

信州大学工学部 正員 吉田俊弥

信州大学工学部 正員 三井康司

1. まえがき

本報告は弾性支承上の変断面アーチの理論解析とその光弾性実験に関するものである。軸線は円、放物線、懸垂線と仮定し、断面変化の係数、支承のバネ定数を種種変化させた場合のアーチリブの応力の変化を調べた。

2. 数値計算

図-1は2ヒンジ円弧アーチの場合を示す。支えA, Bに作用する水平力をXとすると、これはつぎのように表示できる。

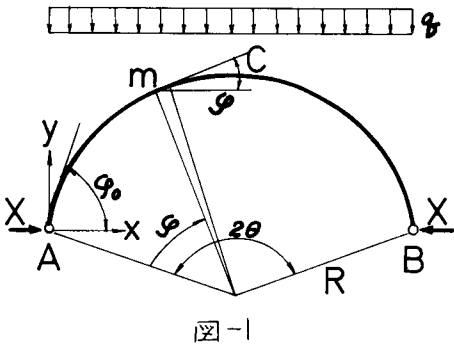


図-1

$$X = \frac{\int M(\phi) d\phi - \int Q(\phi) d\phi}{\int Y(\phi) d\phi + \int A(\phi) d\phi} \quad (1)$$

図-2に示すようにm点の断面2次モーメント  $I_\phi$ 、断面積  $A_\phi$  はアーチ断面を矩形と仮定し、高さ  $h_\phi$  が  $\phi$  に関して直線的に変化するとすれば、

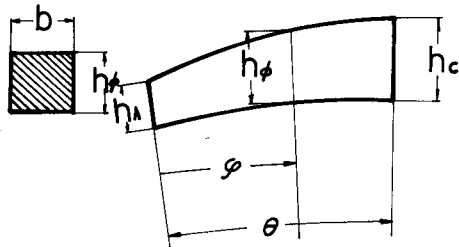


図-2

$$\left. \begin{aligned} I_\phi &= \frac{b h_\phi^3}{12} = \frac{b h_A^3}{12} \left\{ \frac{1}{n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(\frac{\phi}{\theta}\right) \right\}^3, \\ A_\phi &= b h_\phi = b h_A \left\{ \frac{1}{n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(\frac{\phi}{\theta}\right) \right\}. \end{aligned} \right\} (2)$$

ここに  $b$ : アーチ幅(一定とする),

$h_A$ : A点のリブ高さ,

$n$ : (A点のリブ高さ)/(クラウンリブ高さ).

式(1)において  $M(\phi)$ ,  $Q(\phi)$ ,  $Y(\phi)$ ,  $A(\phi)$  はおの

おのつぎのようである。

$$\begin{aligned} M(\phi) &= \frac{[2R^2 \sin \theta \cdot q \sin(\phi/2) \cdot \cos(\phi_0 - \phi/2) - 2R^2 \{ \sin(\phi/2) \cos(\phi_0 - \phi/2) \}^2 R \cos(\phi - \phi_0)]}{(b h_A^3)/12 \cdot \{ 1/n + (1 - 1/n)(\phi/\theta) \}^3 \cdot \cos(\phi_0 - \phi)} \\ &= t_1 \frac{[\sin \theta \sin(\phi/2) \cdot \cos(\phi_0 - \phi/2) - \{ \sin(\phi/2) \cos(\phi_0 - \phi/2) \}^2]}{\{ 1/n + (1 - 1/n)(\phi/\theta) \}^3}, \\ Q(\phi) &= t_2 \cdot \frac{\{ \sin \theta - 2 \sin(\phi/2) \cdot \cos(\phi_0 - \phi/2) \} \sin(\phi_0 - \phi)}{\{ 1/n + (1 - 1/n)(\phi/\theta) \}}, \\ Y(\phi) &= t_3 \frac{\{ \sin(\phi/2) \cdot \sin(\phi_0 - \phi/2) \}^2}{\{ 1/n + (1 - 1/n)(\phi/\theta) \}^3}, \quad A(\phi) = t_4 \frac{\{ \cos(\phi_0 - \phi) \}^2}{\{ 1/n + (1 - 1/n)(\phi/\theta) \}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ここに } t_1 &= 48R^3q/bh^3, & t_2 &= R^2q/bh, \\ t_3 &= 48R^3/bh^3, & t_4 &= R/bh. \end{aligned}$$

式(1)よりXが求まると任意角のモーメント $M_\phi$ , 軸力 $N_\phi$ は,

$$\begin{aligned} M_\phi &= 2R^2q \sin\theta \sin(\phi/2) \cos(\varphi_0 - \phi/2) - 2R^2q \{ \sin(\phi/2) \cos(\varphi_0 - \phi/2) \}^2 - X 2R \sin(\phi/2) \sin(\varphi_0 - \phi/2) \\ N_\phi &= Rq \sin\theta \sin(\varphi_0 - \phi) + X \cos(\varphi_0 - \phi). \end{aligned} \quad (3)$$

数値計算例として $h_A = 1.2\text{m}$ ,  $R = 30\text{m}$ ,  $2\theta = 80^\circ$  の場合を示すと図-3のようであり,  $h_A = 0.8\text{m}$ ,  $R = 17\text{m}$ ,  $2\theta = 120^\circ$  の場合は図-4のようによる。

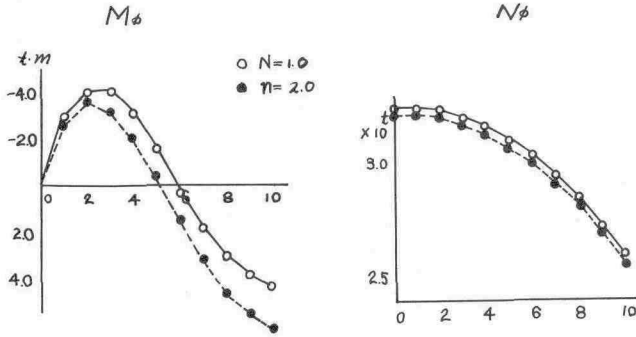


図-3

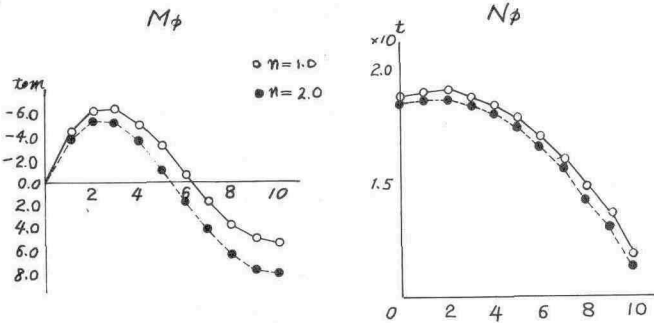


図-4

### 3. 光弾性実験

弾性支承としては鉄片を使用し、水平方向の変位はダイヤルゲージで測定する。鉄片の大きさを換えることにより種種の弾性支承定数の下に実験を行なった。写真-1, 2に示す模型は $R = 10.25\text{cm}$ ,  $h_A = 1.0\text{cm}$ ,  $n = 0.5$  のエポキシ板で制作しており、荷重は $P = 10.5\text{kg}$  をアーク上部に軸荷したものである。

### 4. あとがき

図-3, 図-4からもわかるように断面変化を考慮することにより, $M_\phi$ と $N_\phi$ に影響がみられるが、詳細は当日報告するつもりである。

参考文献: Frames and Arches,

Valerian Leontovich, 1959

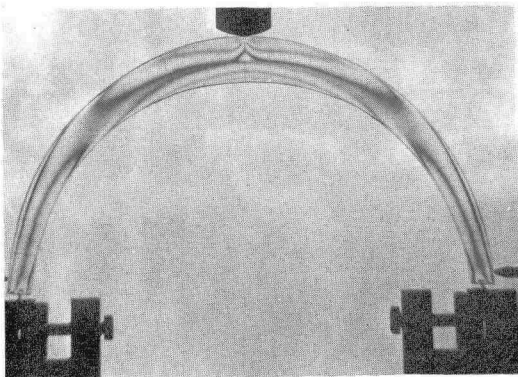


写真-1

写真-1は固定ヒンジ, 写真-2は弾性支承の場合で明視野等色線である。

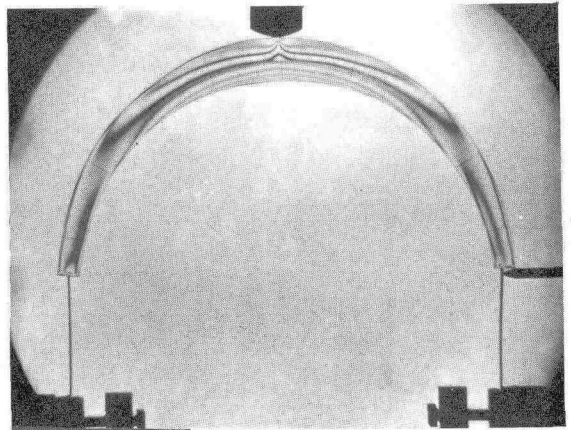


写真-2