

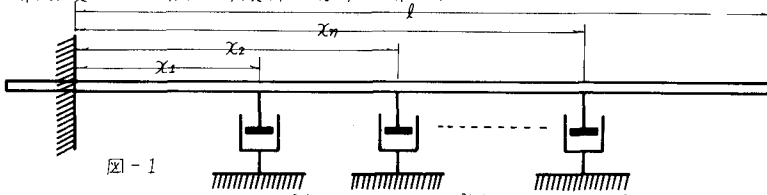
東北大学工学部 正員 倉西 茂

東北工業大学 正員 高橋 龍夫, 正員の松山 正持

粘性支点による梁の曲げ振動性状の変化について、着者等は数例をあげ解析を試みてきた。本文は図-1に示されるような粘性支点をもち片持梁の固定端に、正弦波状変位を与えた場合の応答を解析したものであり、粘性支点の特徴をさらに明確に把握しようとするものである。図に示されている片持梁の運動方程式も次のようにおく。

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + \frac{w}{g} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + \sum_{i=1}^n C_i \frac{\partial Y}{\partial t} \delta(x-x_i) = 0 \quad (1)$$

但し、 EI は梁の曲げ剛性、 w/g は単位長当りの重量、 C_i は粘性係数である。解析を簡易にするため EI は一定とし、粘性支点を一個だけ設けるものとする。



境界条件; $Y(0, t) = A \sin \omega t$, $\left[\frac{\partial Y}{\partial x}\right]_{x=0} = 0$, $\left[\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right]_{x=l} = 0$, $\left[\frac{\partial^3 Y}{\partial x^3}\right]_{x=l} = 0$ および、初期条件; $Y(x, 0) = 0$, $\left[\frac{\partial Y}{\partial t}\right]_{t=0} = 0$ を用いて、定常振動解 $\bar{Y}(x, t)$ を求めると次のように書ける。

$$\bar{Y}(x, t) = \bar{A}(x) \sin(\omega t + \varphi(x)) \quad (2)$$

$$\bar{A}(x) = \frac{A}{2E_0} \left[\left\{ E_0 \varphi_{1(x)} + E_1 \varphi_{2(x)} + E_3 \varphi_{3(x)} + \varphi_{4(x)} (E_2 l_2 + E_4 l_3) \right\}^2 + \left\{ E_2 \varphi_{2(x)} + E_4 \varphi_{3(x)} + (-p) (E_0 l_1 + E_1 l_2 + E_3 l_3) \varphi_{4(x)} \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

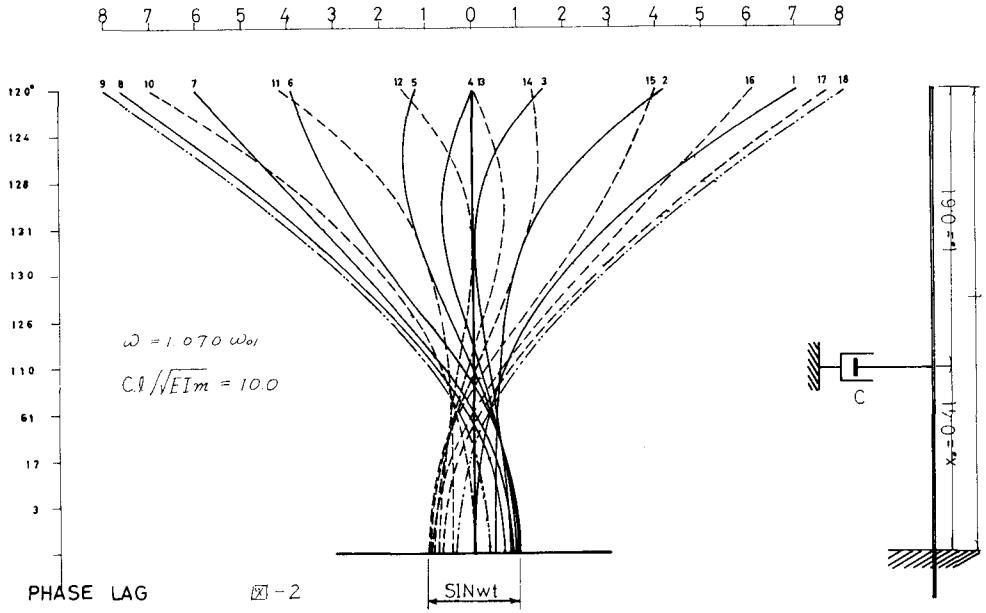
$$\varphi(x) = \text{TAN}^{-1} \left\{ \frac{E_2 \varphi_{2(x)} + E_4 \varphi_{3(x)} - p (E_0 l_1 + E_1 l_2 + E_3 l_3) \varphi_{4(x)}}{E_0 \varphi_{1(x)} + E_1 \varphi_{2(x)} + E_3 \varphi_{3(x)} + p (E_2 l_2 + E_4 l_3) \varphi_{4(x)}} \right\} \quad (4)$$

$$E_0 = 4a\omega (D_1)^2 + k^2 (D_2)^2, \quad E_1 = 4a\omega D_1 D_3 - k^2 D_2 D_4, \quad E_2 = 2k\sqrt{a\omega} (D_1 D_4 + D_2 D_3),$$

$$E_3 = 4a\omega D_1 D_5 - k^2 D_2 D_6, \quad E_4 = 2k\sqrt{a\omega} (D_1 D_6 + D_2 D_5),$$

$$D_1 = (\cosh \rho l + \cos \rho l)^2 - (\sinh \rho l - \sin \rho l), \quad D_2 = (\cosh \rho l' - \cos \rho l') (\cosh \rho l + \cos \rho l) (\sinh \rho l + \sin \rho l) + (\sinh \rho l' - \sin \rho l') (\cosh \rho l + \cos \rho l) (\cosh \rho l + \cos \rho l) - (\cosh \rho l' - \cos \rho l') (\sinh \rho l + \sin \rho l) (\cosh \rho l + \cos \rho l) - (\sinh \rho l' - \sin \rho l') (\sinh \rho l - \sin \rho l), \quad D_3 = (\sinh \rho l + \sin \rho l)^2 - (\cosh \rho l - \cos \rho l), \quad D_4 = (\cosh \rho l' + \cos \rho l') (\cosh \rho l + \cos \rho l) (\sinh \rho l + \sin \rho l) + (\sinh \rho l' - \sin \rho l') (\cosh \rho l + \cos \rho l) (\cosh \rho l - \cos \rho l) - (\cosh \rho l' + \cos \rho l') (\sinh \rho l + \sin \rho l) - (\sinh \rho l' - \sin \rho l') (\sinh \rho l + \sin \rho l), \quad D_5 = (\cosh \rho l - \cos \rho l) (\sinh \rho l - \sin \rho l) - (\cosh \rho l + \cos \rho l) (\sinh \rho l + \sin \rho l), \quad D_6 = (\cosh \rho l' + \cos \rho l') (\cosh \rho l + \cos \rho l) (\cosh \rho l + \cos \rho l) + (\cosh \rho l' - \cos \rho l') (\sinh \rho l + \sin \rho l) (\sinh \rho l + \sin \rho l) - (\cosh \rho l' + \cos \rho l') (\sinh \rho l + \sin \rho l) (\sinh \rho l' + \sin \rho l') - (\cosh \rho l' - \cos \rho l') (\cosh \rho l - \cos \rho l) (\cosh \rho l + \cos \rho l),$$

$\varphi_{1(x)} = \cosh \beta x + \cos \beta x$, $\varphi_{2(x)} = \cosh \beta x - \cos \beta x$, $\varphi_{3(x)} = \sinh \beta x - \sin \beta x$, $\varphi_{4(x)} = \sinh \beta(x-x_0) - \rho m \beta(x-x_0)$,
 $x-x_0$), 但し, $0 \leq x \leq x_0$; $\varphi_{4(x)} = 0$ とする。 $\beta = \sqrt{\omega} / \sqrt{EI/m}$, $\rho = (C/m) / (\sqrt{EI/m} \sqrt{\omega})$,
 今, 片持梁の i 次の固有角振動数を ω_{0i} とし, 変位の角振動数 ω との比を $g_i = \omega_{0i} / \omega$ とおく。
 図-2 は, $\omega = 1.070 \omega_{01}$, $C l / \sqrt{EI m} = 10.0$ (粘性支点を固定端より $\frac{1}{4} l$ の位置に設けた
 梁の低次の共振点附近) の場合の振動の状態を図示したものである。図の左側には, 変位の位相に
 対する各位置の位相おくれが記入してある。位相おくれは, 粘性支点の設けられた位置附近で(粘
 性支点よりやや)固定端に近い位置であり, 粘性支点の設けられた位置の如何に關係なく) $\frac{\pi}{2}$ となる。



梁の各位置の変位は, 粘性支点の位置附近では, この支点の影響を受け, 小さくなる。粘性支点の
 粘性係数を増大させると支点附近の変位は一定値に近いき, 自由端の変位は増大する。図-3, 4
 は, 粘性支点および自由端の変位応答曲線であり, 粘性支点の特性の一例を示すものである。

