

京都大学防災研究所 正員 土岐憲三
 京都大学防災研究所 正員 ○高田至郎

1. まえがき 沈埋トンネルや地中埋設管の耐震性に関する研究が最近とみに活発になりつつある。これらの構造物は従来の土木構造物と異なり、地表面近くには埋設され、その周囲がすべて地盤に取り囲まれており、しかも、地表面に沿って何百メートルにもわたっての広がりをもつ構造物である。したがって、これらの構造物に対する地震動の入力を考える際には、ある一つの地点での地震動のみでなく、場所的な相異を考慮した多入力振動系と見なしてその振動性状を明らかにしていく必要があるものと思われる。一方、地中にある構造物の振動性状についてのこれまでの研究成果¹⁾によって、地中構造物はその埋設されている地盤と一体となって振動し、地盤との相対的な変位は小さく、構造物自体の固有振動が引き起こされることはほとんどないことが分ってきた。このことは地中構造物の運動が地盤各点の運動で近似されることを意味し、構造物の埋設されている地盤の運動性状を明らかにしていくことが必要とされる。とくに、場所的な相対変位が大きくなるような地表層に埋設されている構造物には大きなひずみが発生することが容易に推察される。地表層の厚さが変化している場合や、地盤の弾性定数が場所的に異なっている場合はその例であろう。以上の事柄より、本文は、地中埋設構造物の振動性状を明らかにすることを目的とし、その第1段階として、地盤のみの場合について埋設構造物の軸方向に関して地盤の弾性率が変化する際の地表層の振動性状を見たいものである。

2. 地表層の震動解析 図1は解析の対象としたモデルである。剛な基盤面($z \leq 0$)上に地表層($0 \leq z \leq H$)があり、せん断弾性定数は $\alpha \leq 0$, $\alpha \geq 0$ の範囲ではそれぞれ μ_0, μ_2 で一定とし、 $0 \leq \alpha \leq l$ では $\mu(\alpha)$ として α 方向に変化するものと見なす。このような地表層に α の正の方向に伝播し、その運動が y 方向のみであるSH波型の波動が入射する場合について解析を進めていくこととする。 y 方向の変位 v は一般に、次の微分方程式を満足しなければならない。

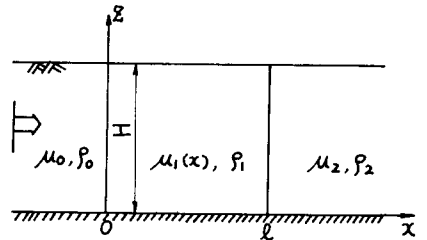


図1. 地盤層モデル

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \mu(\alpha) \cdot \nabla^2 v + \frac{\partial \mu(\alpha)}{\partial \alpha} \frac{\partial v}{\partial \alpha}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{---(1)}$$

ここで $v = \sqrt{\mu(\alpha)} \cdot \bar{v}$ の変数変換を行ない次の結果を得る。

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} = \mu(\alpha) \cdot \nabla^2 \bar{v} + \left\{ \frac{1}{4\mu(\alpha)} \left(\frac{\partial \mu(\alpha)}{\partial \alpha} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mu(\alpha)}{\partial \alpha^2} \right\} \bar{v} \quad \text{---(2)}$$

いま、 α 方向についての境界条件は $z=0$ で変位がゼロ、 $z=H$ でせん断応力がゼロとなることであり、これらの条件を満足する固有函数 $\sin \gamma_m z$ によって、式(2)の解 \bar{v} を展開して次のように表わす。

$$\bar{v} = \sum_{m=1}^{\infty} X(\alpha) \sin \gamma_m z \cdot e^{i p t}, \quad \gamma_m = (2m-1)\pi / 2H \quad \text{---(3)}$$

式(1)を式(2)に代入することによって、 $X(x)$ に関する次の2階微分方程式が得られる。

$$\mu(x) \frac{d^2 X(x)}{dx^2} + \left\{ \rho P^2 - \mu(x) \gamma_m^2 + \frac{1}{4\mu(x)} \left(\frac{d\mu(x)}{dx} \right)^2 - \frac{1}{z} \frac{d^2 \mu(x)}{dx^2} \right\} X(x) = 0 \quad \text{----- (4)}$$

ここで、 $x \leq 0$, $0 < x < l$, $x \geq l$ の領域をそれぞれ [0], [1], [2] と呼ぶことにし、物理定数の添字 0, 1, 2 はそれぞれの領域の値を表わすものとする。[0], [2] の領域では μ が一定であるので式(4)は次のように書ける。

$$\frac{d^2 X_i}{dx^2} + k_i^2 X_i = 0, \quad k_i^2 = \frac{\rho_i P^2}{\mu_i} - \gamma_m^2 \quad (i=0, 2) \quad \text{----- (5)}$$

波動の伝播方向を考慮して $e^{ik_0 x}$, $e^{-ik_2 x}$ がそれぞれ領域 [0], [2] での解として選ばれる。[0] の領域では入射波動と加え合わせて、結局、 v_0 , v_2 は次のように求められる。

$$v_0 = \sum_{m=1}^{\infty} \left(U_0 e^{-ik_0 x} + \frac{A_0}{\mu_0} e^{ik_0 x} \right) \sin \gamma_m z e^{ipt}, \quad v_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{B_2}{\mu_2} e^{-ik_2 x} \sin \gamma_m z e^{ipt} \quad \text{----- (6)}$$

次に、[1] の領域では $\mu(x)$ は $x=0$ で μ_0 , $x=l$ で μ_2 の値をとる x の 1 次関数で表わされるものとすれば、 $d\mu/dx = a = (\mu_2 - \mu_0)/l$, $d^2\mu/dx^2 = 0$ となるので、式(4)は次のように表わされる。

$$\frac{d^2 X_1(x)}{dx^2} + \left\{ \frac{\rho P^2}{\mu(x)} - \gamma_m^2 - \frac{a}{4\mu^2(x)} \right\} X_1(x) = 0 \quad \text{----- (7)}$$

式(7)の微分方程式は適当な変数変換を行なうことによって、合流型超幾何関数あるいは Whittaker 関数によって 2 つの独立な解が与えられることが分かる。2 つの独立な解を $W_1(\alpha, 0, \zeta)$, $W_2(\alpha, 0, \zeta)$ とすれば、 v_1 は次のように求められる。ここに、 $\alpha = \rho P^2 / 2a \gamma_m$, $\zeta = 2S_m \mu(x) / a$ である。

$$v_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{a}{2\gamma_m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{\zeta}} \left\{ A_1 W_1(\alpha, 0, \zeta) + B_1 W_2(\alpha, 0, \zeta) \right\} \sin \gamma_m z e^{ipt} \quad \text{----- (8)}$$

式(6), (8)における A_0, A_1, B_1, B_2 は未定定数であり、次の境界条件式より決定されるものである。

$$x=0: v_0 = v_1, \quad \partial v_0 / \partial x = \partial v_1 / \partial x, \quad x=l: v_1 = v_2, \quad \partial v_1 / \partial x = \partial v_2 / \partial x \quad \text{----- (9)}$$

3. 数値計算結果および考察

図2は地盤の変位とひずみの周波数応答の一例を示したものである。 $\mu_0/\mu_2 = 0.5$, $l/H = 5.0$ の場合について、弾性率変化部の $x=0, l$ の地点での値を示したものであり、横軸には、入力の周波数を領域 [0] でのせん断 1 次固有振動数 ω_0 で除した値をとっている。図より明らか

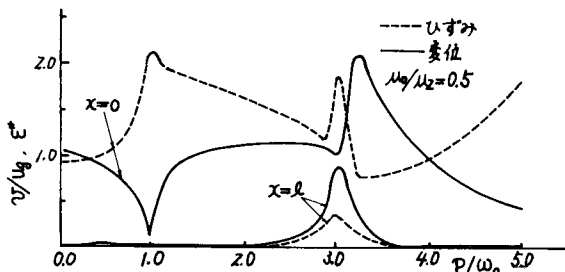


図2. 変位、ひずみの周波数応答

のように、弾性率変化部の地点はそれぞれ、周波数によってかなり異なった揺れ方をしていることが知られる。また、 $x=l$ での値は $x=0$ での値に比較して小さく、軟かい地盤より硬い地盤への波動の透過率が小さいことにより説明される。このように、弾性率の変化する方向に波動が伝播する際には、地盤各点での振動特性が異なっており、相対変位が大きくなっていくことが知られる。なお、その他の計算例については講演時にゆずる。

1) 後藤尚男 土岐三三 高田至郎: 地中埋設管の動特性について, 地球学会12回地震学研究会講演概要, 1972.7. pp.103~106.