

1. 円柱における変動抗揚力

一様流中にある二次元静止円柱に作用する流体力としては、一般に平均抗力と変動抗揚力があるが、平均抗力に関する知識が1910年代以来数多く積重ねられて居るのに対して、変動力成分を求める理論と実験は未だ少ない。Phillips (1956) は Kovasznay の実験データを用いて $40 < R < 160$ ($R = \frac{2aU}{\nu}$ (a: 円柱の半径 ν : 流歪)) に対する変動揚力として $C_L = 0.76 \cos 2\pi nt$ とし、変動抗力 C_D の大きさは C_L の約10%としているが、この結果が更に大きな R に対して適用し得るかどうかは疑問である。高い R 数域における変動抗揚力の測定実験としては、遷移領域 ($150 < R < 300$) に対する Humphreys (1960) の実験、亜臨界域 ($300 < R < 3.8 \times 10^5$) に対する McGregor (1957), Gerrard (1958, 1961), Bishop + Hassan (1964) の実験、更に高い R 数域に対する Fung (1960) の実験等が著名であり、我国でも最近、妹尾ら (1971) が $R = (2 \sim 5) \times 10^4$ に対する測定を行なっているが、これらはいずれも実測のみであって、流体力の作用機構を考慮したものではない。これに対して、Alexander (1968) は後流の剥離渦が円柱に変動揚力を与えてから渦列を形成する過程を考慮に入れた理論を組立て、揚力係数として $C_L = 2.22 \sin \left\{ \frac{\pi}{2} (2nt)^{3/2} \right\}$ を与えているのが注目される。本報告は円柱の変動流体力の考え方として後流渦モデルを考え、流体力の計算を行なってみたものである。

2. 後流渦のモデル

一様流中にある円柱とその体流を図-1のように一對の渦対 Γ_1 と強さの変動する渦 $\Gamma_2(t) = \Gamma_2 \sin \omega t$ によりモデル化する。これは次のような考え方に基づいたものである。

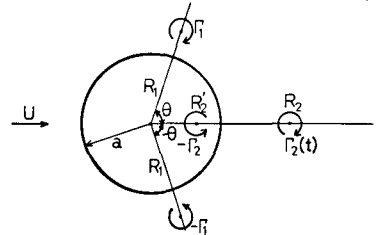


Fig.1 Model of vortices in the wake

- 1) 円柱両端の渦対 Γ_1 により剥離点が決定する。
- 2) 後流中の $\Gamma_2(t)$ で変動抗力が、これと対応する円柱まわりの $-\Gamma_2(t)$ で変動揚力が決定する。
- 3) 平均抗力は吐き出された渦の総量によって決定する。

Heisenberg (1922) によれば $\Gamma N = \lambda U^2$ (ただし $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$, $\lambda \approx 0.6$) であるから、Strouhal数による無次元化すれば

$$\Gamma / Ua \approx 1/S \tag{2.1}$$

3. ポテンシャル理論による流体力の計算

図-1において複素ポテンシャル $w = \phi + i\psi$ は

$$w(z) = U \left(z + \frac{a^2}{z} \right) + \frac{i\Gamma_1}{2\pi} \log \frac{(z - R_1 e^{i\theta})(z - \frac{a^2}{R_1} e^{-i\theta})}{(z - \frac{a^2}{R_1} e^{i\theta})(z - R_1 e^{-i\theta})} + \frac{i\Gamma_2(t)}{2\pi} \log \frac{z - R_2}{z - \frac{a^2}{R_2}} \tag{3.1}$$

円柱表面 ($z = ae^{i\theta}$) における動圧 $p = -\frac{1}{2} \rho q^2$ による抗力 $D_q = -\frac{1}{2} \rho a \int_0^{2\pi} q^2 \cos \theta d\theta$ と、速度ポテンシャルの時間変化による流体圧力 $\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$ による抗力 $D_\phi = -\rho a \int_0^{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta d\theta$ から全抗力 $D = D_q + D_\phi$ を求めれば抗力係数は

$$C_D = \frac{\gamma_1^2}{\pi} \bar{\epsilon}_1^3 \cos \theta \cdot \frac{4 \sin^2 \theta - (1 - \bar{\epsilon}_1^2)^2}{4 \bar{\epsilon}_1^2 \sin^2 \theta + (1 - \bar{\epsilon}_1^2)^2} + \frac{\gamma_2^2}{2\pi} \bar{\epsilon}_2 \quad (3.2)$$

ここに $\gamma_1 = r_1/\sigma a$, $\gamma_2 = r_2/\sigma a$, $\bar{\epsilon}_1 = a/R_1$, $\bar{\epsilon}_2 = a/R_2$ である。

$\bar{\gamma}_2(t) = \bar{\gamma}_2 \sin \omega t$ なることを考えれば $\bar{\gamma}_2 = \bar{\gamma}_2/\sigma a$ とおいて

$$\text{変動抗力係数 } C_{Df} = \frac{\bar{\gamma}_2^2}{4\pi} \bar{\epsilon}_2 \cos 2\omega t \quad (3.3)$$

$$\text{平均 } C_D = \frac{\gamma_1^2}{\pi} \bar{\epsilon}_1^3 \cos \theta \cdot \frac{4 \sin^2 \theta - (1 - \bar{\epsilon}_1^2)^2}{4 \bar{\epsilon}_1^2 \sin^2 \theta + (1 - \bar{\epsilon}_1^2)^2} + \frac{\bar{\gamma}_2^2}{4\pi} \bar{\epsilon}_2 \quad (3.4)$$

$$\text{揚力も同様にして } C_L = \bar{\gamma}_2 (1 - \bar{\epsilon}_2^2) \sin \omega t \quad (3.5)$$

4. 実験結果との対比

式(3.3~5)におけるパラメータ $\gamma_1, \bar{\gamma}_2, \bar{\epsilon}_1, \bar{\epsilon}_2, \theta$ は

$$1) \text{ 式(2.1)より } \gamma_1 + \bar{\gamma}_2 = \frac{1}{S}$$

2) 剥離角が $\bar{\epsilon}_1, \theta, \gamma_1$ から決定する

の条件のもとに決定されなければならない。いま

$$\theta = 70^\circ, \bar{\epsilon}_1 = 0.80, \bar{\epsilon}_2 = 0.75, \gamma_1 = 3.8, \bar{\gamma}_2 = 1.1 \quad (4.1)$$

とすれば $|a| = 0.75$, $|C_{Df}| = 0.07$, $C_D = 1.20$ となり Gerrard (1961) 及び Roshko (1960) の $R \approx 2 \times 10^5$

に対する実験値とほぼ一致する。またこのとき $\gamma_1 + \bar{\gamma}_2 = 5.0$, 剥離角の位置は $\theta_0 = 100^\circ$ となり、これら

も後流渦測定 (Relf & Simmons, 1924) 及び表面圧測定結果 (Fage & Falkner, 1931) とよく一致する。

更に複素ポテンシャル(3.1)より $\psi = \text{一定}$ となる流線の模様

を描くと図2のようななる。

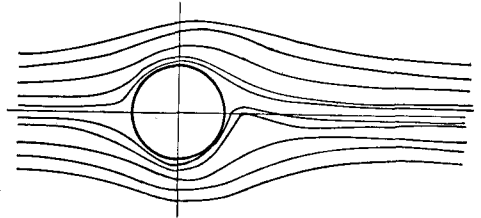


Fig. 2 Example of stream line

5. 流線形箱形における変動揚力

一様流中に迎角 α をもつ平板がおかれた場合の揚力は同

知のとおり $C_L = 2\pi \sin \alpha$ で与えられる。ここで円柱の場合

と同様に Γ をもつて後流の交番渦を代表するものとみまして、

$\Gamma = \bar{\Gamma} \sin \omega t$ とおき、また流線形箱形断面の桁高 H をもって、

平板における見附け高さ $B \sin \alpha$ に相当するものと考えれば揚力係数は、

$$C_L = 2\pi \frac{H}{B} \sin \omega t \quad (5.1)$$

となる。この場合にも Heisenberg の仮説を用いれば $\bar{\Gamma} N = \lambda U^2$

一方 Strouhal 数は $S = \frac{NH}{U} = \frac{4aN \sin \alpha}{U}$ であるから、

$$\therefore S = \lambda/\pi \quad (5.2)$$

Ippen ら (1960) によれば平板において $\lambda \approx 0.4$ であるから $S = 0.13$ とな

り、このような仮定を設けることに余り大きな無理はないと考えられる。

例えば $B = 10^m$, $H = 2^m$ 程度の流線形箱桁では (5.1) より

$$|C_L| \approx 0.97$$

程度となる。

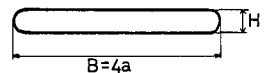
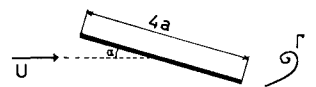


Fig. 3