

京都大学 防災研究所 正員 柴田 徹  
 京都大学 防災研究所 正員 土岐憲三  
 京都大学 防災研究所 正員 菅野安男

### 1. まえがき

地盤の振動を有限要素法などの有限な自由度の振動モデルで解析する場合には、一般構造物とは違って地盤は半無限に近い広がりを持つため、モデル化に際しての境界条件、特に側方での境界条件の設定が問題となる。一様な厚さの地盤の水平振動は水平方向には単位幅を考えた鉛直なはりのせん断振動で置き換えられるが、地盤と構造物の相互作用を考えるに際しても、構造物から遠い所では、その運動ははりの振動で近似される。したがって、構造物との相互作用や複雑な境界条件を有する地盤の振動解析には地盤の広がりをも十分に考慮する必要があるが、有限要素法による解析では許される自由度に制約があり、対象とする水平距離には限度がある。この場合、側方の境界条件としては、水平を滑動のみを許す場合か、固定されている場合かのいずれかかしばしば用いられるが、構造物と側方境界との距離が十分でない場合には、境界条件の設定方法が構造物や周辺地盤の振動に影響を及ぼす。そこで、本研究では側方での境界条件として構造物から遠く離れた地盤での地盤の振動を取り入れる方法の一つの試みを提示した。

### 2. モデル化

山地から平地部に移行するような所では基盤上の表層厚さが徐々に変化する場合が多いが、このような地域での地盤の振動特性を調べるために、Fig. 1

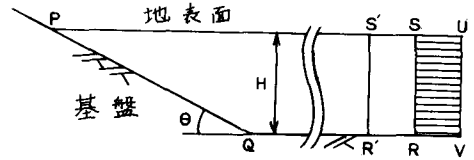


Fig. 1 地盤モデル

なような地盤モデルを設定した。この図においてQRの距離を十分に大きくとると、RSS'R'の部分では左方境界PQからの影響が無視しうる程度に小さくなり、RSS'R'の部分の運動は鉛直なせん断はりの振動で近似されるものと考えられる。このことから、RSの部分にせん断はりの振動解析結果を境界条件として用いると、QRをどれ程大きくしなくとも、QRを十分長くとった場合に近しい結果を得ることが期待される。しかしながら、このような境界条件を個別に計算することは振動特性の解析や地震応答解析に数々の支障をきたす。そこで、そのような不便がなく、かつ上述のような特性を備えた境界条件を以下のような方法で設定した。

まず側方境界SRの外側に密度、弾性率とともにPQRSの部分でのこれらの値をN倍した材料より成る鉛直なはりRSUVを付け加える。PQRSの部分の密度を $\rho_1$ 、Laméの弾性定数を $\lambda_1$ 、 $\mu_1$ とすれば、RSUVのそれら $\rho_2$ 、 $\lambda_2$ 、 $\mu_2$ はそれぞれ

$$\rho_2 = N\rho_1, \quad \lambda_2 = N\lambda_1, \quad \mu_2 = N\mu_1$$

であるから、はりRSUVでのP波、S波の伝播速度 $V_{p2}$ 、 $V_{s2}$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$V_{p2} = \sqrt{(\lambda_2 + \mu_2)/\rho_2} = \sqrt{(\lambda_1 + \mu_1)/\rho_1} = V_{p1},$$

$$V_{s2} = \sqrt{M_2/P_2} = \sqrt{M_1/P_1} = V_{s1}$$

すなわち、RSUV中の弾性波速度はPQRSでのそれを \$V\_{p1}, V\_{p2}\$ と等しい。また、せん断げりの第 \$n\$ 次の固有周期は、はりの長さ \$H\$, せん断波速度を \$V\_s\$ とすれば

$$T_n = \frac{4H}{2n-1} \frac{1}{V_s} \quad (1)$$

で与えられるから、せん断げり RSUV の固有周期は RSS'R' のそれと同じである。一方、RSUV の振動インピーダンス \$\beta\_2\$ は

$$\beta_2 = P_2 V_2 = N P_1 V_1 = N \beta_1$$

となり、PQRS の振動インピーダンス \$\beta\_1\$ の \$N\$ 倍となることがわかる。(したがって、RSUV から PQRS への弾性波の透過係数 \$\alpha\_{21}\$ と PQRS から RSUV への透過係数 \$\alpha\_{12}\$ は

$$\alpha_{21} = \frac{2}{1 + \beta_1/\beta_2} = \frac{2N}{1+N} > 1$$

$$\alpha_{12} = \frac{2}{1 + \beta_2/\beta_1} = \frac{2}{1+N} < 1$$

( $N > 1$ )

となり、はり RSUV から PQRS へは波動は伝播しやういが、PQRS からはり RSUV には伝播しにくいことを示している。換言すれば、はり RSUV は倒方からの影響をあまり受けずに振動し、その変位は境界 RS には強制変位として作用することになる。

有限要素法で 2 次元振動解析を行なうと、Fig. 2 に示すとおり、はりは曲げ振動の要素をも含んだせん断振動をする。しかし、上述のように境界から遠く離れた所ではせん断振動だけが卓越するものと考えられることから、はり RSUV における曲げ振動の要素を除去する方法として、Fig. 2 のように、はりの横ばいをなくする方法と、水平方向の変位を拘束する方法とを比較した結果、ここでは後者の方法を採用した。また、はりの対称性を保持する方法としては、はりを 2 列以上配列する方法が考えられるが、ここでは Fig. 3 に示すように、2 重の有限要素分割を行なう方法を用いた。

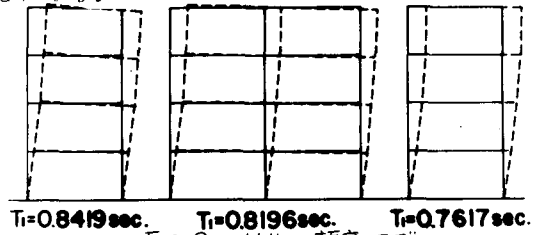


Fig. 2 はりの振動モデル

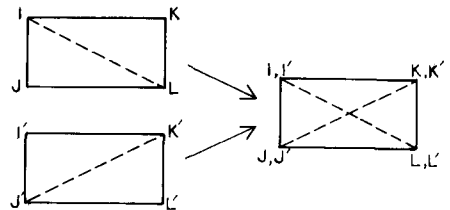


Fig. 3 分割要素の重ね合せ

上記のはりを含む表層地盤のモデルに対して、静的つり合いから得られた Lumped Mass Matrix を用い、有限要素法により Matrix を組み、Jacobi-Threshold 法により固有値解析を行なった。

### 3. 数値計算結果とその考察

まず、鉛直変位を拘束したモデルについて、表層厚 \$H\$ を 20 m, 傾斜角 \$\theta\$ を \$\tan^{-1}0.5\$, 単位体積重量 \$P\_1, \rho\$ を \$1.7 \text{ gr/cm}^3\$ とし、弾性定数 \$E\$ を \$570 \text{ kg/cm}^2\$, ポアソン比が 0.47 である場合について数値計算を行なった。また、QR の距離を 60 m とした場合について、右方境界 RS が自由端である A

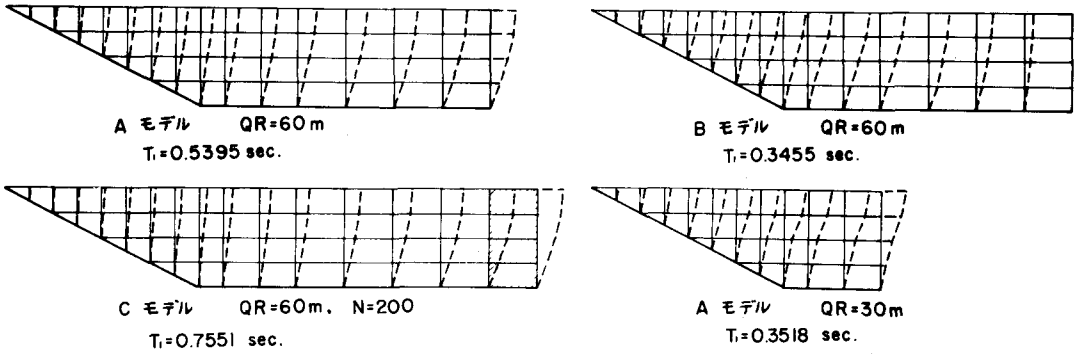


Fig. 4 各モデルにおける第1次固有振動

モデル, 固定端であるBモデル, せしはりを行  
 加したCモデル ( $N=200$ ) について計算を行  
 い, 各モデル間における相違を比較したのが Fig.  
 4である。いずれも第1次振動に関するものであ  
 り, 振動モードにおいてはAモデルとCモデルに  
 対ける差違は小さいが, 固有振動周期に関し  
 ては両モデルにおいて相当の差がある。なお, 式(1)  
 による, せん断ばりの固有振動周期は0.75672  
 秒である。

次に, 望ましいQR間の距離,  $N$ の値に関して  
 次の条件の下に検討を行った。

- i) 第1次固有周期がせん断ばりのそれに近い。
- ii) 境界RS付近での水平方向直しずみが小さい。

Fig. 5は各モデルの第1次固有振動周期比及び  
 QR間の距離の影響を示す図である。この図から  
 各モデルの第1次固有振動周期比はQR間の距離が  
 大きくなるにつれて, せん断ばりのそれに近づく  
 ことがわかる。また, QR間の距離が同じである  
 場合には, BモデルよりはAモデル, 更に $N$ の値  
 が大きい場合のCモデルがせん断ばりの固有周期  
 により近い値を示している。Fig. 6はCモデル  
 について, 第1次固有周期比及び $N$ の値の影響  
 を表わしている。

Fig. 7は各モデルにおけるS点での水平方向  
 の直しずみの大きさを, 各場合とも最大変位を1  
 とした場合について示したものである。上記ii)の

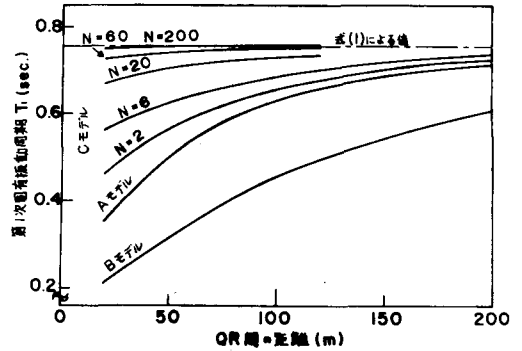


Fig. 5 モデルの大きさの影響

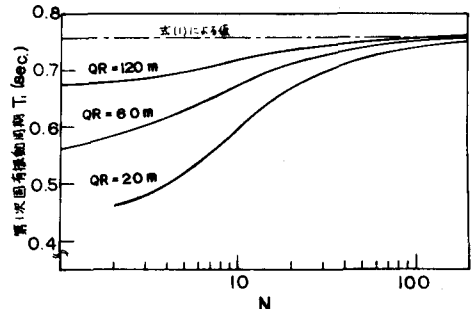


Fig. 6 固有周期と $N$ の値の関係

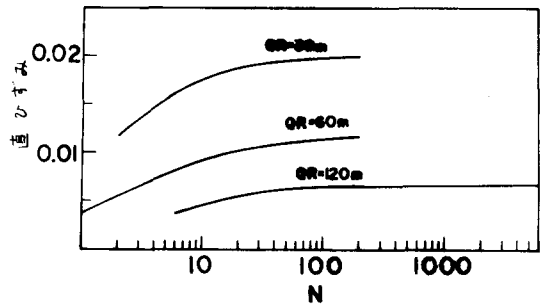


Fig. 7 直しずみと $N$ の値の関係

条件で判断すれば、QR間の距離が大きいほど良い結果を示すが、Nの値に関しては小さいほど良い値をとっている。しかし、ある程度以上の大きなNの値に対しては一定値に近づく傾向が認められる。

次に、表層地盤 PQRS の鉛直方向の変位を拘束しない場合について検討する。この場合には、次の3通りのモデルが考えられる。

Dモデル：RS, UV とともに水平、鉛直方向の変位を拘束しない。

Eモデル：UVのみ鉛直方向変位を拘束

Fモデル：RS, UVとも鉛直方向変位を拘束。

Fig. 8 は上記3モデルについて、 $QR = 60m$ ,  $N = 200$  の場合について第1次モードを示したものである。D, EモデルにおけるRSUVには曲げ振動の要素が含まれているため、第1次固有振動周期が多長くなっている。また、Fモデルにおいては境界の設定に関してはCモデルと同じである。この両モデルを比較すると、固有周期、直ひずみとも上述の i), ii) の条件から判断すれば良い値を示しており、これは鉛直変位を拘束しないことから、鉛直方向の直ひずみが生じたためと考えられる。以上の検討から、ここで取り扱っている地盤の地震応答計算などを行なう場合のモデルとしてはFモデルが適当であろう。

Fig. 9 はFモデルの第1から第5次までの固有振動のモードと周期についての解析結果である。第1次と第5次は右方境界すなわち遠方での地盤の運動が卓越するモードであり、第2, 3, 4次の各モードはいずれも傾斜基盤付近の変形が卓越しており、特に鉛直方向の変位成分が顕著である。したがって、このような地盤が地震動を受けた場合には、傾斜基盤付近の地表面すなわち山地から平地部に移行する地域において、平地部におけるとは非常に違った特異な挙動をすることが考えられる。

#### 4. おわりに

地盤を有限領域を対象としたモデルに置き換えるこの種の解析法のもう一つの欠点は揺動エネルギーの消散現象を取り入れることができない点であり、これが今後解決されるべき課題であろう。

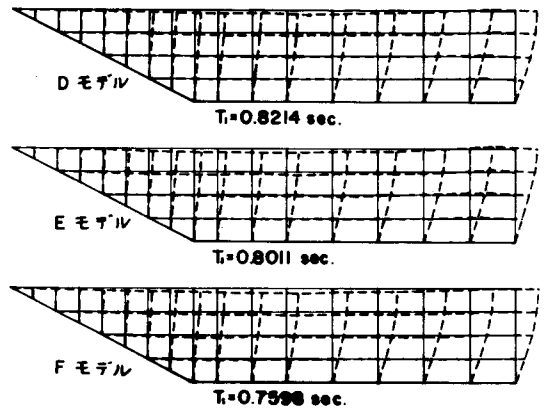


Fig. 8 各モデルの第1次固有振動

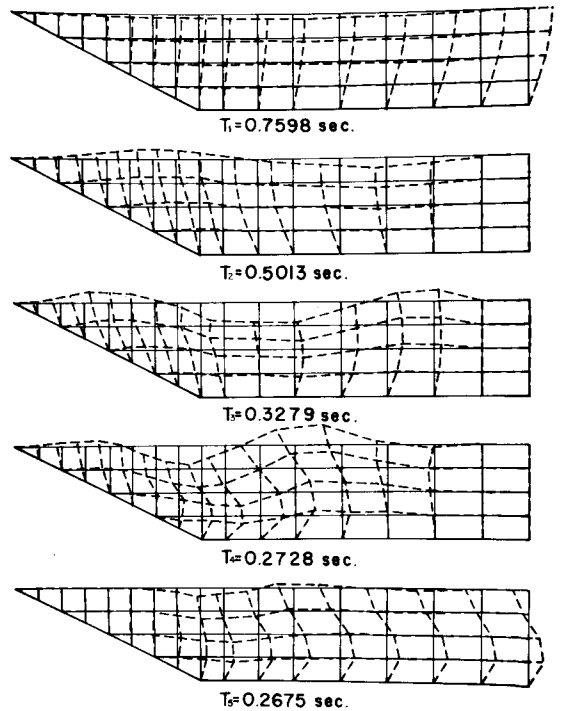


Fig. 9 Fモデルの固有振動