

大阪大学工学部 正員 前田 幸雄
 同 正員 林 正
 大阪大学大学院 学生員 前田 研一

1. まえがき 現在、斜張橋は主径間が200~400m程度の橋梁に最も適した形式の一つであると考えられているが、さらに径間の長い(~700m)形式においても吊橋よりは経済的な橋梁形式になるであろうといわれている。諸外国では、すでにそのような大径間斜張橋の計画案も発表されていることから、近い将来には500~700m程度の大径間斜張橋が架設されるであろう。

このような大径間斜張橋は、かなりの非線形性状を示すことが予想されるので、本研究では、ケーブルのサグを考慮した大変形理論による解析を行って、大径間斜張橋の幾何学的非線形性状を明らかにしようとするものである。なお、従来から変形法では解析されていなかったローラー支承により支持されたケーブルの解法も試みた。

2. 理論解析 サグを考慮したケーブルおよび、ローラーで支持されたケーブルの計算式を簡単に説明する。大変形解析における棒部材の計算式については、参考文献¹⁾を参照されたい。

2.1 サグを考慮した放物線ケーブル

ケーブル張力の水平成分: H

$$H = \frac{8l^2}{8f} = \frac{W}{8n}$$

ケーブルの張力による伸長: ΔC

$$\Delta C = \frac{Hl}{EA} \left(1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} + \frac{\delta^2}{l^2} \right) = \frac{l}{8n} \frac{W}{EA} \left(1 + \frac{16}{3} n^2 + m^2 \right) \quad (2)$$

ケーブル長: C

$$C = \frac{l}{16n} \left\{ (4n+m) \sqrt{1+(4n+m)^2} + (4n-m) \sqrt{1+(4n-m)^2} + \log_e \left\{ \left(\sqrt{1+(4n+m)^2} + (4n+m) \right) \left(\sqrt{1+(4n-m)^2} + (4n-m) \right) \right\} \right\} \quad (3)$$

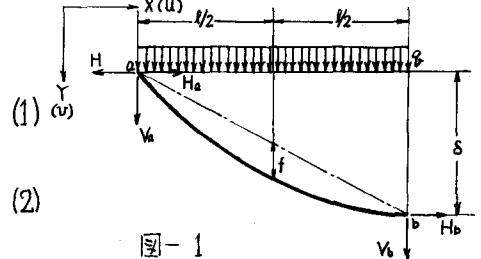


図-1

ここに、

$$n = \frac{f}{l}, m = \frac{\delta}{l}, W = 8l = \rho C_0 = \text{const.}$$

(n: サグ比, ρ: ケーブルの線密度, C₀: ケーブルの無載荷時の長さ)

ケーブルの長さに関して、C - (C₀ + ΔC) = 0 なる式が得られるが、この式の両辺に n/l を乗じたものを F(n) とおけば、

$$F(n) = \frac{1}{16} \left[\alpha \sqrt{1+\alpha^2} + \beta \sqrt{1+\beta^2} + \log_e \left\{ (\alpha + \sqrt{1+\alpha^2})(\beta + \sqrt{1+\beta^2}) \right\} \right] - \frac{W}{8EA} \left(1 + \frac{16}{3} n^2 + m^2 \right) - \frac{n}{l} C_0 \quad (4)$$

ここに、

$$\alpha = 4n+m, \beta = 4n-m$$

したがって、l, δ が与えられれば、n は式(4)から求められる。この超越方程式を解くために、F(n) の導関数を求めておく。

$$\frac{dF}{dn} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1+\alpha^2} + \sqrt{1+\beta^2} \right) - \frac{4}{3} \frac{W}{EA} n - \frac{C_0}{l} \quad (5)$$

また、式(4)を n について Maclaurin 展開し、n の4次以上の項を省略すれば、

$$F(n) = -\frac{W}{8EA}(1+m^2) + \left(\sqrt{1+m^2} - \frac{C_0}{l}\right)n - \frac{2}{3}\frac{W}{EA}n^2 + \frac{8}{3(1+m^2)^{3/2}}n^3 \quad (6)$$

式(6)を用いて、サグの影響を考慮した放物線ケーブルの接性剛性行列 ΔK_{sc} を求める。すなわち、 $F(n, l, \delta) = 0$ と考え、 n, l, δ に関して増分をとれば、 Δn を $\Delta l, \Delta \delta$ で表わすことができ、この結果を用いて、各部材端力の増分、 $\Delta H_a, \Delta V_a, \Delta H_b, \Delta V_b$ を $\Delta l, \Delta \delta$ で表わし、 $\Delta l = \Delta u_b - \Delta u_a, \Delta \delta = \Delta v_b - \Delta v_a$ なる部材の伸びと材端変位との関係を用いて次式を得る。

$$\Delta f = \Delta K_{sc} \cdot d \quad (7)$$

ここに、

$$\Delta K_{sc} = \begin{bmatrix} K_s & -K_s \\ -K_s & K_s \end{bmatrix} \quad K_s = k \begin{bmatrix} A & B \\ B' & C \end{bmatrix}$$

$$k = \frac{W}{8n^2 l} \left/ \left\{ \left(\sqrt{1+m^2} - \frac{C_0}{l} \right) - \frac{4}{3} \frac{W}{EA} n + \frac{8}{(1+m^2)^{3/2}} n^2 \right\} \right.$$

$$A = \frac{C_0}{l} n + m^2 \left\{ \frac{W}{4EA} - \frac{1}{\sqrt{1+m^2}} n + \frac{8}{(1+m^2)^{3/2}} n^3 \right\}$$

$$B = -m \left\{ \frac{W}{4EA} - \frac{1}{\sqrt{1+m^2}} n + \frac{8}{(1+m^2)^{3/2}} n^3 \right\} \quad B' = B + \frac{m}{3(1+m^2)^{3/2}} n^3$$

$$C = n \left\{ \left(\sqrt{1+m^2} - \frac{C_0}{l} \right) - \frac{4}{3} \frac{W}{EA} n + \frac{8}{(1+m^2)^{3/2}} n^2 \right. \\ \left. - m^2 \left\{ \frac{W}{4EA} - \frac{1}{\sqrt{1+m^2}} n + \frac{8}{(1+m^2)^{3/2}} n^3 \right\} \right\}$$

2.2 ローラーで支持されたケーブル

m 部材と $m+1$ 部材とが、 α 節点において、ローラーを介して連続しているとする。

部材の伸び、 $\Delta C_m, \Delta C_{m+1}$ と部材軸力、 $N_m = N_{m+1} = N$ の間には変形後の状態において、次式が成立する。

$$\Delta C_m + \Delta C_{m+1} = f_m N_m + f_{m+1} N_{m+1} \\ = \frac{1}{EA} (C_{0,m} + C_{0,m+1}) N \quad (9)$$

したがって、ローラーの半径を無視すれば、

部材の伸びと材端変位の関係から、

$$N = k' T^t d \quad (10)$$

さらに、部材端力との関係から、

$$f = k' T T^t d = K_{rc} \cdot d \quad (11)$$

ここに、

$$k' = \frac{EA}{C_{0,m} + C_{0,m+1}}$$

$$T = [-\cos r_m, -\sin r_m, (\cos r_m - \cos r_{m+1}), (\sin r_m - \sin r_{m+1}), \cos r_{m+1}, \sin r_{m+1}] \quad (12)$$

$$d = (u_i, v_i, u_j, v_j, u_k, v_k)^t$$

この正方行列 K_{rc} がローラーで支持されたケーブルの剛性行列である。

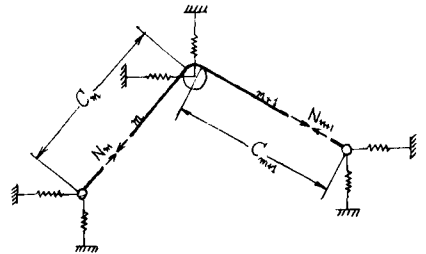


図-2

3. 数値解析 本文では、解の収束速度と計算時間の面から、Newton-Raphson法と荷重増分法とを併用した混合法による加速計算法を用いたが、詳細については、前述の文献¹⁾を参照されたい。

4. 大径間斜張橋

4.1 計算例

(1)構造形式 対称径間連続斜張橋について、図-3に示す6形式を考えた。

(2)断面諸量 各形式において、表-1に示す部材断面諸量を用いた。

表-1 断面諸量

member		Girder						Cable		
		A	I	E	A	I	E	A	E	
		[m ²]	[m ⁴]	[t/m ²]	[m ²]	[m ⁴]	[t/m ²]	upper-most	others	
Type	A-1	0.5	3.0	2.1×10 ⁷	0.35	0.5	2.1×10 ⁷	0.05	0.04	2.0×10 ⁷
	A-2	0.5	3.0	2.1×10 ⁷	0.35	0.5	2.1×10 ⁷	0.03	0.02	2.0×10 ⁷
Center Span : 500m	A-3	1.0	5.0	2.1×10 ⁷	0.70	1.0	2.1×10 ⁷	0.05	0.04	2.0×10 ⁷

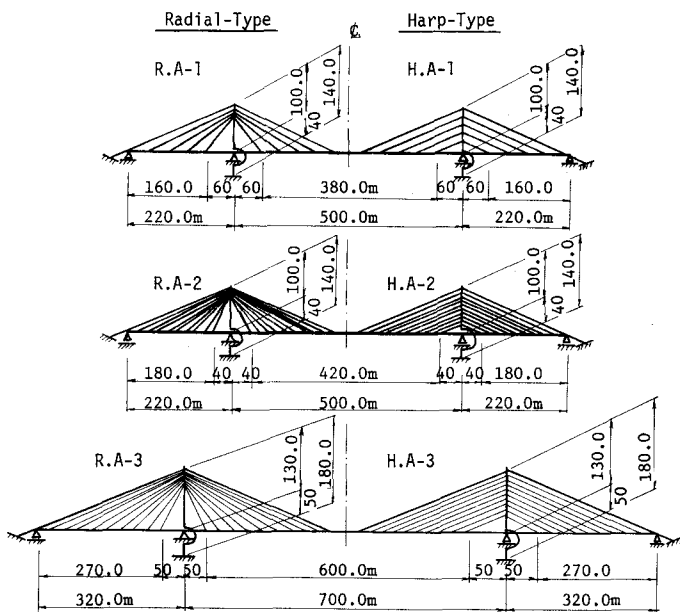


図-3 構造形式

(3)荷重 計算に用いた荷重は、参考文献²⁾によった。死荷重は鋼床版を含む鋼材の自重と、舗装、軌道等による荷重を合せて、4.55 t/mとした。また、活荷重は衝撃を含めて、自動車荷重として、2.80 t/mを、列車(新幹線)荷重として、4.26 t/m、載荷長 320 mを同時に載荷した。なお、載荷位置は試験の結果、

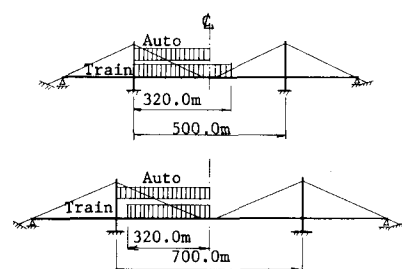


図-4 活荷重載荷位置

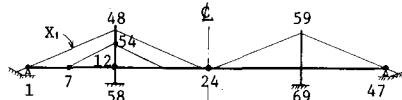
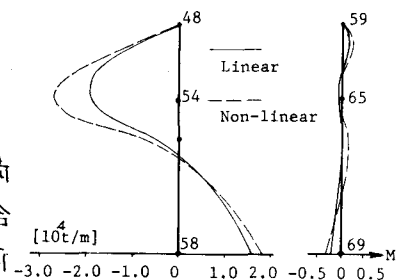


図-5 格点、ケーブル番号



塔の曲げモーメント (H.A-3)

4.2 計算結果

計算結果を表-2, 3, 図-6~8に示す。

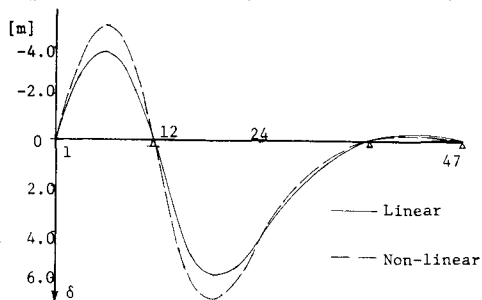


図-7 主桁のたわみ (H.A-3)

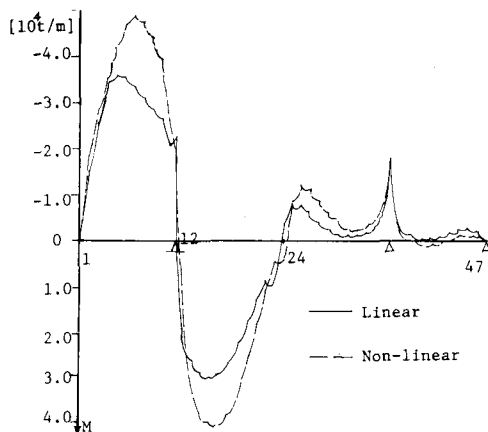


図-8 主桁の曲げモーメント (H.A-3)

表-2

Load		Dead Load						(Dead + Live) Load									
Member		Girder						Tower	Cable	Girder						Tower	Cable
Point Type		δ_{24}	M ₇	M ₁₂	M ₂₄	N ₁₂	M ₅₄	X ₁	δ_{24}	M ₇	M ₁₂	M ₂₄	N ₁₂	M ₅₄	X ₁		
		[m]	[10 ⁴ t]	[10 ⁴ t]	[10 ⁴ t]	[10 ³ t]	[10 ⁴ t]	[10 ³ t]	[m]	[10 ⁴ t]	[10 ⁴ t]	[10 ⁴ t]	[10 ³ t]	[10 ⁴ t]	[10 ³ t]		
R A I L S	L	1.378	-0.234	-0.960	0.891	-1.915	-0.074	1.021	2.425	-1.269	-1.359	1.281	-3.258	-1.020	2.293		
	N	1.365	-0.234	-0.956	0.874	-1.900	-0.075	1.010	2.418	-1.507	-1.365	1.168	-3.119	-1.073	2.214		
	S	1.089	-0.160	-0.912	0.711	-1.916	-0.049	1.036	2.322	-1.506	-1.322	1.120	-3.129	-1.058	2.197		
H A I L S	L	1.524	-0.062	-1.304	0.754	-2.917	-0.017	1.112	2.700	-2.003	-1.803	0.796	-4.783	-0.630	2.372		
	N	1.441	-0.051	-1.296	0.697	-2.764	-0.019	1.063	2.566	-2.224	-1.766	0.629	-4.361	-0.710	2.247		
	S	1.199	-0.027	-1.283	0.577	-2.762	-0.011	1.092	2.484	-2.210	-1.755	0.600	-4.359	-0.705	2.226		
R A I L S	L	1.560	-0.190	-0.993	1.069	-2.156	-0.091	0.720	2.786	-1.273	-1.420	1.621	-3.631	-1.031	1.631		
	N	1.549	-0.192	-0.988	1.052	-2.141	-0.094	0.713	2.795	-1.535	-1.419	1.513	-3.493	-1.110	1.592		
	S	1.336	-0.140	-0.878	0.935	-2.177	-0.074	0.719	2.727	-1.545	-1.294	1.482	-3.521	-1.094	1.581		
H A I L S	L	1.681	-0.042	-1.261	0.909	-3.089	-0.036	0.764	3.033	-2.002	-1.751	1.125	-4.968	-0.683	1.643		
	N	1.667	-0.040	-1.253	0.889	-2.938	-0.038	0.756	2.448	-1.683	-1.599	0.808	-4.356	-0.597	1.318		
	S	1.481	-0.012	-1.230	0.804	-3.086	-0.031	0.762	2.973	-2.314	-1.637	0.989	-4.815	-0.781	1.609		
R A I L S	L	2.802	-0.349	-1.836	1.966	-5.092	-0.190	1.437	4.016	-1.282	-2.323	2.246	-7.205	-2.086	2.702		
	N	2.774	-0.369	-1.823	1.912	-5.052	-0.200	1.418	4.098	-1.846	-2.469	1.987	-6.884	-2.543	2.634		
	S	2.262	-0.255	-1.586	1.609	-5.142	-0.149	1.427	3.824	-1.855	-2.208	1.831	-6.961	-2.488	2.612		
H A I L S	L	2.987	-0.265	-1.777	1.593	-6.923	-0.111	1.489	4.411	-3.353	-2.261	0.955	-9.706	-1.997	2.691		
	N	2.953	-0.288	-1.747	1.524	-6.877	-0.130	1.468	4.578	-4.832	-1.929	0.525	-8.966	-2.742	2.668		
	S	2.487	-0.158	-1.712	1.311	-6.936	-0.102	1.481	4.345	-4.811	-1.854	0.448	-9.033	-2.728	2.622		

注. 上表において, 記号L, N, Sはそれぞれ, 線形解, 非線形解, サグを考慮した非線形解を意味する.

表-3 サグとサグ比

Load	Dead Load						(Dead + Live) Load					
Type	R.A-1	H.A-1	R.A-2	H.A-2	R.A-3	H.A-3	R.A-1	H.A-1	R.A-2	H.A-2	R.A-3	H.A-3
f [m]	2.718	2.583	2.356	2.224	4.038	3.895	1.296	1.279	1.083	1.063	2.226	2.217
n = f/1	0.0123	0.0117	0.0107	0.0101	0.0126	0.0122	0.0059	0.0058	0.0049	0.0048	0.0069	0.0069

4.3 幾何学的非線形性状 以上の数値計算の結果から, 次のようなことがいえる。

- ① 幾何学的非線形性状は死荷重のみが作用する場合には, 全く現れないが, 死荷重および活荷重がともに作用する場合, 10~30%程度の線形解との差異が生じる。
- ② 非線形性状は特に, 塔の曲げモーメントに著しく現れる。
- ③ ケーブルの張り方では, RADIAL-Type に比して, HARP-Type に非線形性状が著しい。
- ④ サグの影響は, 死活荷重載荷状態ではほとんどなく, 死荷重のみ作用する場合に, 顕著に認められ, サグを考慮しない解との差は20%程度である。
- ⑤ 中央径高比500mのものは700mのものに較べてサグの影響は小さく, サグを考慮する必要はないと思われる。

5. 結句 ケーブルのサグの影響を本文の計算式による値と, ケーブルをリンク状にして計算した値とで比較したが, 両者は全く一致した。従って, 本文の計算式は充分, 実用的なものであるといえよう。計算時間は主析分割数46, 全節点数71で, 30秒前後であり, サグを考慮した場合もほとんど変わらなかった。なお, 本研究の一部は科学研究費によるもので, また, 計算には, NEAC-2200-700 (大阪大学大型計算機センター) を用いた。

1) 前田, 林, 中村: 非線形解析における荷重増分法の加速計算法 第27回年次学術講演会講演集
 2) : 本州四国連絡橋設計基準 (吊橋以外) 集 昭46.12.