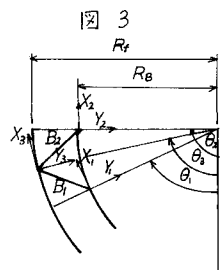
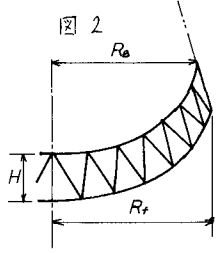
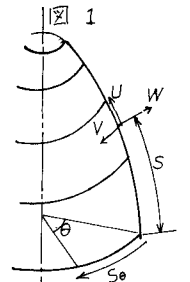


1. まえがき シェルとフレームという異種の構成要素からなる構造物としては、例えば柱で支えられたドームや、地熱発電所にみられる自然通風冷却塔などが挙げられる。シェル内部の応力は境界条によって大きく影響されるので、フレームとの相互作用の解明は、設計上重要な問題である。従来の解法としては、フレームからシェルに加えられる力を単純に仮定してシェル理論によって解くものやフレームを等価なシェルに置換する方法、あるいはフレームとシェルの境界における変位を一致させるように不静定力を定める方法等がある。しかし、これらはいずれも静的解析であり、また、それらの方法を延長して動的解析を行うことは困難である。ここでは、フレームに支えられた軸対称シェルを対象とし、フレームの部分を等価な軸対称構造物に置換する一手法を紹介し、それにより容易に動的解析が可能なることを示し、若干の計算例により、フレームで支えられたシェル構造における問題点を指摘した。

2. 解析法 シェルの部分については、図1に示すような、母線方向に任意の曲率を有する環状エレメントを用いる。軸対称シェルに対する有限要素法を用いる。三角形、あるいは四辺形の平板、あるいは曲板要素を用いる方法は、フレームとの接続は容易でも、自由度が大きくなりすぎ、動的解析には不適当である。円周方向、母線方向、法線方向の変位をそれぞれ V, U, W とすれば固有角振動数 ω_n で振動しているシェルの変位は、 $U_n(s, \theta, t) = \hat{U}_n(s) \cos(n\theta) e^{i\omega_n t}$, $V_n(s, \theta, t) = \hat{V}_n(s) \sin(n\theta) e^{i\omega_n t}$, $W_n(s, \theta, t) = \hat{W}_n(s) \cos(n\theta) e^{i\omega_n t}$ と表わされる。エレメント内の変位 $\hat{U}_n, \hat{V}_n, \hat{W}_n$ をそれぞれ s の3次式で近似し、節点変位としては $(\hat{W}_n, \hat{U}_n, \hat{V}_n, \hat{\beta}_n, \frac{d\hat{U}_n}{ds}, \frac{d\hat{W}_n}{ds})$ をとる。 $\hat{\beta}_n$ は、 S_0 軸回りの回転である。近式には、V.V. Novozhilov の系表示を使い、慣性力では、回転慣性を無視した。剛性マトリックス、マスマトリックスは数値積分により求めた。

フレーム部は図2に示すようなものである。上部のシェルでは、変位を円周方向にフーリエ展開し、その係数に対する剛性マトリックスが与えられているのに対し、通常のフレームの剛性マトリックスは、フレーム端部の変位、回転に対して与えられている。フレーム部はほぼ軸対称とみなせるから、フレーム部の上端及び下端の変位を円周方向にフーリエ展開し、対応する剛性マトリックスを求める。図3のように部材 B_1, B_2 を一組として、フレーム部の歪エネルギー V は、次式のように表わせる。



$$V = \frac{1}{2} (U_{1n}^T, U_{2n}^T) \left\{ \begin{matrix} T_{1n} & 0 \\ T_{2n} & 0 \\ 0 & T_{0n} \end{matrix} \right\}^T \Sigma \left(\begin{matrix} T_{R1} & 0 & 0 \\ 0 & T_{R2} & 0 \\ 0 & 0 & T_{R3} \end{matrix} \right) \left[G_T \right] \left(\begin{matrix} T_{R1} & 0 & 0 \\ 0 & T_{R2} & 0 \\ 0 & 0 & T_{R3} \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} T_{1n} & 0 \\ T_{2n} & 0 \\ 0 & T_{0n} \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} U_{1n} \\ U_{2n} \end{matrix} \right) \dots (1)$$

ここで

$$[G] = \begin{bmatrix} T_1^T K_{AA} T_1 & 0 & T_1^T K_{AB} T_{B13} \\ 0 & T_2^T K_{AA} T_2 & T_2^T K_{AB} T_{B23} \\ T_{B13}^T K_{BA} T_1 & T_{B23}^T K_{BA} T_2 & T_{B13}^T K_{BB} T_{B13} + T_{B23}^T K_{BB} T_{B23} \end{bmatrix} \quad [K] = \begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} \end{bmatrix}, \quad [K] \text{は通常のフレームの剛性マトリックス,}$$

U_{An}, U_{Bn} はフレーム上端, 下端における $\{U_n, \dot{U}_n, \ddot{U}_n, \dot{\beta}_n\}^T$ を表すベクトル。 T_{An}, T_{Bn} は $\theta=0$ の点における直角三方向の変位と軸まわりの回転と, U_{An}, U_{Bn} の関係を示すマトリックス。 T_{A1}, T_{A2}, T_{A3} は, フレーム格点での角度 θ に対する変換マトリックス。 $T_1, T_2, T_{B13}, T_{B23}$ は, 格点座標と, 部材に固定した座標との変換マトリックスである。 Σ は, 三角関数の性質を使って容易に計算できる。 $\{ \}$ 内が剛性マトリックスである。 マスマトリックスは, K_{AA}, K_{BB} の代りに, 通常のフレームのマスマトリックスの部分マトリックス M_{AA}, M_{BB} を使えばよい。 詳細は講演時述べるつもりである。

3. 精度 リング状フレーム構造に数種の荷重を加え

た際の変位を, 立体フレーム解析用プログラム(FRAME)と, 前述の解析法に基づくプログラム(FOOT)によって求め比較した。 寸法は, 頂部リングが一辺 1m の正方形, 脚部は直径 1m の円形とし, $R_B=100m, R_T=120m, H=40m$, ポアソン比 0.2, ヤング率 脚部は 2000000 ton/m^2 , 頂部のヤング率は, モデル 1 では脚部と等しく, モデル 2 では, 脚部の 30 倍とした。 荷重は, $SIN(\alpha\theta) \text{ ton/m}$ で, α は $0 \sim 3$ まで変化させた。 結果は表 1 に示したが, 良好な一致もみている。

表 1 単位 cm

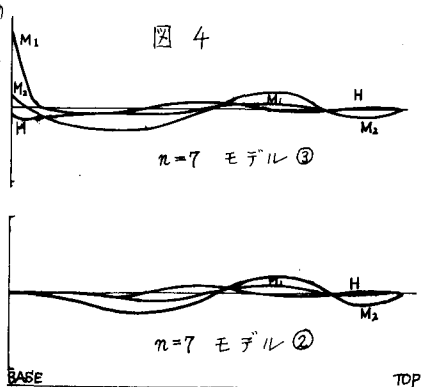
荷重 結果	モデル 計算法	1		2	
		FOOT	FRAME	FOOT	FRAME
1	最大変位	0.5008	0.5019	—	—
	誤差	0.2%			
2	最大変位	1.470	1.478	1.014	1.016
	誤差	0.5%		0.2%	
3	最大変位	2.415	2.462	1.905	1.922
	誤差	1.9%		0.9%	
4	最大変位	4.72	4.83	3.47	3.52
	誤差	2.3%		1.5%	

4. フレームに支えられた双曲シェルへの応用 従来のフレー

ムとシェルとからなる構造物の動的解析には, フレームで支えられた双曲シェル(自然通風冷却塔)を, シェルの部分を剛体と考えて取扱ったものや, 逆に脚の部分を剛と考えてシェルのみの振動を取扱ったものがある。 ここでは①シェル部の材料に脚部の 1/10 倍の剛性を与えたモデル ②シェル単体のモデル ③実物モデルの 3 種について計算し, 比較を行った。 表 2 に①, ②の固有振動数, 図 4 に②③についての固有モードのモーメント分布を示した。 この結果から, ①は全く異なる固有振動数を与えること。 ②は, モーメントの誤差の大きいことが明らかである。

表 2 単位 H, τ

モデル 波数	1. (剛体)	3. (実物)
0	4.65	5.28
1	3.47	2.25
2	7.50	1.33
3	22.2	1.20
4	35.9	1.19
5	62.9	0.99
6	83.6	1.22
7	109.	1.35



5. 結語

1) 今回提案したフレーム部の取扱いは, 十分な精度を有し, 容易にシェルとフレームを一体とした動的解析が可能である。

2) 従来行なわれたシェルを剛体とみなす方法, あるいはフレーム部を剛とする解法は固有周期, 応力の点で誤差が大きい。

フレームの剛性を正しく評価した際, シェル端部に表われるモーメントは注目すべきである。

参考文献 V.V. Novozhilov "The Theory of Thin Shells" 等。