

京都大学工学部 正会員 後藤 尚男
 京都大学工学部 正会員 ○吉原 進

1. はしがき 土木構造物基礎の形式はいくつかあるが、そのうちケーソン基礎はその水平抵抗力が優れていることもあって、重要で巨大な土木構造物の基礎に採用されることが多い。これは地中に比較的深く根入れされるので、ケーソン基礎を持つ土木構造物の動的な耐震設計を行なうには、まず地盤-ケーソン基礎系の振動時の挙動、あるいはその振動特性を十分正しく把握しなければならない。ところがケーソン基礎の復元力は地盤の複雑な力学性状を強く反映して、履歴のある非線形特性を持つことはこれまでの実験¹⁾により明かにされており、その振動特性は地震外力の大きさに少なからず影響されるので、これを正しく求めるには非線形解析を行なう必要がある。しかしこのとき、このケーソン基礎をいかなる力学モデルに表示するかが大きな問題になる。一般にケーソン基礎の復元力に直接関与する地盤の反力は地盤の種類、構成、ケーソン基礎の形状、大きさ等に関係するので、とくにその非線形領域まで含めて一般的に論ずることは、各方面で多くの実験が行なわれているにもかかわらず、現在のところ容易ではない。ここでは従来の実験結果を一部参照しながら、ケーソン基礎の復元力を履歴特性を有する非線形ばねによるものとして、その力学モデルを作り、主にこの振動特性を求めて若干の考察を加えた。なおケーソン基礎は地表層を貫いて比較的硬い基盤層上に設置されているものとし、その底面中央にヒンジを仮想したモデル化ができる場合を取り扱う。

2. ケーソン基礎の復元力 ケーソン基礎に地震外力が作用してこれが変位したとき、地盤からこのケーソンに働く反力は、その前後面に働く水平方向の反力、底面に働く鉛直方向の反力あるいは前後面と側面に働くまさつ力等があるが、ここでは前二者が最も大きな影響力を持つものとみなし、その他は考えないことにする。

1) 水平方向反力: $p(\varphi, y)$ 図-1に示すようにケーソン基礎の抵抗面の底面からの任意変位 y に働く水平方向の反力 $p(\varphi, y)$ を、その変位における水平地盤反力係数 $K_h(\varphi)$ と変位量 $\zeta(\varphi, y)$ との積とすれば、 $p = K_h \zeta$ と表わせる。いまこの反力がケーソン基礎の回転角 φ に対して非線形性を持つものとして、 $\zeta(\varphi, y) = \varphi_0 \cdot f_h(\varphi/\varphi_0) \cdot y$ と表わせば、 $p(\varphi, y)$ は結局

$$p(\varphi, y) = K_h(\varphi) \cdot \varphi_0 \cdot f_h(\varphi/\varphi_0) \cdot y \quad \text{----- (1)}$$

となる。ここに φ_0 は水平方向の反力の降伏回転角、 $f_h(\varphi/\varphi_0)$ は φ/φ_0 に関する任意の非線形関数である。

2) 鉛直方向反力: $z(\varphi, x)$ 図-1に示すようにケーソン基礎の底面に働く鉛直方向の反力 $z(\varphi, x)$ についても、水平方向反力と同様に表わせるものとすれば、

$$z(\varphi, x) = K_v \cdot \varphi_0 \cdot f_v(\varphi/\varphi_0) \cdot x \quad \text{----- (2)}$$

となる。ここに K_v はケーソン底面における鉛直地盤反力係数、 φ_0 は鉛直地盤反力の降伏回転角、 $f_v(\varphi/\varphi_0)$ は φ/φ_0 に関する任意の非線形関数、 x はケーソン基礎底面中心からの距離である。レハして底面中央にヒンジを仮想したことからケーソン基礎の底面の半分は浮き上がるが、その浮き上り部分の引張り反力は無視できるものと考える。

3) 地盤反力による抵抗モーメント ケーソン基礎に働く反力が上述のように定められれば、この底面中心Oまわりの反力によるモーメントは

$$M_0(\varphi) = b \int_0^H p(\varphi, y) y dy + b \int_{-B}^B q(\varphi, x) x dx$$

$$= \varphi_0 f_R(\varphi/\varphi_0) \cdot k_{Rr} + \varphi_0' f_V(\varphi/\varphi_0) \cdot k_{Vr} \quad \text{--- (3)}$$

となる。ここに k_{Rr}, k_{Vr} は $k_{Rr} = b \int_0^H k_R(\varphi) y dy$, $k_{Vr} = b \int_{-B}^B k_V(\varphi) x dx$ なるモーメントの次元を有する回転ばね係数である。

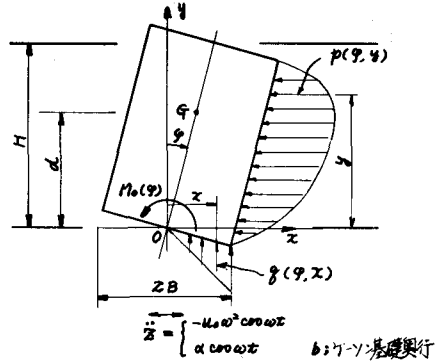


図-1 ケーソン基礎に働く反力の状態

3. ケーソン基礎の運動方程式と振動特性

図-1のケーソン基礎の運動方程式は

$$J_0 \ddot{\varphi} + C \dot{\varphi} + \varphi_0 k_{Rr} f_R(\varphi/\varphi_0) + \varphi_0' k_{Vr} f_V(\varphi/\varphi_0) = -m d \ddot{z} \quad \text{--- (4)}$$

である。ここに m, J_0 はケーソン基礎の質量およびそのO軸まわりの慣性モーメント、 C はケーソン基礎のロックイン角速度に比例する減衰係数である。一般に地中構造物の減衰機構については未知の部分が多く、式(4)の $C \dot{\varphi}$ のように簡単に表示することには問題はあるが、ここでは便宜的に履歴減衰以外のすべての減衰をこのように表わしておく。

式(4)を無次元パラメーターを用いて変形すれば、

$$\ddot{\zeta} + 2\lambda \dot{\zeta} + f_R(\zeta) + \varepsilon \zeta' f_V(\zeta/\varepsilon) = f \cos \tau t \quad \text{--- (5)}$$

となる。ここに $\zeta = \varphi/\varphi_0$, $\varepsilon = \varphi_0'/\varphi_0$; 鉛直反力と水平反力の降伏回転角比, $\lambda = \sqrt{k_{Vr}/k_{Rr}}$; 鉛直反力と水平反力の線形範囲内におけるばね係数比, $\tau = \sqrt{k_{Rr}/J_0} \cdot t$; 無次元時間, λ ; 減衰定数, f ; 無次元外力振幅で、地動変位振幅が一定の場合は $\mu \zeta^2 / (1+e^2)$, 地動加速度振幅が一定の場合は $-\alpha/\alpha_0 / (1+e^2)$ で、 $\mu = \mu_0/d_0$; 地動変位振幅と重心位置の降伏変位の比, $\alpha_0 = \varphi_0 d \cdot k_{Rr}/J_0$; 降伏変位加速度, $e = r_0/d$; ケーソン基礎の重心まわりの回転半径と重心高さの比, $\zeta = \omega / \sqrt{k_{Rr}/J_0}$; 無次元地動振動数である。なお式(4)の \cdot は時間 t および式(5)の \cdot は時間 τ に関する微分を表わす。

式(5)で与えられる運動方程式において、定常正弦波地動に対する定常応答変位を

$$\zeta = \Psi \cos(\tau t - \phi) \equiv \Psi \cos \theta \quad \text{--- (6)}$$

なる第1次近似解で仮定し (τ に対し $\Psi = \Psi/\varphi_0$, θ ; 応答回転角), さらにこのおのの復元力項を $\theta (= \tau t - \phi)$ に関してフーリエ級数に展開してその第1項のみで近似すれば、簡単な演算の後、地動変位振幅一定のときは、

$$(\Psi^2 - f^2) \zeta^2 + 2(2\lambda \zeta^2 - C_{Rv}) \Psi^2 \zeta^2 - 4\lambda S_{Rv} \Psi^2 \zeta + (C_{Rv}^2 + S_{Rv}^2) \Psi^2 = 0 \quad \text{--- (7)}$$

で、また地動加速度振幅一定のときは、

$$\Psi^2 \zeta^2 + 2(2\lambda \zeta^2 - C_{Rv}) \Psi^2 \zeta^2 - 4\lambda S_{Rv} \Psi^2 \zeta + (C_{Rv}^2 + S_{Rv}^2) \Psi^2 - f^2 = 0 \quad \text{--- (8)}$$

で定常応答変位振幅が与えられ、応答の地動に対する位相遅れ ϕ は次式で与えられる。

$$\phi = \tan^{-1} \{ (2\lambda \zeta - S_{Rv}) / (C_{Rv} - \zeta^2) \} \quad \text{--- (9)}$$

ここに、 $C_{Rv} = C_R + \lambda^2 C_V$, $S_{Rv} = S_R + \lambda^2 S_V$ であり、

$$C_R = \frac{1}{\pi \Psi} \int_0^{2\pi} f_R(\zeta) \cos \theta d\theta, \quad S_R = \frac{1}{\pi \Psi} \int_0^{2\pi} f_R(\zeta) \sin \theta d\theta \quad \text{おおよび}$$

$$C_v = \frac{E}{\pi \Psi} \int_0^{2\pi} f_v(\xi/\epsilon) \cos \theta d\theta, \quad S_v = \frac{E}{\pi \Psi} \int_0^{2\pi} f_v(\xi/\epsilon) \sin \theta d\theta \quad \text{である。}$$

式(7)あるいは(8)より共振曲線を求めることができるが、共振時には $d\Psi/d\eta = 0$ であるから、共振振幅と共振振動数の関係および外力レベルとの関係は $\epsilon = 0$ の場合には次のようになる。

$$\text{式(7)から } \zeta^2 = (C_{Hv}^2 + S_{Hv}^2) / C_{Hv}, \quad \Psi^2 = (C_{Hv}^2 + S_{Hv}^2) / S_{Hv}^2 \cdot f^2 \quad \text{----- (10)}$$

$$\text{式(8)から } \zeta^2 = C_{Hv}, \quad \Psi^2 = f^2 / S_{Hv}^2 \quad \text{----- (11)}$$

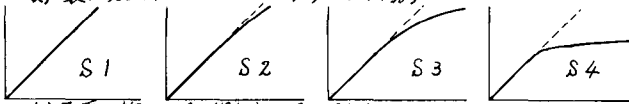
ここで、復元力の非線形関数は実験結果等を参考にして定めればよいが、たとえば

$$\left. \begin{aligned} f_h(\eta/\eta_0) &= k_h(\Psi/\eta_0) \cdot g_h(\eta/\epsilon) \\ f_v(\eta/\eta_0) &= k_v(\Psi/\eta_0) \cdot g_v(\eta/\epsilon) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (12)}$$

のように、最大変曲線 k_h, k_v および履歴曲線 g_h, g_v を用いて表わせば¹⁾、先の C_h, S_h, C_v, S_v は $C_h = \frac{E}{\Psi} k_h(\Psi) \cdot G_h, S_h = \frac{E}{\Psi} k_h(\Psi) \cdot H_h, C_v = \frac{E}{\Psi} k_v(\frac{1}{\epsilon} \Psi) G_v, S_v = \frac{E}{\Psi} k_v(\frac{1}{\epsilon} \Psi) H_v$ --- (13) となる。ここに G_h, H_h, G_v, H_v は履歴曲線の形状 g_h, g_v のみによって定まる定数で、履歴のない場合は $G_h = G_v = 1.0, H_h = H_v = 0.0$ となる。さらに最大変曲線が線形の範囲であれば、 $C_h = C_v = 1.0, S_h = S_v = 0.0$ であるから、これを式(7)~(9)に代入すれば、線形振動系の共振曲線の式に一致する。また式(10)あるいは(11)に代入すると、 $\zeta = 1 + \lambda, \Psi \rightarrow \infty$ となってやはり線形系の場合に対応する。あるいは式(13)を用いて若干の演算をすれば、共振振動数は最大変曲線の動向のみに、また共振振幅は履歴曲線の形状のみに関係することがわかる。

4. ケーソン基礎の振動特性に関する数値計算

a) 最大変曲線 $k_h(\eta/\eta_0), k_v(\eta/\eta_0)$



b) 履歴曲線 $g_h(\eta/\epsilon), g_v(\eta/\epsilon)$

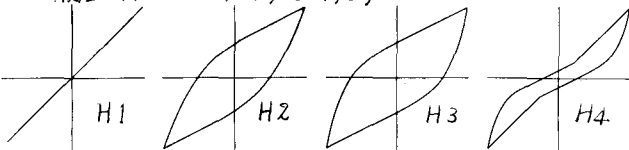


図-2 計算に用いた復元力曲線 $\tau = k \cdot g$ (式(10))

まず数値計算に用いた復元力の最大変曲線と履歴曲線を図-2に示す。これらの中から任意の組を用いて以下の計算を行ない、対応する図中にこれらの符号を記入した。

図-3~5に代表的な共振曲線を示した。図-3は水平反力は同一で、鉛直反力の最大変曲線のみをパラメータとしたもので、図-4は鉛直反力の履歴曲線のふくらみをパラメータとしたもの、図-5は鉛直反力の履歴曲線の形状を変えたものである。これらによると1)復元力の履歴曲線の形状が同じであれば、最大変曲線が線形でも、あるいは弾塑性形に近くても共振振幅はほとんど変わらないこと、2)復元力の最大変曲線が線形に近い範囲では、これが少し変化しても、ケーソン基礎の振動特性の変化に及ぼす影響は大きいが、

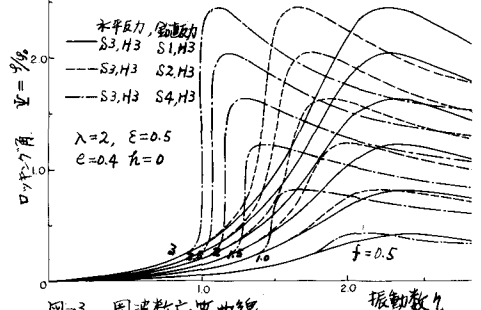


図-3 周波数応答曲線

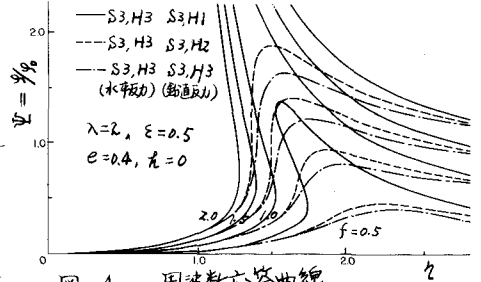


図-4 周波数応答曲線

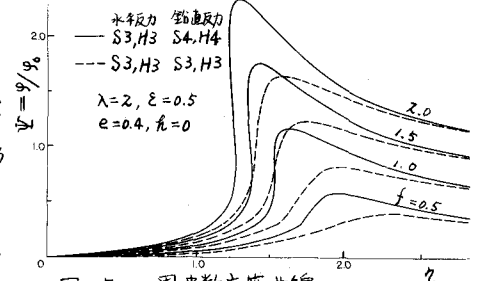


図-5 周波数応答曲線

その非線形性が大きくなるにつれて (a) 振動特性の変化に及ぼす影響は小さくなること、(3)すでに指摘したように、共振点を連ねた曲線(便宜的に共振実曲線という)は最大実曲線の動向に強く影響されること、また(4)履歴曲線のふくらみが小さいと、共振振幅は大きくなりかつ振動系の不安定領域が大きくなることなどがわかる。これらのことから、ケーソン基礎の復元力は非線形性を示すとはいえ、かなり線形に近いものもあり、しかもそれらは載荷実験から決定されることもあるので、その最大実曲線の決定には細心の注意が必要である。

つぎにケーソン基礎の共振点のみに注目して、(外力 f -共振振幅 η -復元力 f_h, f_v)の関係を一括表示したのが図-6(a)~(d)である。同図(a)は水平反力の最大実曲線は線形の時、鉛直反力の

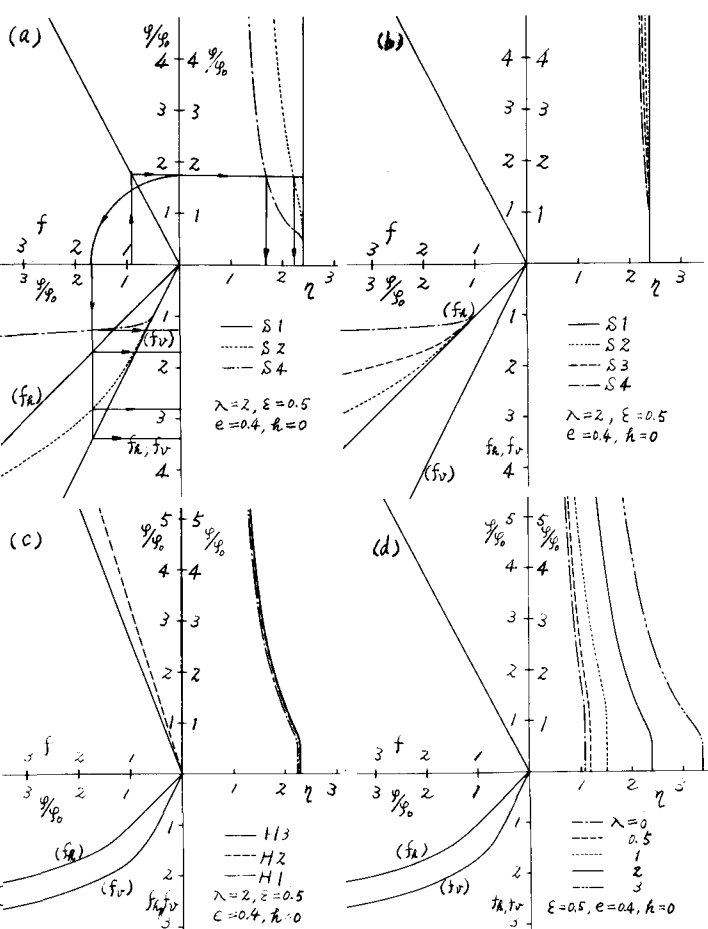


図-6 外力(f)-共振振幅(η)-復元力

それをパラメータとしたものであり、(b)は逆、鉛直反力の最大実曲線は線形とし、水平反力のそれをパラメータとしたものである。ただしこれらの図において降伏時のばね係数比を表わすパラメータは λ としている。(a)図では共振振動数の低下が大きく現われているが(b)図ではほとんど見られない。これは基盤層と地表層の剛度にかなり差があるときには、ケーソン基礎の振動には剛度の大きい基盤層の影響が大きく、剛度の小さい地表層が非線形領域に入ってもその影響は小さいものであることを示している。したがってケーソン基礎の振動解析には水平反力および鉛直反力の個々の力学性状を把握することのほか、その相対的な差異にも十分注意する必要があるといえよう。図-6(c)は水平反力の履歴はない場合に、鉛直反力の履歴のみをパラメータとしたものである。これによると先にも指摘したようにいわゆる共振実曲線はほとんど影響を受けていないが、外力 f -共振振幅 η の関係は直線関係にあること、およびその配が履歴曲線のふくらみの影響を受けること、また、履歴がなければ減衰作用はほとんどないことがわかる。最後に図-6(c)は両地盤のばね係数比 λ のみをパラメータとしたもので、 λ が大きくなるほど、その共振振動数は外力の変動の影響を受けやすいといえる。以上の若干の数値計算結果に対する考察から、ケーソン基礎の振動性状を問題とするには、水平反力ばかりでなく、鉛直反力についても十分な実験・実測データの集積が必要であるといえる。なおここでは定常応答のみについて考察を行ったが非定常応答に関する考察も今後行う予定である。

1) 後藤・吉原・北浦;土木学会論文集, 第174号, pp.1~11