

埼玉大学理工学部 正員 嶋 祐之

1 はしがき

密度勾配を持つ周囲水中に、鉛直上方に噴流が放出された場合、その特性は放出水の慣性効果、密度差による重力効果および周囲水の密度勾配によって支配される。しかし、これらの要素をすべて考慮に入れて解析的な解を求めることは相当に困難のようである。そこで、基本式を数値解が得られやすいように変形し、電算機を用いて計算を行ない、以下の諸点を明らかにしようと試みたものである。①; Tollmien の解と Morton の解との接続。②; 周囲水に密度勾配のあるときの流速および濃度の低減特性や浮上限界。③; この噴流に一樣な水平流がかさなった場合の放流水脈の平均経路。計算例は、ある特定地点での廃液の海中放出を想定して求めたものである。

2 基本式の変形および計算条件

鉛直重力噴流の基本式は Morton らの考え方に従って、次のように表わす。

流量連続の式

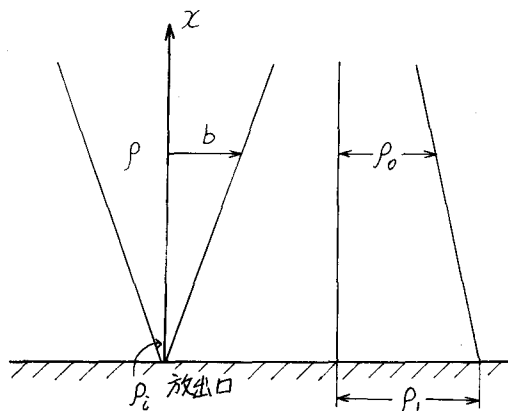
$$\frac{d}{dx}(b^2 U) = 2\alpha b U$$

運動量保存の式

$$\frac{d}{dx}(b^2 U^2 \rho) = b^2 g(\rho_0 - \rho)$$

質量保存の式

$$\frac{d}{dx}(b^2 U \rho) = 2\alpha b U \rho_0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d}{dx}(b^2 U) = 2\alpha b U \\ \frac{d}{dx}(b^2 U^2 \rho) = b^2 g(\rho_0 - \rho) \\ \frac{d}{dx}(b^2 U \rho) = 2\alpha b U \rho_0 \end{array} \right\} \text{----- (1)}$$


ここに、
 U : プリュームの代表流速
 b : 同 半径
 ρ : 高さ x の プリュームの密度
 ρ_i : 放出口での プリュームの密度
 ρ_0 : 高さ x の 周囲水の密度
 ρ_1 : 放出口での 周囲水の密度
 α : 連行係数

また、各密度間の関係は次のようである。

$$\rho_i < \rho < \rho_0 < \rho_1$$

方程式を無次元化するため、

$$\left. \begin{array}{l} r = b/b_i, \quad u = U/U_i, \quad \xi = x/b_i \\ v = \rho/\rho_i, \quad \beta = \rho_1/\rho_i, \quad \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1} = \epsilon \xi \\ F^2 = \frac{U^2}{g b_i} \end{array} \right\} \text{----- (2)}$$

とおけば

$$\frac{\rho_0 - \rho}{\rho_c} = \beta(1 - \epsilon_0) - \nu \quad \text{----- (3)}$$

こゝに、
 U_c : 放出口流速
 β : 放出口におけるブリュームと周囲水との密度比
 b_c : 放出口半径
 ϵ : 周囲水密度の無次元勾配
 F : 放出口におけるFroude数

(2) および (3) を用いて (1) を無次元化すれば次式が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\xi}(r^2 u) &= 2\alpha r u \\ \frac{d}{d\xi}(r^2 u^2 \nu) &= \frac{r^2}{F^2} \{ \beta(1 - \epsilon_0) - \nu \} \\ \frac{d}{d\xi}(r^2 u \nu) &= 2\alpha r u \beta(1 - \epsilon_0) \end{aligned} \right\} \text{---- (4)}$$

そこで、新しく

$$r^2 u = X, \quad r^2 u^2 \nu = Y, \quad r^2 u \nu = Z \quad \text{---- (5)}$$

とおけば、(4) は次のような連立常微分方程式の標準形に帰着される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX}{d\xi} &= 2\alpha \left(\frac{XY}{Z} \right)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{dY}{d\xi} &= \frac{XZ}{F^2 Y} \left\{ \beta(1 - \epsilon_0) - \frac{Z}{X} \right\} \\ \frac{dZ}{d\xi} &= 2\alpha \beta(1 - \epsilon_0) \left(\frac{XY}{Z} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \text{---- (6)}$$

初期条件は、

$$\xi = 0, \quad X_c = Y_c = Z_c = 1 \quad \text{---- (7)}$$

上式には、 α , β , ϵ および F の4種類の噴流現象を規定するパラメーターが含まれている。数値計算にあたって、これらの定数を次のようにとる。

- α ; Richardson数の関数と見るべきであるが、実用的な観点より $\alpha = 0.1, 0.3$ とする。
- β ; 海中放出と考えると $\beta = \rho_1 / \rho_c = 1.025$
- ϵ ; 東海沖2kmの観測資料(原研、福田氏より)によれば温度分布による海水の密度勾配の最も大きいのは夏期で $\epsilon = 2.75 \times 10^{-6}$ 程度に換算される。また、冬期、春期では密度勾配は極めて小さく $\epsilon \approx 0$ とおける。
- F ; 放出流量を $1/4 \text{ l/sec}$ 、放出口半径を 2.5 cm とし、放出口を1ヶあるいは4ヶとすれば、それぞれに相当する(Froude数) $^2 = F^2 = 2.08 \times 10^2$ または 1.3×10 となる。

以上のパラメーターの組み合わせによる8通りの計算結果を示すこととする。

2. 計算結果

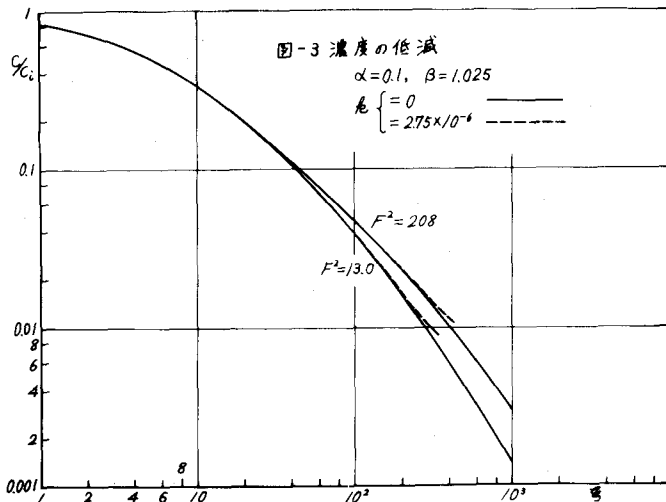
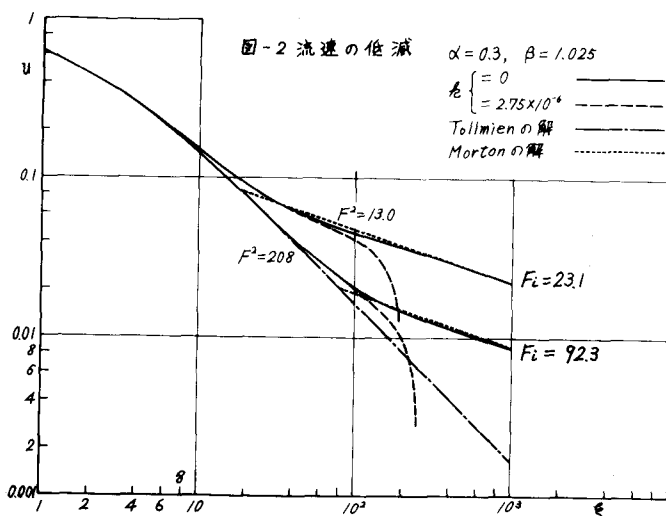
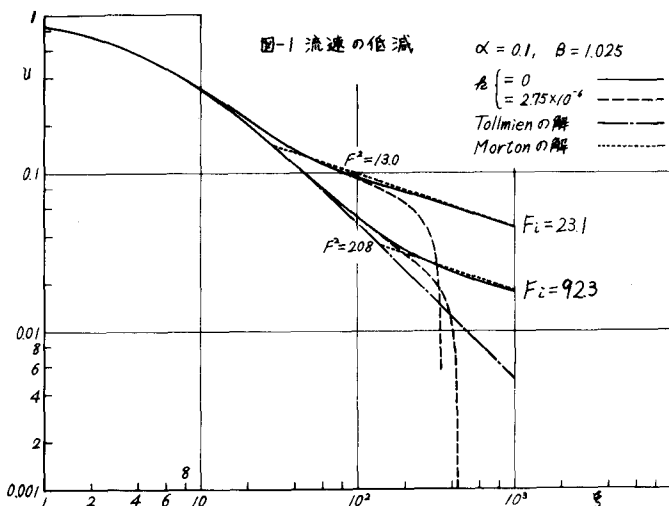
①; Tollmienの解とMortonの解との接続

接続解の前半部および後半部に関しては、それぞれ1958年と1959年理論的な考察を加えたが、後者には積分常数が2箇含まれており、前者の解と共通な値および微係数をとるようそれらの常数を決めることとした。しかし、共有点のとり方には必然性がないので、接続のし方に疑問点が残っていた。

図-1 および図-2 はプリューム内の流速低減状況を示すものであり、それぞれ $\alpha = 0.1$ および 0.3 の場合を表わしている。比較のため、さらに Tollmien の解および Morton の解が示されている。これらの図より ①：接続解は前記両解の交点よりも早くから移行が初まるが、プリュームの慣性効果のため、一旦 Morton の解を過ぎり、やがて重力効果が卓越するにしたがって下側から Morton の解に漸近して行く。②：放出口で同じ密度差が与えられれば、放出口 Froude 数 F_i が大きい程、あるいは連行係数 α が大きい程流速の低減状況は著しくなる。③：接続解と前記両解とのへだたりは比較的わずかであるので、実用的見地からすれば、現象を内部 Froude 数のみによって評価しても大過のないことが示される。

②：周囲水に密度勾配のあるときの効果

図-3 および図-4 はプリューム内の濃度の低減状況を示すものであり、図-1 および図-2 とあわせて、周囲水に密度勾配のある場合の諸特性が明らかにされる。すなわち、①流速の低減を示す曲線は、前記接続解を示す曲線より徐々に離れ、流速はますます低減し遂に浮上限界に達する。その間、流速



の低減特性は初めの中はFroude数の小さい程緩やかであるが、急速にきつくなり、その結果限界浮上高はFroude数の大きい程高くなることが知られる。また、連行係数 α の値が大きい程限界浮上高は小さくなる。

⑤ プリューム内での濃度の低減特性は、浮上を続けている範囲では、周囲の密度勾配の影響がほとんど現れ出ないことは、

①と異なり興味あることである。

しかし、密度勾配があれば限界浮上高が存在するので、それぞれの流況に応じて最低濃度の値が生ずる。メー定であれば、 F の小さい程濃度の低減は早く、最低濃度も小さいが、 F の大きい場合に比較してそれ程の差が示されない。

③；放流水脈の平均経路

鉛直重力噴流に流速 U_c の一樣水平流が重さね合わされたとして、水脈の平均経路を求めたものが図-5および図-6である。

$$\eta = \frac{U_c y}{U_c b_i}$$

この図より、密度勾配がなければどこまでも浮上を続けながら水平にたなびくが、密度勾配があると限界浮上高に達すれば完全に水平にたなびくことが知られる。また、限界浮上高に到達するまでの経路は、密度勾配の影響をそれ程強く受けないことが認められる。

