

1. 緒言 合流部における河床変動は、合流角度、河川の形状とこう配、流量、流砂量、河床材料の粒度分布、などの多数の変数を含む複雑な現象であって、現在までこのこと、合流部の河床変動については、ほとんど研究されていない。この研究¹⁾は、本川水路にある合流角度で支川水路が合流する単純な場合を取り扱い、動的平衡理論を適用して合流部上下流の平衡水深を求め、さらに平衡水深の発生領域を求めたものである。最後に、合流部における洗掘水深についても考察を行なっている。

2. 理論的考察

A) 合流部の平衡水深 Fig. 1 を参照し、合流部上下流の水路床が流入流量、 Q_1, Q_2 に對して動的平衡の状態にあると考えると、流砂の連続式は、

$$g_{s1} B_1 + g_{s2} B_2 = g_{s3} B_3 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに B = 水路幅、 g_s = 単位幅単位時間当りの流砂量、添字 1, 2, 3, はそれぞれ水路の 1, 2, 3 を示す。流水に對する連続式は、 $Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad \dots\dots\dots (2)$

となる。流砂量公式として、Kalinske - Brown 形式の式を使用する：

$$\frac{g_s}{U_* D} = a_s \left\{ \frac{U_*^2}{[(\rho/\rho_s) - 1] g D} \right\}^p \quad \dots\dots\dots (3a)$$

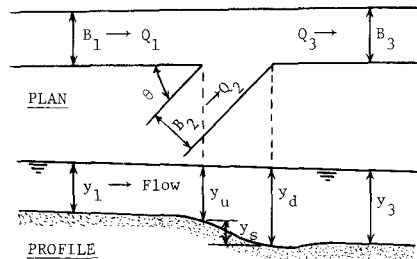


Fig. 1. Definition sketch

この式から g_s は、つぎのように表わすことができる： $g_s = \beta_s D^{(1-p)} U_*^{(2p+1)} \quad \dots\dots\dots (3b)$

ここに U_* = 摩擦速度、 D = 平均粒径、 p = 無次元指数、 $\beta_s = a_s / \{[(\rho/\rho_s) - 1] g\}^p$ 、 ρ = 水の密度、 g = 重力の加速度、 a_s = 常数。Kalinske - Brown の式では、 $a_s = 10$ 、 $p = 2.0$ である。また、Manning の粗度係数が 0.025 より大きく、あるいは、 $U_* \gg U_{*c}$ のとき、掃流砂のみを考えると、佐藤 - 吉川 - 芦田公式から $a_s = 0.623$ 、 $p = 1.0$ である。式(1)を $g_{s3} B_3$ で割ると、

$$\left(\frac{g_{s1}}{g_{s3}} \right) \left(\frac{B_1}{B_3} \right) + \left(\frac{g_{s2}}{g_{s3}} \right) \left(\frac{B_2}{B_3} \right) = 1 \quad \dots\dots\dots (4a)$$

式(3b)を式(4a)に代入し、さらに $\beta_1 = \beta_3$ 、 $\beta_2 = \beta_3$ であるから、

$$\left(\frac{B_1}{B_3} \right) \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^{(1-p)} \left(\frac{U_{*1}}{U_{*3}} \right)^{(2p+1)} + \left(\frac{B_2}{B_3} \right) \left(\frac{D_2}{D_3} \right)^{(1-p)} \left(\frac{U_{*2}}{U_{*3}} \right)^{(2p+1)} = 1 \quad \dots\dots\dots (4b)$$

摩擦速度は、Manning 式を使用すると、 $U_* = \frac{g^{1/2} Q \eta}{B y^{2/3}} \quad \dots\dots\dots (5)$

ここに y = 水深、 η = Manning の粗度係数。式(5)を式(4b)に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} & \left(\frac{B_1}{B_3} \right)^{2p} \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^{(1-p)} \left(\frac{\eta_1}{\eta_3} \right)^{(2p+1)} \left(\frac{Q_1}{Q_3} \right)^{(2p+1)} \left(\frac{y_3}{y_1} \right)^{7(2p+1)/6} \\ & + \left(\frac{B_2}{B_3} \right)^{2p} \left(\frac{D_2}{D_3} \right)^{(1-p)} \left(\frac{\eta_2}{\eta_3} \right)^{(2p+1)} \left(\frac{Q_2}{Q_3} \right)^{(2p+1)} \left(\frac{y_3}{y_2} \right)^{7(2p+1)/6} = 1 \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

式(6)を y_3/y_1 について解き、さらに式(2)から $Q_1 = Q_3 - Q_2$ であるから、相対平衡水深 y_3/y_1 は、

$$\frac{y_3}{y_1} = \left[\frac{1 - \left(\frac{B_2}{B_1}\right)^{2p} \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{(1-p)} \left(\frac{n_1}{n_3}\right)^{(2p+1)} \left(\frac{Q_2}{Q_3}\right)^{(2p+1)} \left(\frac{y_3}{y_2}\right)^{7(2p+1)/6}}{\left(\frac{B_2}{B_1}\right)^{2p} \left(\frac{D_1}{D_3}\right)^{(1-p)} \left(\frac{n_1}{n_3}\right)^{(2p+1)} \left(1 - \frac{Q_2}{Q_3}\right)^{(2p+1)}} \right]^{\frac{6}{7(2p+1)}} \quad \dots\dots\dots (7a)$$

式(7a)が合流点における平衡水深の基礎方程式である。 $p=1.0$ の場合は、つぎのようになる:

$$\frac{y_3}{y_1} = \left[\frac{1 - \left(\frac{B_2}{B_1}\right)^2 \left(\frac{n_1}{n_3}\right)^3 \left(\frac{Q_2}{Q_3}\right)^3 \left(\frac{y_3}{y_2}\right)^{7/2}}{\left(\frac{B_2}{B_1}\right)^2 \left(\frac{n_1}{n_3}\right)^3 \left(1 - \frac{Q_2}{Q_3}\right)^3} \right]^{\frac{2}{7}} \quad \dots\dots\dots (7b)$$

さらに $n_1 = n_2 = n_3$, $B_1 = B_2 = B_3$ と仮定するときには、

$$\frac{y_3}{y_1} = \left[\frac{1 - \left(\frac{Q_2}{Q_3}\right)^3 \left(\frac{y_3}{y_2}\right)^{7/2}}{\left(1 - \frac{Q_2}{Q_3}\right)^3} \right]^{\frac{2}{7}} \quad \dots\dots\dots (7c)$$

この式が Fig. 2 に示されてゐる。 $Q_2/Q_3 = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$

は、図内の曲線群の一部である。式(7a)において Q_2 がゼロのときは、

$$\frac{y_3}{y_1} = \left(\frac{B_1}{B_3}\right)^{12p/[7(2p+1)]} \left(\frac{D_1}{D_3}\right)^{6(p-1)/[7(2p+1)]} \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^{6/7} \quad \dots\dots\dots (7d)$$

となる。 $p=1.0$ の場合は、 $\frac{y_3}{y_1} = \left(\frac{B_1}{B_3}\right)^{4/7} \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^{6/7}$ (7e)

となり、水路縮流部の相対水深の式となる。

合流点近くの水路1と水路2の水深が近似的に等しいと仮定すると、式(6)から相対水深 y_3/y_{1-2} は、つぎのようになる:

$$\frac{y_3}{y_{1-2}} = \left[\frac{1}{G} \right]^{6/[7(2p+1)]} \quad \dots\dots\dots (8a)$$

$$G = \left(\frac{B_2}{B_1}\right)^{2p} \left(\frac{D_1}{D_3}\right)^{(1-p)} \left(\frac{n_1}{n_3}\right)^{(2p+1)} \left(1 - \frac{Q_2}{Q_3}\right)^{(2p+1)} + \left(\frac{B_2}{B_1}\right)^{2p} \left(\frac{D_2}{D_3}\right)^{(1-p)} \left(\frac{n_2}{n_3}\right)^{(2p+1)} \left(\frac{Q_2}{Q_3}\right)^{(2p+1)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$p=1.0$ の場合は、式(8a)となる。

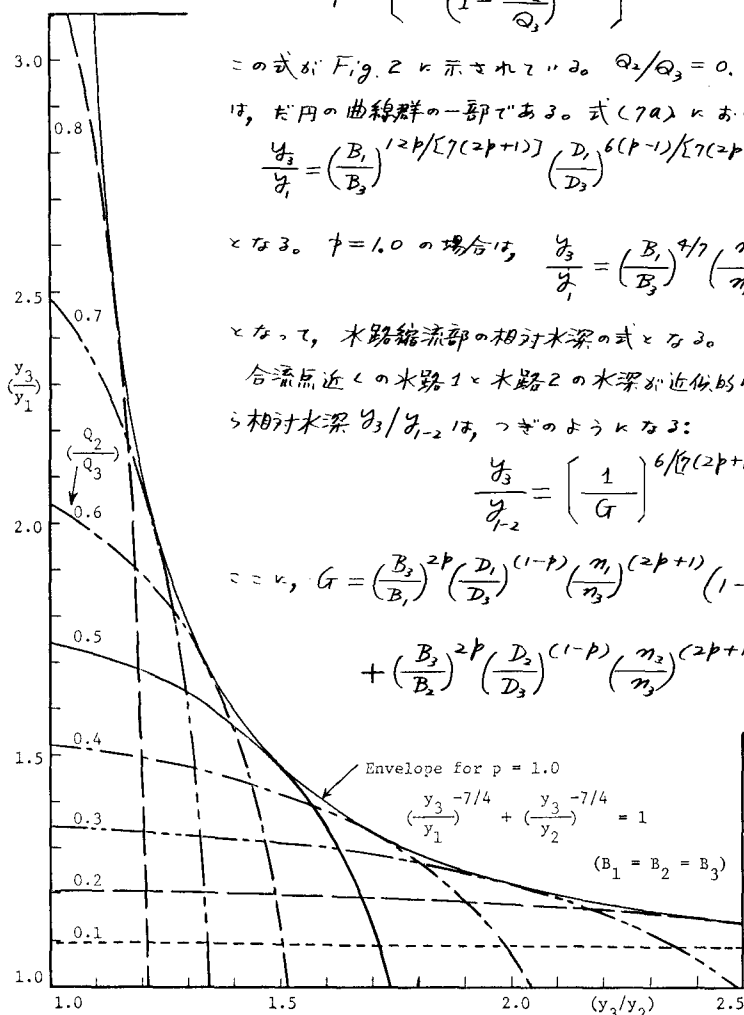


Fig. 2. Variation of y_3/y_1 with y_3/y_2 for constant values of Q_2/Q_3 , and envelope for $p=1.0$

$$\frac{y_3}{y_{1-2}} = \left[\frac{1}{\left(\frac{B_3}{B_1}\right)^2 \left(\frac{\eta_1}{\eta_3}\right)^3 \left(1 - \frac{Q_2}{Q_3}\right)^3 + \left(\frac{B_3}{B_2}\right)^2 \left(\frac{\eta_2}{\eta_3}\right)^3 \left(\frac{Q_2}{Q_3}\right)} \right]^{\frac{2}{7}} \dots\dots\dots (8f)$$

さらに、 $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3$, $B_1 = B_2 = B_3$ のときは、

$$\frac{y_3}{y_{1-2}} = \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{Q_2}{Q_3}\right)^3 + \left(\frac{B_3}{B_2}\right)^2 \left(\frac{Q_2}{Q_3}\right)^3} \right]^{\frac{2}{7}} \dots\dots\dots (8c)$$

式(8c)において B_3/B_2 をパラメーターとして、
 y_3/y_{1-2} と Q_2/Q_3 の関係を示したのが Fig. 3 である。
 $B_3/B_2 = 1.0$ のときの y_3/y_{1-2} の最大値は、
 $Q_2/Q_3 = 0.5$ において生じ、その値は 1.486 である。

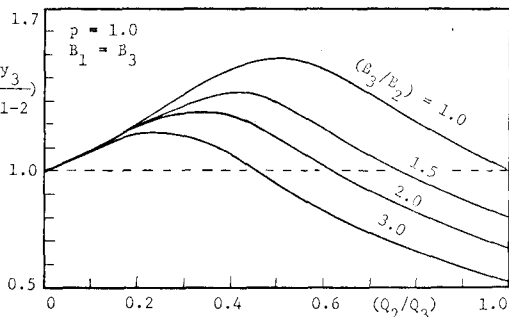


Fig. 3. Relationship between y_3/y_{1-2} and Q_2/Q_3 with B_3/B_2 for $p = 1.0$

B) 平衡水深の発生領域 理論的解析を単純化するため、 $B_1 = B_2 = B_3$, $D_1 = D_2 = D_3$, $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3$ と仮定して解析する。これらの条件を式(6)に代入すると、

$$\left(\frac{y_3}{y_1}\right)^{7(2p+1)/6} \left(1 - \frac{Q_2}{Q_3}\right)^{(2p+1)} + \left(\frac{y_3}{y_2}\right)^{7(2p+1)/6} \left(\frac{Q_2}{Q_3}\right)^{(2p+1)} = 1 \dots\dots\dots (10)$$

式(10)は、 (Q_2/Q_3) と $(1 - Q_2/Q_3)$ をパラメーターとする定円の式である。
 定円曲線群の包絡線の式は、つぎの式を満足する：

$$f\left(\frac{y_3}{y_1}, \frac{y_3}{y_2}, \frac{Q_2}{Q_3}\right) = 0 \dots\dots\dots (11), \quad f'_{(Q_2/Q_3)}\left(\frac{y_3}{y_1}, \frac{y_3}{y_2}, \frac{Q_2}{Q_3}\right) = 0 \dots\dots\dots (12)$$

式(10)を Q_2/Q_3 について微分すると式(12)は、つぎのようになる：

$$\frac{y_3}{y_1} = \left(\frac{y_3}{y_2}\right) \left[\frac{Q_2/Q_3}{1 - Q_2/Q_3} \right]^{12p/[7(2p+1)]} \dots\dots\dots (13)$$

式(10)と式(13)を y_3/y_1 と y_3/y_2 について解けば、包絡線の媒介変数方程式は、つぎのようになる：

$$\frac{y_3}{y_1} = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_3}\right)^{-12p/[7(2p+1)]} \dots\dots\dots (14), \quad \frac{y_3}{y_2} = \left(\frac{Q_2}{Q_3}\right)^{-12p/[7(2p+1)]} \dots\dots\dots (15)$$

この2式から Q_2/Q_3 を消去すると、

$$\left(\frac{y_3}{y_1}\right)^{-7(2p+1)/12p} + \left(\frac{y_3}{y_2}\right)^{-7(2p+1)/12p} = 1 \dots\dots\dots (16)$$

この包絡線の式は双曲線となる。 $p = 1.0$ の場合は、

$$\left(\frac{y_3}{y_1}\right)^{-7/4} + \left(\frac{y_3}{y_2}\right)^{-7/4} = 1 \dots\dots\dots (17)$$

この式を Fig. 2 に示した。 $p = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ に関する包絡線を Fig. 4 に示した。水路幅の変動の効果を調べるために、

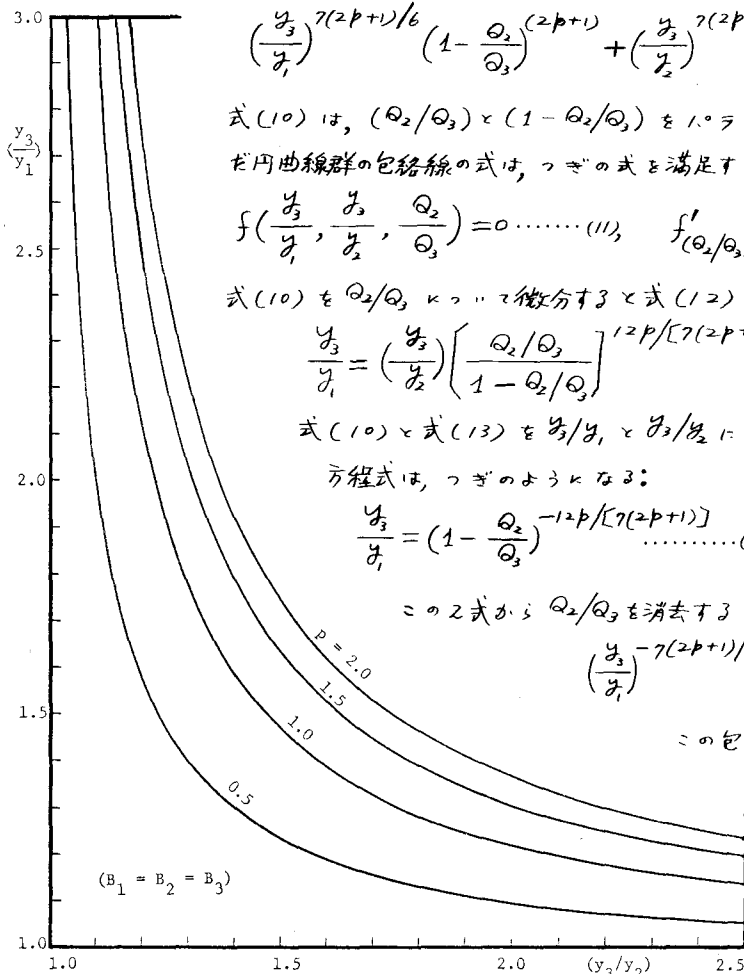


Fig. 4. Envelopes for $p = 0.5, 1.0, 1.5$ and 2.0

式(78)において, $m_1 = m_2 = m_3$, $B_1 = B_3$ と仮定し, さらに B_3/B_2 をパラメーターにとり, $Q_2/Q_3 = 0.2, 0.4, 0.6$ により y_3/y_1 と y_3/y_2 の関係を示すと Fig. 5A, 5B, 5C のようである。

C) 合流点における洗掘水深 Fig. 1 を参照し, さらに合流点上下流の河床が与えられた流入流量によって動的平衡の状態にある場合には, 合流点における洗掘水深 y_3 は, $y_3 = y_d - y_u \dots \dots (18)$ y_d で式(18)を割れば, $y_3/y_d = 1 - y_u/y_d \dots \dots (19)$, となる。この式から相対洗掘水深 y_3/y_d の近似式は, $y_3/y_d = 1 - y_1/y_3 \dots \dots (20)$, 式(20)において, y_3/y_d の値が負のときは, 合流点下流の木路床の堆積上昇を意味し, 正の値のときは, 合流点下流の木路床低下を意味する。

計算例 ^{ヤハギ} 矢作川・巴川合流点に

ついて行なった計算結果を Table

1 に示す。観測データは, 文献

(2) から入手した。これらの計

算においては, 各木路の平均粒

径と河床状態から $m_1 = m_2 = m_3$

と仮定した。

文献

1. Komura, S., "River-Bed Variations at Confluences," International Symposium on River Mechanics, Bangkok, Thailand, (印刷中)。

2. "矢作川河道計画調査報告書," 建設省中部地方建設局, 豊橋工事事務所, 昭和44年1月, 242pp

Table 1. Observed data for several floods at the Yahagi-Tomoe confluence and computed results.

No.	Date	Channel Number	Discharge (m ³ /sec)	Mean Depth of Flow (m)	$(\frac{y_3}{y_1})$ (Observed)	$(\frac{y_3}{y_{1-2}})$ (Computed)	Remarks
1	Sept. 1959	1	2780	6.68	0.823	0.820	Flood due to Typhoon Ise Bay.
		2	1020	—			
		3	3800	5.50			
2	June 1961	1	2440	5.96	0.802	0.805	Flood due to a frontal rain.
		2	760	—			
		3	3200	4.78			
3	Sept. 1965	1	2330	5.61	0.795	0.786	Flood due to Typhoon No. 24.
		2	600	—			
		3	2930	4.46			
4	July 1967	1	1160	3.74	0.703	0.764	Flood.
		2	240	—			
		3	1400	2.63			

Note: River widths are $B_1 = 158$ m, $B_2 = 85$ m, and $B_3 = 330$ m.

