

II-11 不規則波の反射によって発生する beat について

名古屋工業大学 正員 石 田 昭

1. はしがき： 不規則波が反射する場合には，入射波のもつスペクトルの上に ripple と呼ぶ規則的变化が現われることが知られている。入射波のスペクトルが風波などのように卓越ピークをもった形である場合には，そのピーク周波数付近に現われる ripple の山が，あたかも周期が似かよった二，三の規則波を合成したかのような（線スペクトル的な）効果を与えて beat 現象を発生させることがわかった。

2. 理論： 入射波形 $\hat{h}_i(t)$ および反射波形 $\hat{h}_r(t)$ は次のように表示できる。

$$\hat{h}_i(t) = \int_0^{\infty} A(f) \exp i(2\pi f t + \theta) df \quad \dots (1)$$

$$\hat{h}_r(t) = \int_0^{\infty} \alpha(f) A(f) \exp i\{2\pi f(t - T(f)) + \theta\} df \quad \dots (2)$$

ここで $\alpha(f)$ は反射率， $T(f)$ は反射板までの距離を往復するのにかかる時間である。反射板前面での波形 $\hat{h}_2(t)$ は $\hat{h}_2(t) = \hat{h}_i(t) + \hat{h}_r(t)$ である。この自己相関を求めてスペクトル E_z に変換すると次式を得る。

$$E_z = E_i \{1 + \alpha^2(f) + 2\alpha(f) \cos(2\pi f T(f))\} \quad \dots (3)$$

すなわち，入射波のスペクトル E_i の上に反射率の2倍を振幅とするような ripple が現われることがわかる。反射板までの距離を d とし，波速を $C = g/\pi f$ とすれば，

$$T(f) = \frac{2d}{C} = \frac{4\pi d}{g} f \quad \dots (4)$$

である。 $\alpha(f) \equiv 1.0$ とし，ピーク周波数を f_p ，その波長を L_p とすると， $\frac{E_z}{E_i} = 2 + 2 \cos\left\{4\pi \frac{d}{L_p} \left(\frac{f}{f_p}\right)^2\right\}$ $\dots (5)$

が得られる。ripple の山に相当するところでは余弦の値が 1 であるから，一般に n 番目の ripple の山に対して，

$$4\pi \frac{d}{L_p} \left(\frac{f}{f_p}\right)^2 = 2n\pi \quad \dots (6)$$

が得られる。(6) 式によって， d/L_p ， f/f_p ，および n の間の関係を示したのが図-1 である。 d/L_p が大きくなるとピーク周波数付近での ripple の間隔が狭くなり，かつ両隣りの間隔が同じになってくる。すなわち，beat 現象が発生しやすくなる。beat の周期 T_b は $f = f_p$ 付近での隣り合う ripple の間隔で決まるから次式が得られる。（周波数差

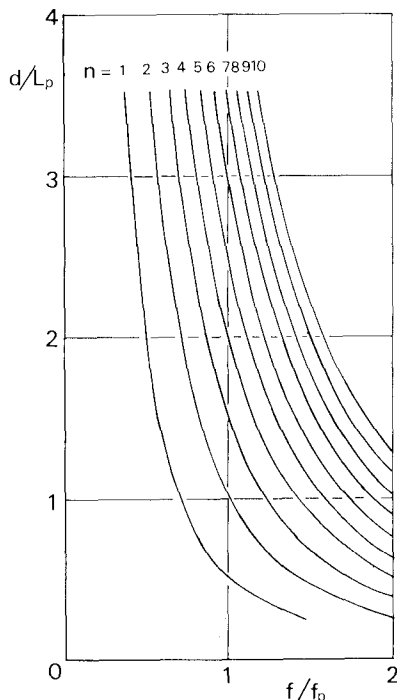


図-1 スペクトル上に現われる ripple の間隔

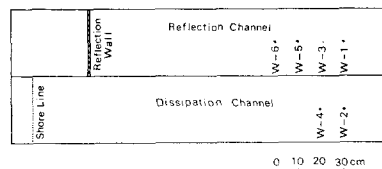


図-2 波高計の配置図

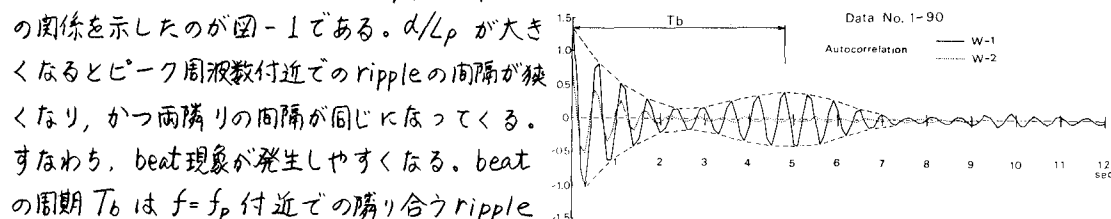


図-3 自己相関の一例

の平均をとる。)

$$1/T_b = f_b = \{(f_{n+1} - f_n) + (f_n - f_{n-1})\}/2 = (f_{n+1} - f_{n-1})/2 \cdots (7)$$

$d/L_p = \alpha$ とおけば (6) 式により, $f_{n+1} = \sqrt{n+1}/\sqrt{2\alpha} \cdot f_p$,

$f_{n-1} = \sqrt{n-1}/\sqrt{2\alpha} \cdot f_p$ となるから (7) 式に代入して次式を得る。

$$\frac{f_p}{f_b} = \frac{T_b}{T_p} = (\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1})/\sqrt{2\alpha} \cdots (8)$$

ここで n の値は整数であるが, (6) 式において $f/f_p = 1.0$ とおいて逆算すれば近似的に $n \doteq 2 \cdot d/L_p = 2\alpha$ となる。さらに d/L_p の値は大きいものとするれば近似的に (9) 式が得られる。

$$\frac{T_b}{T_p} = (\sqrt{2\alpha+1} + \sqrt{2\alpha-1})/\sqrt{2\alpha} \doteq 4\alpha = 4 \cdot \frac{d}{L_p} \cdots (9)$$

$$\text{したがって } T_b = 2 \cdot \frac{2d}{C_p} = 2 \cdot T(f_p) \cdots (10)$$

となり, beat の周期は卓越波が反射板までの距離を往復する時間の2倍であることがわかる。

3. 実験および結果 : 実験に用いた風洞水槽は幅 60 cm, 水深 30 cm であり, 風下端で仕切板を置き反射水槽と消波水槽とに分けた。6 台の波高計を図-2 に示すように配置し, 反射板は 90° , 70° , 50° , 30° に変化させた。風速は Data No. 1-90 ~ 30 が約 10.0 m/sec , No. 3-90, 70 が約 6.9 m/sec である。図-3

は自己相関の一例であるが, 極値を結ぶ包絡線が約 48 秒付近でピークを示し, 明らかに反射水槽内では beat 現象が存在することを示している。図-4 はスペクトルを示したもので ripple の山が線スペクトルの効果を与えることがうなづける。また ripple の山に相当する周波数は図-1 のような傾向で変化することもわかる。図-5 は, beat の周期と卓越波の周期の比を横軸に d/L_p をとって示したものである。 T_b の値は図-3 のように自己相関の包絡線がピークを示すところの値とした。理論直線は (9) 式の近似式を示したものであるが, 実験値と理論値が非常によく一致することがわかる。なお d/L_p が小さいところでは beat は発生しないが, あまり大きくても発生しない

と思われる。そして beat の強さは反射率 $\alpha(f)$ によって左右されるから, beat の発生限界は d/L_p と α の両者から決定されると思われる。最後に研究を進めるにあたり御指導を賜わった細井正延教授ならびに実験にあたり助力を頂いた副田悦生, 原田陽吉の両君に感謝の意を表します。

参考文献 石田昭・伊藤親直: 風波の反射によって起るスペクトル構造の規則的变化について, 第十八回海岸工学講演会論文集。

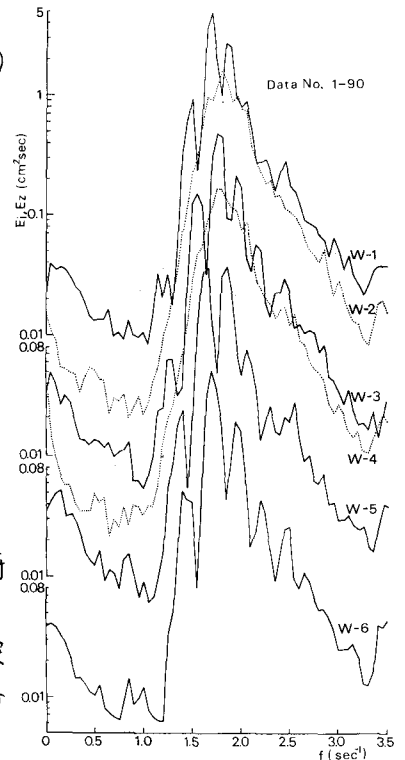


図-4 パワースペクトル

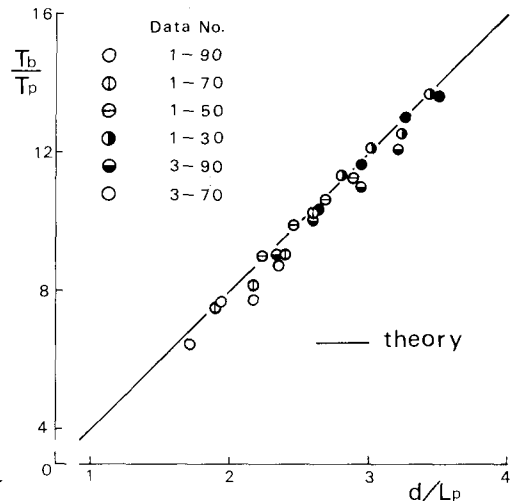


図-5 beatの周期と卓越波の周期の比