

信州大学 正員 谷本 勉元助
 正員 夏目 正太郎
 (株)神戸製鋼所 正員 〇新家 徹文
 正員 頭井 洋

1. 概説

本文は架設途上の吊橋について有限変形を考慮した漸化変形法によって解析をこころみたものである。ここで取扱う構造の基本系は それぞれ要素分割された主ケーブル、吊材および連続梁に置換された補剛桁から成るものとする(図-2)。この解析法の仮定および特徴は、次のようなものである。

- (i) 剛性行列の中に入る非線型項は、未知節変位の Taylor 級数項で表たえられ、その項数は必要な数だけいくつでもとることができる。
- (ii) 実用上の見地から、曲げモーメントによる曲率の変化は微小であるとして、軸力による曲げモーメントは考慮しない。
- (iii) 主ケーブルは、最初曲げ剛性を考慮し、反復計算の途中で徐々にこれを減少させる。
- (iv) 荷重は、荷重マトリクスの導入により任意の位置でとることができる。
- (v) 全体の剛性行列は、最終的に3軸マトリクスの形をとり、漸化と反復計算で解くことができ、電算のワーキングスペースは少なくすむ。また誤差集積も少ない。
- (vi) 特に変形の大きい場合は荷重漸増法を併用する。

2 基本式

図-1のように、初期荷重と初期部端力によってつり合い状態にある部材が、後荷重により変形して新たなつり合い状態をなすものとする。このとき生じた部材部端力と部端変位を結びつける式は (1)式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta V' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda' & -\mu' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -W & W \\ W' & -W' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ U' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V \\ V' \end{bmatrix} \parallel K \quad \text{--- (1)}$$

$$\begin{aligned} \text{ここに } \Delta V &= [\Delta F_x, \Delta F_y, \Delta M]_A^T = [F_x - F_{x0}, F_y - F_{y0}, M - M_0]_A^T & U &= [u, v, \theta]_A^T \\ \Delta V' &= [\Delta F_x', \Delta F_y', \Delta M']_B^T = [F_x' - F_{x0}', F_y' - F_{y0}', M' - M_0']_B^T & U' &= [u', v', \theta']_B^T \end{aligned} \quad \text{(2)}$$

また、部材の伸び剛性を EA、曲げ剛性を EI として、

$$\begin{bmatrix} \lambda & \mu \\ \lambda' & \mu' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} EA \\ EI \\ 2EI \\ EI \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_0 \cdot U & \sin \varphi_0 \cdot V & 0 \\ -2\sin \varphi & -2\cos \varphi & L_d(1-\alpha) \\ 3\sin \varphi & -3\cos \varphi & -2L_d(1-\alpha) \\ \cos \varphi_0 \cdot U & \sin \varphi_0 \cdot V & 0 \\ -2\sin \varphi & 2\cos \varphi & L_d(1-\alpha) \\ -3\sin \varphi & 3\cos \varphi & L_d(1-\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_0 \cdot U & \sin \varphi_0 \cdot V & 0 \\ -2\sin \varphi & 2\cos \varphi & -L_d(1-\alpha) \\ 3\sin \varphi & -3\cos \varphi & L_d(1-\alpha) \\ \cos \varphi_0 \cdot U & \sin \varphi_0 \cdot V & 0 \\ -2\sin \varphi & 2\cos \varphi & -L_d(1-\alpha) \\ -3\sin \varphi & 3\cos \varphi & -2L_d(1-\alpha) \end{bmatrix} \quad \text{(3)}$$

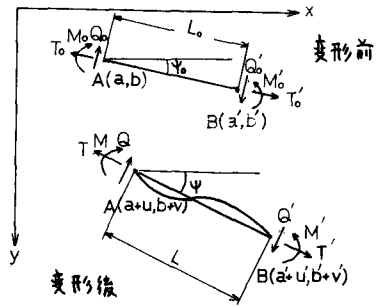


図-1

$$W = \frac{1}{L_0} \begin{bmatrix} T_0 - Q_0 & 0 \\ Q_0 & T_0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_0 \cos \varphi_0 - Q_0 \sin \varphi_0 \\ T_0 \sin \varphi_0 + Q_0 \cos \varphi_0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_0 + \square, \sin \varphi_0 + \nabla, 0 \end{bmatrix}, \quad W' = \frac{1}{L_0} \begin{bmatrix} T'_0 - Q'_0 & 0 \\ Q'_0 & T'_0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'_0 \cos \varphi_0 - Q'_0 \sin \varphi_0 \\ T'_0 \sin \varphi_0 + Q'_0 \cos \varphi_0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_0 + \square, \sin \varphi_0 + \nabla, 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$V = \begin{bmatrix} \cos \varphi - \sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{EA}{L_0} \\ \frac{6EI}{L_0^3} \\ \frac{2EI}{L_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad V' = \begin{bmatrix} \cos \varphi - \sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{EA}{L_0} \\ \frac{6EI}{L_0^3} \\ \frac{2EI}{L_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

また IK は 6 行 1 列の荷重マトリクスを合計したものである。軸力部材の場合は、(3)(4)(5)式で $EI=0$ 、 $Q_0=Q'_0=0$ とおけばよい。 $\square, \nabla, \varphi, \alpha, \alpha'$ は非線型項であり次式であらわされる。

$$\begin{bmatrix} \square \\ \nabla \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \cos \varphi_0 \\ \sin \varphi_0 \end{bmatrix} + \frac{1+S}{2L_0} \begin{bmatrix} u' - u \\ v' - v \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$S = \sum_{r=1}^{\infty} S_r, \quad S_0 = 1 \quad (7)$$

$$S_{r+1} = -\frac{2r+1}{r+2} \frac{1}{L_0} \begin{bmatrix} \cos \varphi_0 + \frac{u' - u}{2L_0}, \sin \varphi_0 + \frac{v' - v}{2L_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' - u \\ v' - v \end{bmatrix} S_r \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{\varphi - \varphi_0}{\theta}, \quad \alpha' = \frac{\varphi - \varphi_0}{\theta'} \quad (9)$$

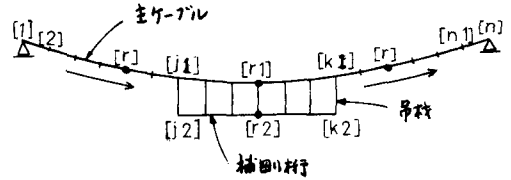


図-2 架設途上の吊橋

3 剛性方程式

図-2 のような構造系に(1)式を適用し、各節点における変位の連続条件と力のつり合い条件により系統的に整理すれば、全体の剛性方程式(10)式が得られる。

$$\begin{bmatrix} S\alpha_1 + S' & S\tau_1 \\ P'_1 & \alpha_2 & \tau_3 \\ \dots & \dots & \dots \\ P'_{j-2} & \alpha_{j-1} & \tau_j \\ \{P'\}_{j-1} & B_j & C_{j+1} \\ A_j & B_{j+1} & C_{j+2} \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & A_{k-1} & B_k \{ \tau \}_{k+1} \\ \{P'\}_k & \alpha_{k+1} & \tau_{k+2} \\ P'_{k+1} & \alpha_{k+2} & \tau_{k+3} \\ \dots & \dots & \dots \\ SP'_{n-1} & S\alpha_n + S' & U_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_{j-1} \\ \{U\}_j \\ \{U\}_{j+1} \\ \dots \\ \{U\}_k \\ U_{k+1} \\ U_{k+2} \\ \dots \\ U_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} SP'_1 \\ P'_2 \\ \dots \\ P'_{j-1} \\ \{P'\}_j \\ \{P'\}_{j+1} \\ \dots \\ \{P'\}_k \\ P'_{k+1} \\ P'_{k+2} \\ \dots \\ SP'_n \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

(10)式で $U_1 \sim U_{j-1}$ および $U_{k+1} \sim U_n$ は 3 行 1 列の変位項、 $\{U\}_j \sim \{U\}_k$ は 6 行 1 列の変位項である。本式は非線型方程式であるが、3 軸マトリクススの形になっており、漸化と逐次を交互に使って収束解を得ることになる。この場合 B の大きさの逆行列は覚悟してかかるが、あとは節点数が如何に大きくなっても電算のワーキングスペースはあまり増加しない。また計算手順に綿密な注意を払うと、誤差集積は殆んどない。主塔の変位の影響や補助塔の架設ヒンジの処理など、実際架設上の要請は(10)式の中に組みこむことができる。計算結果については当日報告したい。