*e} に対してプロットすると図-7、図-8 のようになる。dune の場合、 $\frac{1}{\varphi} \sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}}$ の値は dune の発達に伴う抵抗の増加のために、 u_{*e} とともに急激に増大する。また、河床形態が dune から flat bed に移行するため、河床波は急激な崩壊過程に入り、極大値を経て u_{*e} とともに減少する。この遷移点は dune $\rightarrow$ flat の境界

$$\varphi_0 = E(2+2d) = 2.33 \frac{2.0d}{\varphi} \left(1 + \frac{\varphi_0}{A_*}\right)$$

に対応している。すなわち、 $\varphi_0/A_* = 80 u_{*e}^2$ とし

$$\frac{5}{1.24} \times 10^{-3} \left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right) \div u_{*e} I$$

である。なお、 φ_0 の影響は小さいので (11) 式の関係は φ と u_{*e} との関係になおしたものを図-9 に示す。一方、ripple の場合、3 次元的な形状やかく乱渦の影響が卓越するなどの問題があるが、 u_{*e} には無関係に一定値に近く、平均的な値として $\frac{1}{\varphi} \sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}} \div 0.08$ となる。このとき φ の値は $\varphi_0 = 20$ 、 $\varphi_0 = 30$ についてそれぞれ $\varphi = 9.22$ 、 $\varphi = 10.2$ である。

参考文献

- 1) 椿・渡辺・定村：砂礫堆の形成について，第 26 回年講，昭 46。
- 2) Iwasa・Kennedy：Free surface shear flow over a wavy bed，Jour. A.S.C.E.，vol 94-2，1968。

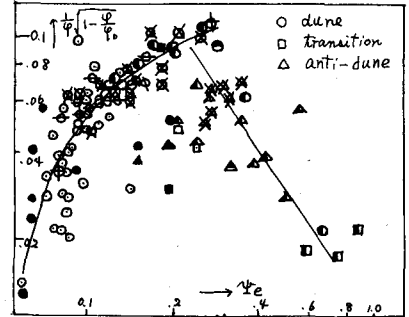
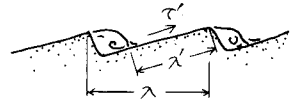


図-7

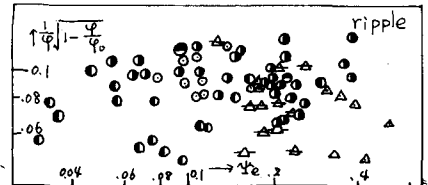


図-8

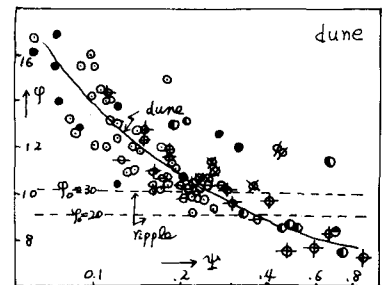


図-9