I-171　不規則振動論による地震最大応答の検討

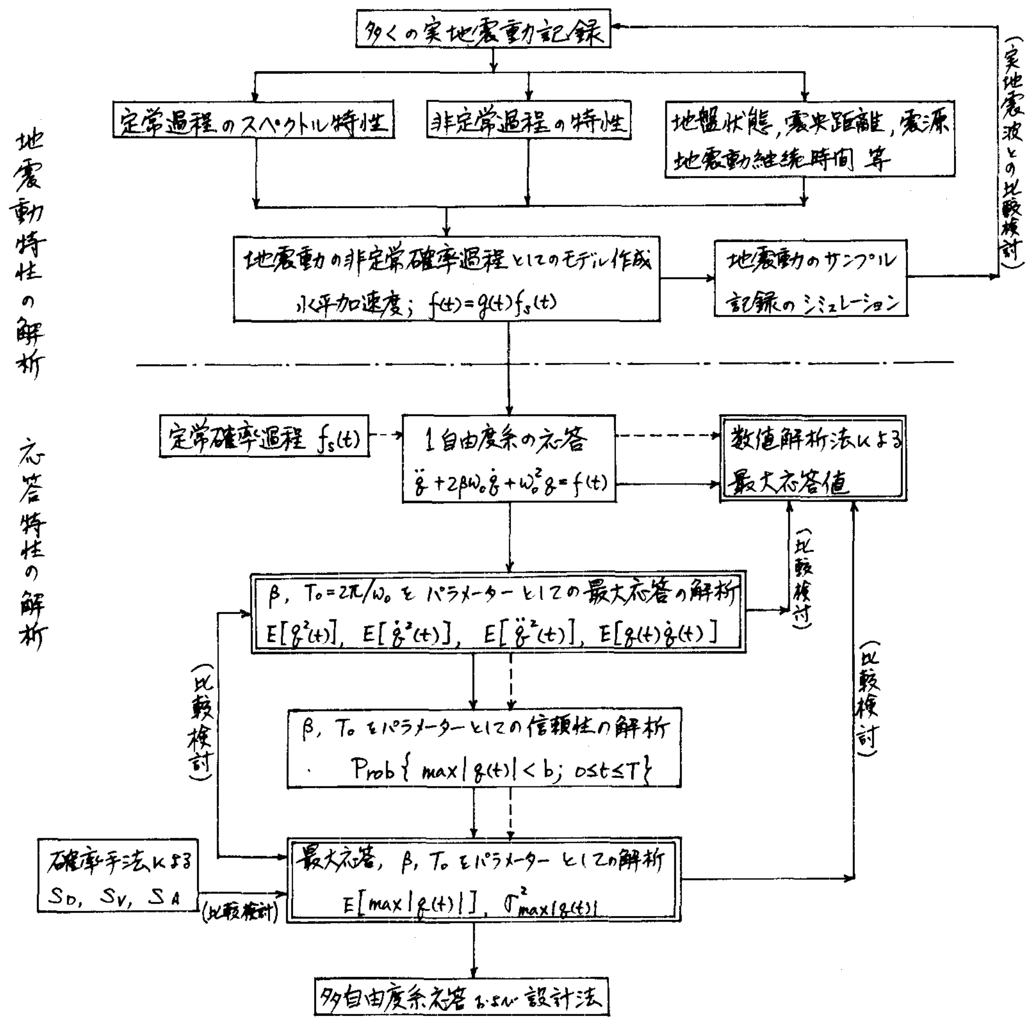
武蔵工業大学　正　星谷勝
(株)長大橋設計センター　正　友沢武昭
(株)長大橋設計センター　正・小川泰造

実測された多くの地震加速度記録の分析および整理方法を耐震設計資料の作成になるように不規則振動理論の立場から検討する。地震加速度の振幅，継続時間，周波数成分等は構造物の応答の重要なファクターであるが，これらは地震動の衝撃の大きさ(Magnitude)，震央距離，震源の深さ，地震動のメカニズム，および地盤性状等によってさまざまであり，それらの関連性は未だ明瞭にされていない[1]。このような複雑な現象である地震動に対して安全な構造物を設計する方法として (a) 震度法 (b) 修正震度法 (c) 強震波形による直接応答解法 および (d) 不規則振動解析による検討 等がある。(a)(b)は動的な現象を設計震度を導入することにより静的荷重に置き換える方法である。また (b)は特定の地震波に対して仮定した形状の構造物の粘性減衰係数，固有周期に対応する設計震度を応答スペクトルによって推定するものである。(a)の方法では応答の時間的経過および構造特性の応答値に対する影響は明らかにされない。(b)では一応動的な側面を応答スペクトルを用いることにより取入れているが (c)の方法と同様に特定波に対しては安全な設計が行なわれたとしても，将来起こるであろう不確実な地震動に対しては構造物が安全であるという保証はできない。これに関しては米国における4個の強震記録8成分を用いた Housner の平均応答スペクトル[2]，日本では同様な手法による建設省土木研究所の平均応答スペクトル[3]がある。しかし個々の応答スペクトルはきわめて正確な値であるが全体としてはそれぞれのスペクトルを平均しているので 地震特性，地盤条件等は不明確となる[4]。そこで規定された地盤特性（例えばスペクトル特性）を有するような不規則確率過程としての地震動の母集団を想定し，そのサンプル実現波は地震記録に擬似するとして不規則振動理論による解析法もある。地震波を White Noise で擬似する方法，地盤を1自由度系とする方法等があるが，いずれも物理概念より想定された人工地震加速度波であり そのスペクトル特性は衝撃の大きさ，震央距離，地盤性状等を考慮して実測記録をもとに作成されたものではない。最近の研究では この不規則振動理論による応答スペクトルを平均値および分散値の形で求める解析手法が発表されている。これは特定なスペクトル特性を有する将来起り得る地震波を作り出すことができるので確率論手法により構造物の安全性を評価できる利点があるが，未だ多くの問題 特に実地震動との関連を明らかにしなければならない[5]。

以上を考慮して 集積された多くの実地震記録を整理し耐震設計資料を作成する場合の作業過程をブロック図にまとめた（図-1）。まず実地震記録は多い程よいわけであり強弱記録を問わず資料作成に使用したい。同一地域で記録された波は地震発生のメカニズムが同一ならば強弱記録のスペクトル特性は同一な形状となることが報告されているので[6] Intensity を調整することにより同等に評価できよう。

才一段階では地震特性と地盤状態，震源の深さ等の関連を分析し地震加速度を地盤特性，継続時

図-1. 耐震設計法の作業ブロック図



間，Intensity 等で異なる確率モデルにまとめる作業である．地震動は非定常特性を表わす確定関数 $g(t)$ と定常過程 $f_s(t)$ との積 $f_s(t) = g(t) f_s(t)$ で表現する．この場合任意スペクトルでも表現できるような定常過程 $f_s(t)$ の数学モデルとして次式を用いる：

$$f_s(t)=\sum_{k=1}^{N}\{a_k\cos\omega_k t + b_k\sin\omega_k t\} \tag{1}$$

ここで a_k, b_k は互いに独立な平均値 0, 分散値 $\sigma_k^2 = S(\omega_k)\Delta\omega$ の正規確率変数である．$S(\omega_k)$ $(0\leq\omega<\infty)$ は2乗平均パワースペクトルであり，$\omega_k=\omega_l+(k-1/2)\Delta\omega$，$\Delta\omega=(\omega_u-\omega_l)/N$. ω_u, ω_l はスペクトルの上限および下限値である．これを用いて地震動記録を3つのタイプにまとめた1例を図-2に示す．継続時間が短，中，長の場合であり Port Hueneme, Vernon, および El Centro 地震をそれぞれ代表している．

第2段階では 1自由度系の応答特性の解析である. 平均応答スペクトルに対応するものとして最大応答値が重要となるが それに関連した相対変位, 速度等の2乗平均値の解析を行う. 式(1)と $f(t)=g(t)f_s(t)$ を用いれば これらの諸量は次のように非常にコンパクトな形で求められる:

$$E\left[q^2(t)\right]=\sum_{k=1}^{N}\sigma_k^2\left\{J^2(\omega_k,t)+L^2(\omega_k,t)\right\} \qquad (2)$$

ここで

$$J(\omega_k,t)=\int_0^t g(\xi)h(t-\xi)\cos\omega_k\xi\,d\xi$$

$$L(\omega_k,t)=\int_0^t g(\xi)h(t-\xi)\sin\omega_k\xi\,d\xi$$

図-2. 地震動加速度の数学モデル

Mathematical Model of Earthquake Acceleration $f(t) = g(t)\cdot f_s(t)$

Type	Deterministic Function g(t)	Power Spectral Density Function S(w) of Stationary Gaussian Process with Zero Mean f(t)	References
1	$g(t)=$ $(a_1+a_2t)e^{-pt}$	$S(w)=$ $A_1e^{-w^2c^2}+A_2w^2e^{-4w^2c^2}$	Port Hueneme Calif. (NS) March 18, 1957 Max.Acc. 0.17g Duration 1 sec
2			Vernon, Calif. (S82E) Oct. 2, 1933 Max.Acc. 0.18g Duration 17 sec
3	$g(t)=$ $a(e^{-a_1t}-e^{-a_2t})$	$S(w)=$ $((wg+\mu_g^2)^2+4\mu_g^2w^2)/$ $(((w_g^2+\mu_g^2)-w^2)^2+4\mu_g^2w^2)$	El Centro (NS) May 18, 1940 Max.Acc. 0.33g Duration 24 sec

Numerical Values

Type 1; $a_1=0$ (*0.1g), $a_2=7.6$ (*0.1g), $p=2.44$, $A_1=0.017836$, $A_2=0.000285$, $c^2=0.000999$

Type 2; $a_1=0.315$ (*0.1g), $a_2=7.6$((*0.1g), $p=0.62$, $A_1=0.010799$, $A_2=0.000063$, $c^2=0.000366$

Type 3; $a=3/8$ (*0.1g), $a_1=0.25$, $a_2=0.50$, $w_g=12.3$, $\mu_g=3.86$

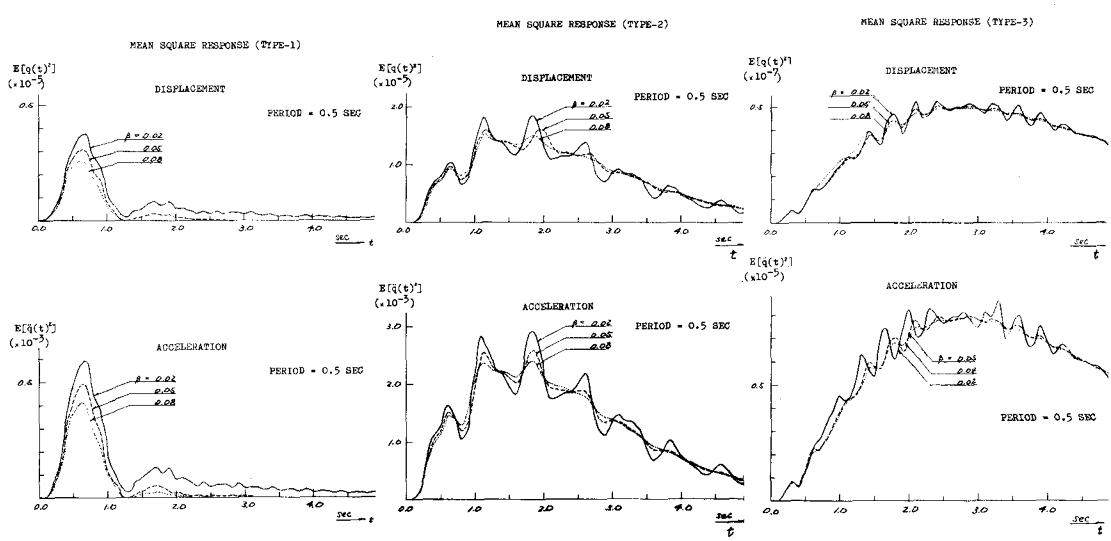
同様に

$$E\left[\dot{q}^2(t)\right]=\sum_{k=1}^{N}\sigma_k^2\left\{\dot{J}^2(\omega_k,t)+\dot{L}^2(\omega_k,t)\right\},\qquad E\left[q(t)\dot{q}(t)\right]=\sum_{k=1}^{N}\sigma_k^2\left\{J(\omega_k,t)\dot{J}(\omega_k,t)+L(\omega_k,t)\dot{L}(\omega_k,t)\right\}$$

$$h(\tau)=e^{-\beta\omega_0\tau}/\bar{\omega}\ \sin\bar{\omega}\tau,\qquad \bar{\omega}=\omega_0\sqrt{1-\beta^2}$$

である. $J(\omega_k,t)$, $L(\omega_k,t)$ は上式より 1自由度系に入力として $g(t)\cos\omega_kt$ 又は $g(t)\sin\omega_kt$ がそれぞれ与へられた時の応答値である. 式(2)を用いて計算した結果を図-3に示す.

図-3. 2乗平均応答値



最大応答の確率分布は未だ厳密解は求められていないが 近似法として 亀田[5], Iyengar[7] 等があるが 例へば Ang and Amin[8] の提案した次式を用いることができる. 絶対応答値の最大値が一

定値を越へない確率, すなわち最大応答値の確率分布関数は非定常ポアソン過程に従うとして

$$F(b,\ t_d) = \mathrm{Prob}\{\ \max.|g(t)| \le b;\ 0 \le t \le t_d\} = \exp\left\{-2\int_0^{t_d} \nu_d(\xi)\,d\xi\right\} \qquad (3)$$

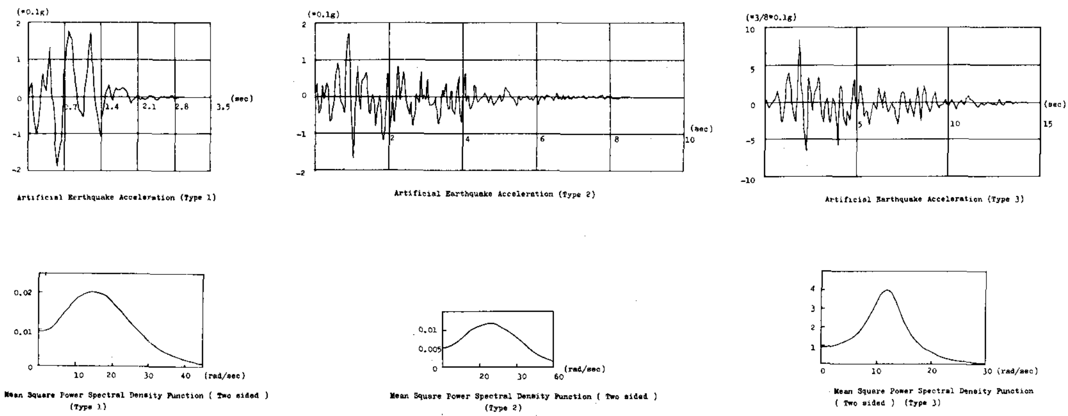
ここで

$$\nu_b(\xi) = \int_0^{\infty} \dot{g}\, f_{g\dot{g}}(b,\ \dot{g};\ \xi)\,d\dot{g}$$

であり, $f_{g\dot{g}}(g,\ \dot{g};\ \xi)$ は $g(t)$ と $\dot{g}(t)$ の同時確率密度関数である. 式(3)を用いれば最大応答 すなわち 応答スペクトルの平均値, 分散値を計算することができ, 従来の平均応答スペクトル との対比ができる.

図-2に示した地震動加速度の数学モデル および 地震動記録(加速度)を下図に示す;

図-4. 地震動加速度波形と2乗平均パワースペクトル



(参考文献)

1) G. W. Housner; Probabilistic Aspects of Earthquakes, Proc. of ASCE-EMD, Specialty Conf. at Purdue Univ., pp 12, Nov. 1969

2) G. W. Housner; Behaivior of Structures During Earthquakes, J. of EM. Div. ASCE, Oct. 1959

3) 高田, 大久保, 栗林; 橋梁の耐震設計に関する研究(I) ー地震応答スペクトルー 昭和40年10月

4) 小堀, 松崎, 篠塚; 模似地震動に関する応答スペクトル, 土木論文集 No. 198, 昭和47年2月

5) 亀田; 不規則地震動に対する構造物の最大応答の推定法について, 土木論文集 No. 201, 昭和47年5月

6) A. Castellani and V. Petrini; Response Spectra of Weak and Strong Earthquakes, Proc. of 3rd European Sym. on Earthquake Eng., Sofia, Sept. 1970

7) R. N. Iyengar and S. R. Iyengar; Probabilistic Response Analysis to Earthquakes, J. of EM. Div., ASCE, June, 1970

8) A. H. S. Ang and M. Amin; Nonstationary Stochastic Models of Earthquake Motion, J. of the Engineering Mechanics Division, ASCE, April, 1968