

京都大学工学部 正会員 亀田弘行  
 京都大学大学院 学生員 ○泉並隆二  
 京都大学大学院 山田裕一

1. まえがき 地震動の特性解析は、従来から、主として振動数特性、強度特性などの面から行われてきたが、これらだけでは十分とは言えないようである。たとえば、最大加速度は大きいが衝撃的な地震動と最大加速度はあまり大きくはないが持続的な地震動とでは、構造物の応答に与える影響が異なることから、地震動の時間的な長さを無視して議論することは適当でない。かかる観点から、これまでに地震動の等価継続時間なる概念を提案したが<sup>1)</sup>、本研究ではさらにその考え方を拡張して実地震記録に適用し、線形1自由度系の応答特性について継続時間の側面から検討を加えたものである。

ここで用いた強震記録は以下に示す8種類である。・1940,5,18 El Centro N-S ・1952,7,21 Taft S69°E ・1968,5,16 十勝沖地震八戸 N-S ・1968,5,16 十勝沖地震室蘭 N-S ・1966,4,5 松代群発地震長野 N-S ・1966,4,5 松代群発地震落合橋 橋軸方向 ・1971,1,5 四日市 N-S ・1971,1,5 衣浦 N-S なお、強震記録は時間間隔0.01秒あるいは0.02秒で数値化したものを使用し、おのおの表1のように略称する。

2. 強震地震動のモデル表示

構造物に対して動的な入力として作用する地震動の非定常性を考慮に入れて、地震時の地動加速度  $x(t)$  を次式のように表わす。

$$x(t) = \beta f(t) \gamma(t) \quad (1)$$

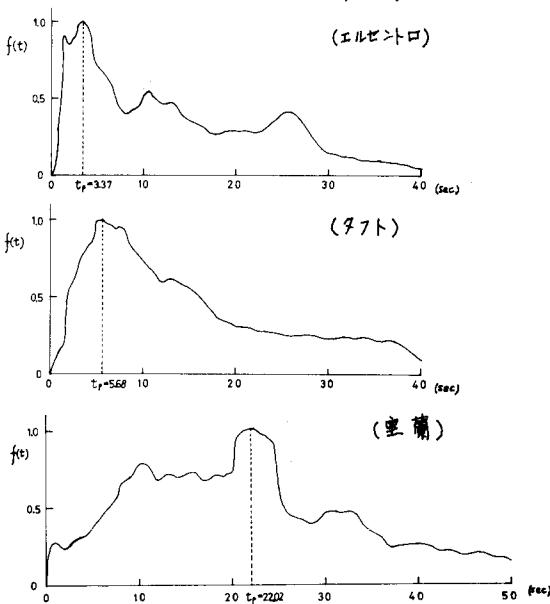


図-1 shape function

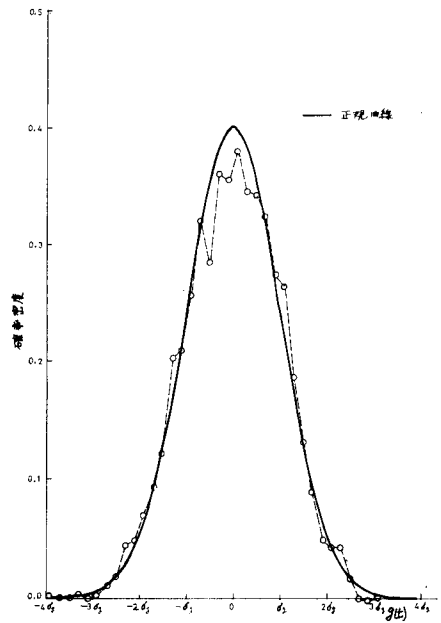


図-2 振幅の確率密度 (タフト)

式(1)において $\beta$ は加速度の次元をもつ定数で、地震動強度を表わす指標となる。また、 $f(t)$ は最大値1なる無次元確率関数であり、 $\bar{f}(t)$ は平均値0、分散1なる無次元定常確率過程である。実地震記録から移動平均法によって $f(t)$ を求めた結果が図-1であるが、これらの中ではエルセントロは衝撃的で、タフト、室蘭の順に持続的な地震動であると大別できる。かくして $f(t)$ が求まると定常無次元過程 $\bar{f}(t)$ が算出できるが、その振幅の確率密度を求めたのが図-2であり、同図からその確率密度はほぼ正規分布に従うと認められるので、本研究では $x(t)$ も正規分布に従うと仮定して解析を行なった。次に図-3で $x(t)$ と $\bar{f}(t)$ のスペクトル密度を比較した。同図の例では両者に大きな差異はなく、記録全域にわたってスペクトル特性に大きな変化はないことを示しており、式(1)によるモデル化の妥当性を裏付けているが、記録によっては時間とともにスペクトル特性が変化する場合もあるので、より一般的には、スペクトル特性が時間的に変化する場合にはついても検討することが必要となろう。

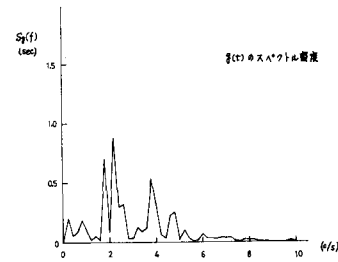
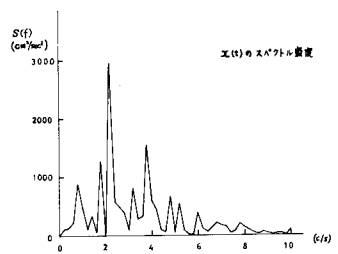


図-3 スペクトル密度 (エルセントロ)

3. 最大加速度の期待値による等価継続時間の設定

強度が等しくても持続性が異なる地震動を等価継続時間によって区別しようとするのが本研究の主旨であるが、本節では、地震動の強度を表わす指標として最も多く用いられる最大加速度を仲介として、等価継続時間を決定する。すなわち、式(1)で表わされる地動加速度 $x(t)$ の最大加速度 $\alpha$ の期待値 $E[\alpha]$ に、定常過程 $\beta\bar{f}(t)$ からある時間 $T$ だけ切り出したものから得られる最大加速度の期待値が等しくなるときに、この $T$ を $x(t)$ の等価継続時間とする。なお、最大加速度の期待値は以下のように求められる。

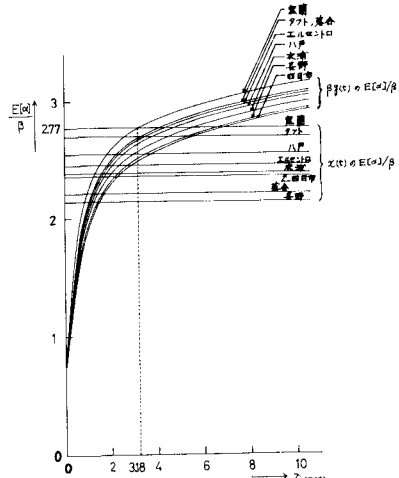


図-4 最大加速度の期待値

最大加速度の確率分布関数 $P_0(\alpha)$ は次式で表わされる。

$$P_0(\alpha) = P[|x(0)| \leq \alpha] P_0(\alpha; T) \quad (2)$$

$$\text{ただし } P_0(\alpha; T) = P\{\max |x(t)| \leq \alpha; 0 < t \leq T \mid |x(0)| \leq \alpha\} \quad (3)$$

$$\text{ここで、 } C_0(\alpha; t) dt = P[|x(t+dt)| > \alpha \mid \max |x(t')| \leq \alpha; 0 \leq t' \leq t] \quad (4)$$

とおくことにより $P_0(\alpha; t)$ を次のように微分生過程の方程式で表わすことができる。

$$\frac{d}{dt} P_0(\alpha; t) = -C_0(\alpha; t) P_0(\alpha; t) \quad (5)$$

式(5)の初期条件として $P_0(\alpha; 0) = 1$ を用いると解は次式のように求まる。

$$P_0(\alpha; t) = \exp \left\{ - \int_0^t C_0(\alpha; t) dt \right\} \quad (6)$$

$C_0(\alpha; t)$ の表示式を求めるのは困難なため、近似式として次式を用いる。

$$C_0^*(\alpha; t) dt = P[|x(t+dt)| > \alpha | |x(t)| \leq \alpha] \quad (7)$$

以上のようにして、非定常過程  $x(t)$  についての最大加速度の確率分布関数は次式で表わされる。

$$\Phi(\alpha) = \operatorname{erf}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}\beta f(t)}\right) \exp\left[-\int_0^{\infty} \frac{\sigma_{j2}^2}{\pi} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{\beta f(t)}\right)^2\right\} / \operatorname{erf}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}\beta f(t)}\right) dt\right] \quad (8)$$

また、定常過程  $\beta f(t)$  についても次式をうる。

$$\Phi(\alpha) = \operatorname{erf}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}\beta}\right) \exp\left[-\frac{\sigma_{j2}^2}{\pi} \tau \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right\} / \operatorname{erf}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}\beta}\right)\right] \quad (9)$$

ただし、 $\sigma_{j2}^2 = E[j^2(t)] = \int_0^{\infty} \omega^2 S_j(\omega) d\omega \quad (10)$

最後に最大加速度の期待値は次式で求められる。

$$E[\alpha] = \int_0^{\infty} \{1 - \Phi(\alpha)\} d\alpha \quad (11)$$

式(8)および式(9)に式(11)を適用して最大加速度の期待値を算出し、 $E[\alpha]/\beta$  を継続時間  $\tau$  に対して図示したのが図4である。同図から、たとえば「室蘭強震記録」の  $E[\alpha]/\beta$  が 2.77 であることからこの地震動の等価継続時間は 3.18 秒と求められる。

#### 4. 全パワーの期待値による等価継続時間の設定

前節3.の方法で求めた等価継続時間は後述のようにかなり小さな値を示すが、本節では、さらに異なる側面から地震動の持続性の評価を行なう。そのために、次式に示す全パワーと呼ばれる量を考える。

$$P_T = \int_0^{\infty} x^2(t) dt \quad (12)$$

本節においては、 $\beta f(t)$  からある時間でだけ切り出したものと全パワーの期待値が  $x(t)$  のものと全パワーの期待値に等しくなる場合、この  $\tau$  を  $x(t)$  の等価継続時間であると定義する。

非定常過程  $x(t)$  について、全パワーの期待値は次式で表わされる。

$$E[P_T] = E\left[\int_0^{\infty} x^2(t) dt\right] = \int_0^{\infty} \beta^2 f^2(t) E[j^2(t)] dt \quad (13)$$

$$= \beta^2 \int_0^{\infty} f^2(t) dt$$

同様に定常過程  $\beta f(t)$  についても次式をうる。

$$E[P_T] = E\left[\int_0^{\tau} \beta^2 f^2(t) dt\right] = \beta^2 \tau' \quad (14)$$

式(13)と式(14)の  $E[P_T]$  が等しくなるように等価継続時間を定めると次式をうる。

$$\tau' = \int_0^{\infty} f^2(t) dt \quad (15)$$

#### 5. 計算結果および楕円1自由度系の応答特性についての考察

前節までに述べた方法を冒頭に挙げた8強震記録に適用して数値計算を行なった。表1に算出した等価継続時間  $\tau$ 、 $\tau'$  およびそれらと卓越周期  $T_0$  との比を示した。 $\tau$  および  $\tau'$  では、大小の順序は一部入れ替わってはいるが、図1と比較して明らかのように衝撃的な地震動ほど小さな値を示し、全体としては継続時間としての妥当性を保持し

	エベネ	神戸	八戸	室蘭	長野	塔合	四日市	衣浦
$\tau$ sec.	1.95	3.35	2.51	3.18	1.37	1.14	2.26	2.00
$\tau'$ sec.	7.13	9.97	10.35	14.14	3.11	2.56	7.75	4.85
$\tau/T_0$	4.29	10.05	1.00	7.00	2.47	2.74	2.71	3.60
$\tau'/T_0$	15.84	30.21	4.14	31.42	5.55	6.10	9.54	8.75
図(5)の番号	(3)	(1)	(8)	(2)	(5)	(4)	(6)	(7)

表-1 等価継続時間

ていると言えよう。また、各地震動においてこの値が  
 での値よりもかなり小さいことは、最大加速度は強度  
 が最大となるごく短い時間に表われるということと対  
 応している。等価継続時間による構造物の応答性状の  
 差異を明らかにするために図5の無次元速度応答スペ  
 クトルを作成した。同図の応答スペクトルはかぶりば  
 らついているが、全体として長周期の構造物 ( $T_n/T_0$   
 ;大)では入力地震動の等価継続時間が長いほど応答が  
 大きい傾向にあり、また、減衰定数が小さいほど等価  
 継続時間による応答の差が大きい。これは構造物の固  
 有周期  $T_n$  が大きいほど、および減衰定数が小さいほど、  
 応答が成長するのに時間を要し、入力の継続時間の影  
 響が大きいことによると考えられる。短周期の構造物  
 では減衰定数が5%、10%のいずれの場合も応答量に  
 顕著な差がなく継続時間の影響を受けにくいことを示  
 し、特に  $T_n/T_0 < 1$  なる構造物においてこの傾向が著  
 しい。これらのことから、構造物の固有周期と地震動  
 の卓越周期との大小関係によって地震動の継続時  
 間の影響が異なることがわかる。このことさらに  
 に検討するため、図6において固有周期が0.1~  
 0.5秒の5種の構造物について地震動強度と最大  
 応答変位との関係を示した。同図において固有周  
 期が0.3秒程度以下の構造物では応答と  $\beta$  とはほ  
 ぼ比例関係にあることから、この程度の短周期の  
 構造物の応答は継続時間にほとんど影響されず、  
 地震動強度が支配的であると考えられる。一方、  
 固有周期が0.4、0.5秒の場合では  $\beta$  がほぼ同じ  
 値である空蘭と落合に大きな差があり、表1と比較  
 すればわかるように、継続時間による影響が現  
 われ始めていると考えられる。

参考文献

- 1) 亀田：土木学会論文報告集，才201号，昭.47.5
- 2) 土岐・石黒：年次学術講演会，昭.43，I-127
- 3) 亀田・北浦：関西支部年次学術講演会，昭.47，I-32
- 4) 亀田・北浦：年次学術講演会，昭.47，I-236
- 5) 山原：建築学会論文報告集，No.175，昭.45.9

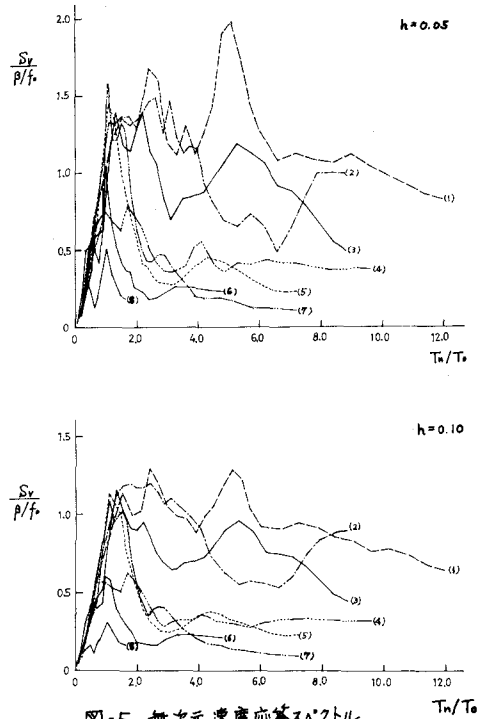


図-5 無次元速度応答スペクトル

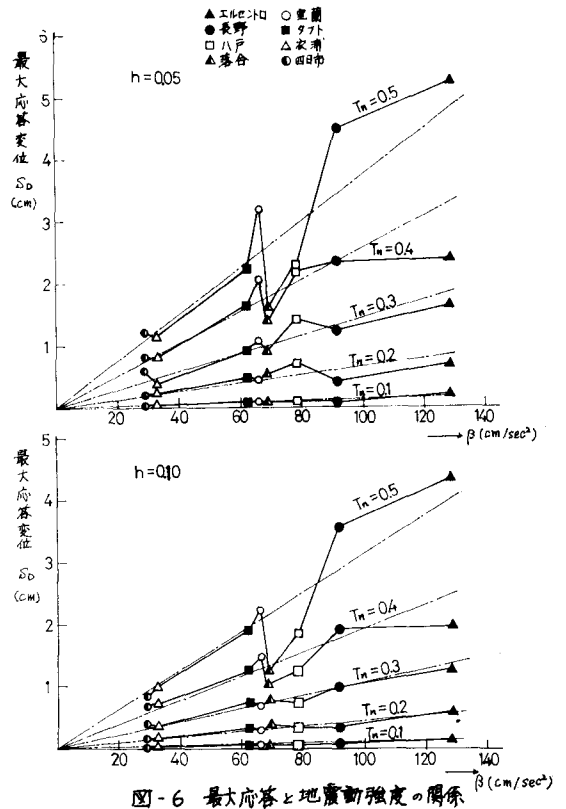


図-6 最大応答と地震動強度の関係