

先に発表した“部材中に伝播する曲中波動に関する考察”(第26回年次学術講演会)の数値解析に誤りがあったので訂正すると共に、新の解析結果をつけ加える。

有限ばりに関する曲中波動の理論解は、積分型あるいは級数型で与えられることが多く、実用性に乏しく、そこで、差分法を用いて曲中波動の数値解析を行、た。土木構造物を対象とすると、使用されている材料の性質、構造の幾何学的な大きさ、地震波の振動周期等から elementary theory を用いることが可能であると考えられる、曲中振動の方程式 $EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial t} = 0$ は形式的に次の様に差分される。

$$\sigma \frac{y_{x+2h,t+h} - 4y_{x+h,t+h} + 6y_{x,t+h} - 4y_{x-h,t+h} + y_{x-2h,t+h}}{h^2} + (1-\sigma) \frac{y_{x+2h,t} - 4y_{x+h,t} + 6y_{x,t} - 4y_{x-h,t} + y_{x-2h,t}}{h^2} + \frac{\gamma A}{EI g} \frac{y_{x,t+h} - 2y_{x,t} + y_{x,t-h}}{h^2} = 0$$

EI: ばりの曲げ剛性 A: ばりの断面積 γ : ばりの単位重量 g: 重力加速度

h: ばりの軸方向差分間隔 h: 時間々隔

$\sigma = 0$ のとき、陽の解法 $0 < \sigma \leq 1$ の場合

陰の解法と呼ばれている(図-1)

陽の解法の場合、 $K = \frac{EI g}{\gamma A} \cdot \frac{\sigma}{h^2} \leq \frac{1}{4}$ で解が安定し

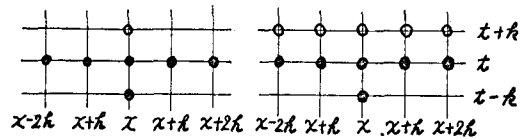
陰の解法の場合、全てのKについて解が安定する。

単純ばり ($l=1.0, EI g/\gamma A=1.0$) を10等分し ($h=0.1$)

$P_2.0 = y_0 = 0/3.5 (0 \leq 3.5), 1.0 (0.7 \geq 3.5)$ で表わされる変位を与え $t=0$ と $t=h (=h)$ を変えた場合の $P_2.5$

$\sigma = 0$

$0 < \sigma \leq 1$



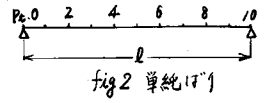
○ 未知点 ● 既知点

fig.1 elementary theory の差分法.

		t=5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0	50.0
r=0.0	t=0.1	-2.251×10 ³	-5.583×10 ³	3.406×10 ²	1.216×10 ¹						
	t=0.3	-2.268×10 ³	-5.243×10 ³	3.417×10 ²	1.217×10 ¹	2.729×10 ¹	4.331×10 ¹	6.221×10 ¹	7.961×10 ¹	8.984×10 ¹	8.931×10 ¹
	t=0.5	-2.286×10 ³	-6.291×10 ³	3.305×10 ²	1.221×10 ¹	2.709×10 ¹	4.334×10 ¹	6.222×10 ¹	7.945×10 ¹	9.003×10 ¹	8.975×10 ¹
	t=0.7	振動発散									
	t=0.9	振動発散									
r=0.25	t=0.1	-2.226×10 ³	-5.422×10 ³	3.415×10 ²	1.234×10 ¹						
	t=0.3	-2.185×10 ³	-5.441×10 ³	3.454×10 ²	1.260×10 ¹	2.709×10 ¹	4.334×10 ¹	6.228×10 ¹	7.903×10 ¹	8.936×10 ¹	8.924×10 ¹
	t=0.5	-2.150×10 ³	-5.588×10 ³	3.520×10 ²	1.279×10 ¹	2.704×10 ¹	4.341×10 ¹	6.229×10 ¹	7.881×10 ¹	8.905×10 ¹	8.902×10 ¹
	t=0.7	-2.107×10 ³	-5.730×10 ³	3.604×10 ²	1.296×10 ¹	2.703×10 ¹	4.347×10 ¹	6.228×10 ¹	7.864×10 ¹	8.871×10 ¹	8.875×10 ¹
	t=0.9	-2.009×10 ³	-1.608×10 ²	振動発散							
r=0.50	t=0.1	-2.206×10 ³	-5.392×10 ³	3.428×10 ²	1.248×10 ¹						
	t=0.3	-2.121×10 ³	-5.413×10 ³	3.560×10 ²	1.288×10 ¹	2.702×10 ¹	4.344×10 ¹	6.226×10 ¹	7.873×10 ¹	8.887×10 ¹	8.889×10 ¹
	t=0.5	-2.034×10 ³	-5.873×10 ³	3.709×10 ²	1.316×10 ¹	2.705×10 ¹	4.353×10 ¹	6.217×10 ¹	7.842×10 ¹	8.824×10 ¹	8.832×10 ¹
	t=0.7	-1.934×10 ³	-5.791×10 ³	3.872×10 ²	1.339×10 ¹	2.714×10 ¹	4.360×10 ¹	6.204×10 ¹	7.814×10 ¹	8.723×10 ¹	8.773×10 ¹
	t=0.9	-1.809×10 ³	-5.507×10 ³	4.028×10 ²	1.358×10 ¹	2.725×10 ¹	4.365×10 ¹	6.190×10 ¹	7.784×10 ¹	8.708×10 ¹	8.713×10 ¹
r=0.75	t=0.1	-2.186×10 ³	-5.443×10 ³	3.456×10 ²	1.260×10 ¹						
	t=0.3	-2.051×10 ³	-5.918×10 ³	3.681×10 ²	1.310×10 ¹	2.704×10 ¹	4.352×10 ¹	6.220×10 ¹	7.849×10 ¹	8.840×10 ¹	8.847×10 ¹
	t=0.5	-1.917×10 ³	-5.847×10 ³	3.910×10 ²	1.343×10 ¹	2.717×10 ¹	4.362×10 ¹	6.202×10 ¹	7.807×10 ¹	8.750×10 ¹	8.760×10 ¹
	t=0.7	-1.784×10 ³	-5.313×10 ³	4.151×10 ²	1.372×10 ¹	2.735×10 ¹	4.369×10 ¹	6.182×10 ¹	7.764×10 ¹	8.664×10 ¹	8.677×10 ¹
	t=0.9	-1.659×10 ³	-4.282×10 ³	4.383×10 ²	1.397×10 ¹	2.754×10 ¹	4.374×10 ¹	6.050×10 ¹	7.631×10 ¹	8.586×10 ¹	8.586×10 ¹
r=1.00	t=0.1	-2.166×10 ³	-5.538×10 ³	3.492×10 ²	1.270×10 ¹						
	t=0.3	-1.980×10 ³	-5.997×10 ³	3.802×10 ²	1.327×10 ¹	2.709×10 ¹	4.358×10 ¹	6.212×10 ¹	7.828×10 ¹	8.794×10 ¹	8.804×10 ¹
	t=0.5	-1.813×10 ³	-5.519×10 ³	4.108×10 ²	1.366×10 ¹	2.732×10 ¹	4.369×10 ¹	6.187×10 ¹	7.772×10 ¹	8.679×10 ¹	8.688×10 ¹
	t=0.7	-1.662×10 ³	-4.480×10 ³	4.421×10 ²	1.401×10 ¹	2.758×10 ¹	4.376×10 ¹	6.111×10 ¹	7.712×10 ¹	8.572×10 ¹	8.575×10 ¹
	t=0.9	-1.528×10 ³	-3.245×10 ³	4.719×10 ²	1.433×10 ¹	2.783×10 ¹	4.383×10 ¹	6.135×10 ¹	7.649×10 ¹	8.474×10 ¹	8.464×10 ¹

表-1. P_{2.5} の下わみ

のためを表-1に示す。 $\sigma = 0$ の場合、 $\Delta t > 0.5$ で $k > 1$ となり解は発散する。 $\sigma = 0.25$, $\Delta t = 0.9$ の場合、初期では解が安定するが時間の経過に従って発散する。 Δt の変化による数値の変動は $\sigma = 0$ の場合が一番小さく、 σ が大きくなるに従って変動が大きくなる。



又 σ が大きくなるに従って振動振幅が減少する傾向がみられる(図-3)。 $\sigma = 0.0$ の場合、即ち陽的解法の場合、 Δt が変動しても3ヶタ近くの精度が維持される。

単精度計算(10進10ヶタ)と倍精度計算(21ヶタ)の結果を表-2に示す。この結果、単精度でも6ヶタの精度は保たれている。以上の計算は入力の変動がばりの基本振動周期($T_0 = 63.66$)に比べてゆるやかな場合であるが、変動が激しい場合(例 $= \sin$ を仮する周期 $T_0 = 4.0$)の場合にも同様の結果が得られている。

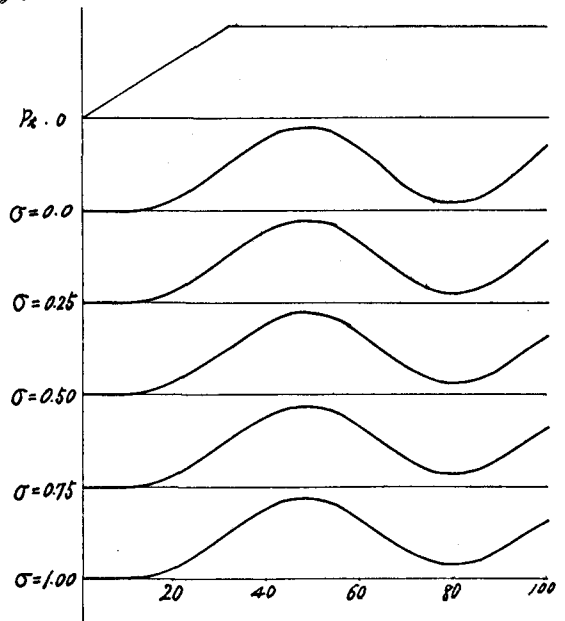


fig.3. σ の変動による P_{max} のばり振動
 $EI_0/rA = 1.0, P_0 = 5, \Delta t = 0.5$

Timoshenko theory との比較

Timoshenko ばりの方程式

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{rA}{g} \frac{\partial^2 \dot{y}}{\partial t^2} - \left(\frac{rI}{g} + \frac{EI r}{g R G} \right) \frac{\partial^2 \dot{y}}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{rI}{g} \frac{r}{g R G} \frac{\partial^4 \dot{y}}{\partial t^4} = 0$$

G: セン断弾性係数 r : セン断力分布の係数
 と差分化すると図-6の様になる。elemental theory との比較を表-3に示す。(真りの製ばり、スパン100cm、断面 60×3^4 mm, $T_1 = T_0 = 0.210032 \text{ sec}$)、この場合、共振を生ずる状態にある。 σ が大きくなるに従って振幅が小さくなる傾向が著しい。方程式の差による結果のちがいはほとんどない。他の計算例についてはその日発表の予定である。この計算は、東北大学計算センター-NEAC-2230-N700を用いた。

		t=20.0	t=40.0	t=60.0	t=80.0
Δt=0.1	Single	0.12701026	0.78912701	0.65103053	0.10194936
	Double	0.12701028	0.78912724	0.65103097	0.10194937
Δt=0.5	Single	0.13660363	0.77717389	0.63779620	0.14873939
	Double	0.13660363	0.77717395	0.63779634	0.14873939

表-2. 単精度計算と倍精度計算の比較

		t=2.0	t=4.0	t=6.0
σ=0.0 (Δt=0.001)	Ele	18.4746153	-35.3308352	49.0203624
	Timo	18.4755626	-35.3183013	48.9950859
σ=0.5 (Δt=0.025)	Ele	1.6318989	-1.5840291	1.5050312
	Timo	1.6318539	-1.5839976	1.5050137
σ=1.0 (Δt=0.025)	Ele	0.7629036	-0.7094006	0.6419205
	Timo	0.7628908	-0.7093911	0.6419141

表-3. elemental theory と Timoshenko theory の比較

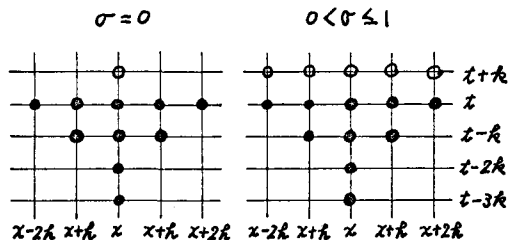


fig.6. Timoshenko theory の差分法。