

1. まえがき

移動荷重を受ける連続桁の最適設計法に関して、著者はすでにSLP法および桁断面の *Sub-optimization* の手法を用いた最適設計法を發表しているが¹⁾、今回は連続桁の設計変数として、桁断面の寸法(断面の *Suboptimization* により断面二次モーメントに変換される)のみならず断面寸法の変化位置および使用材料の種類をも考え、制約条件としては桁断面の設計に関するすべての制約条件および桁の境目に関する制約条件、さらに鋼桁断面(I型断面)の板厚の寸法として整数値(離散値)をとることを条件とし、目的関数として桁の製作費を考慮した場合について、連続桁の最適設計を行なった結果を報告するものである。また、最適は使用材料の種類を決定する方法として、「材料選択変数」を導入することにより、自動的に最適な鋼種を決定する方法を提案している。

2. 桁断面の *Suboptimization*

連続桁の設計を行なう場合には、その桁高が支間内で徐々に変化する場合および全支間を通じて一定とする場合の二通りがあるが、本研究では一定桁高は全支間を通じて一定として設計されるものとした。この場合、設計変数の一つである桁高は、他の断面寸法とは別の方法で取り扱い、種々の桁高による最適解を比較して最適な桁高を決定する方が有利である。そこで桁断面の *Suboptimization* を行なうにあたっては、桁高は変化しないものとし、種々の桁高について *Suboptimization* を行ない、断面二次モーメントに関する関係式群を導入した。また使用可能な鋼材の種類としてSS41, SM50, SM58の三種類を考慮した。

連続桁の断面形状としては、図-1に示すような水平補剛材を一本有するI型断面を考え、この断面が種々の曲げモーメント(BM)を受けるものとし、すべての板厚が整数値をとるものとし、桁断面の設計に関するすべての制約条件を考慮してSLP法および枝払い法により *Suboptimization* を行なった。また、目的関数としては桁の製作費を考え、鋼道路橋原価計算表(昭和46年度)³⁾を参照してその算

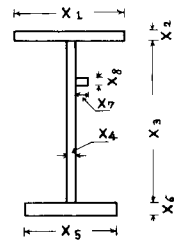


Fig. 1

定式を決定した。すなわち製作費は鋼材費および製作加工費よりなるものとして、材質としては使用する鋼板の費用のみを考え、ベース価、エキストラ料、ノルマライズ料を算出し、断面に使用する各鋼板毎に単価を算定した。また製作加工費としては、溶接工程以外の加工費については ton 当りの単価を、また溶接工程については単位溶接量 (m^3) 当りの単価を用い、工場間接費も考慮してその費用を算定した。 *Suboptimization* の結果の一例として、たとえば桁高 150 cm に対しては、図-2に示す断面二次モーメント(I)-最大抵抗曲げモーメント(BM)関係曲線および図-3に示す断面二次モーメント(I)-最小コスト(COST)関係曲線を得た。整数変数(離散変数)をも含む最適問題を、SLP法および枝払い法(Branch and Bound Method)を用いて解く方法については、すでに発表している²⁾ その詳細は省略するが、この方法により整数変数を含む最適問題を、

きわめて容易に解くことができ。板厚を整数解とする条件を考慮した場合、それを考慮しない場合に比べて断面寸法は大きく変化するのに対し、断面の製作費への影響はほとんどみられず、その比は 1.0001 以下であった。²⁾ また曲げモーメントが小さい範囲においては、上下フランジの所要幅は理論上きわめて小さくなるが、実際の製作および架設のことを考慮し、フランジの最小幅を 10 cm とした。I-BM 両係曲線において、曲げモーメントが小さい範囲において所要断面二次モーメントが一定となっているのはこのためである。また断面の Sub-optimization により、各 I に対する最適の断面寸法も決定されているが、ここでは紙面の都合上省略する。

以上のべた桁断面の Sub-optimization により桁断面の寸法に関する設計変数群を断面二次モーメント (I) 一つに集約でき、さらに断面に関するすべての制約条件群を I-BM 条件式一つにまとめることができたわけである。

3. 連続桁の状態変数、影響係数の算定

連続桁の状態変数 (ここでは各断面の曲げモーメントおよび挠み) およびその影響係数の算定には変位法を用い、それぞれの影響線を作成してその最大値および最小値を計算した。その基本式を示せばつぎのようになる。

$$D_d = S_{dd}^{-1} \cdot A_d \quad (1)$$

$$A_m = A_{fm} + S_m \cdot D_m \quad (2)$$

ここに、 D_d : 未知格点変位マトリックス

S_{dd} : 格点剛性マトリックスのサブマトリックス

A_d : 未知格点変位に対する外力による部材端力マトリックス

A_m : 未知部材端力マトリックス

A_{fm} : 外力による部材端力マトリックス

S_m : 部材剛性マトリックス

D_m : 部材端変位マトリックス

したがって影響係数 $\partial D_d / \partial X$ および $\partial A_m / \partial X$ は

$$\frac{\partial D_d}{\partial X} = \frac{\partial S_{dd}^{-1}}{\partial X} A_d + S_{dd}^{-1} \cdot \frac{\partial A_d}{\partial X} \quad (3)$$

$$\frac{\partial A_m}{\partial X} = \frac{\partial A_{fm}}{\partial X} + \frac{\partial S_m}{\partial X} D_m + S_m \cdot \frac{\partial D_m}{\partial X} \quad (4)$$

$$\text{ここに } \frac{\partial S_{dd}^{-1}}{\partial X} = -S_{dd}^{-1} \cdot \frac{\partial S_{dd}}{\partial X} \cdot S_{dd}^{-1}$$

X : 設計変数 (I および L)

より計算することができる。

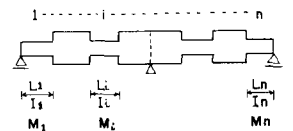
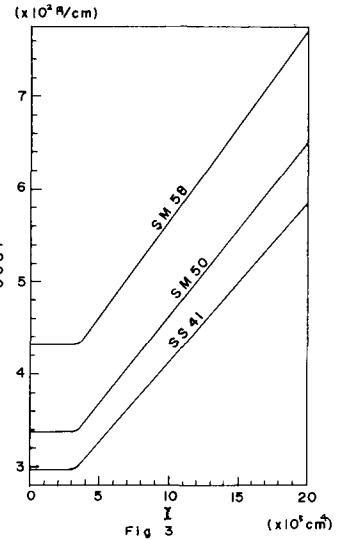
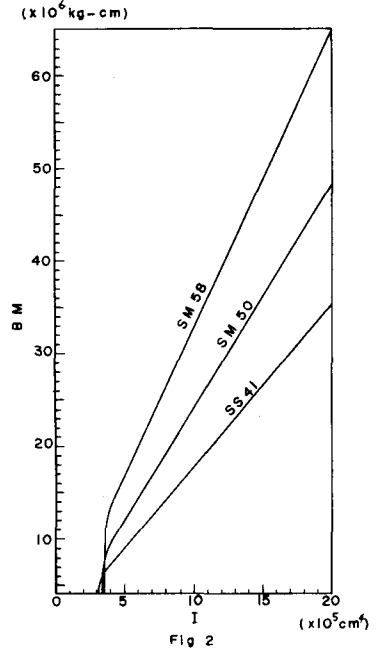


Fig 4

4. 材料選択変数の導入

本研究では設計変数として断面寸法に関する設計変数 (I) および各断面の長さ (L) のみならず各断面に使用する鋼種 (M) をも設計変数として考慮している。この最適な鋼種をも自動的に決定するために、「材料選択変数」なるものを導入し、これを I や L と同様に独立変数として同時に考慮することにより最適な I , L および M を決定した。この「材料選択変数 (M)」というのは、ある I および L の状態において材料の種類を選択するための変数であり、その目的関数 (製作費) に関する影響係数： $\partial \text{COST} / \partial M_i$ は、図-3 に示す I -COST 関係曲線より、同一の断面二次モーメントにおける各鋼種間の最小 Cost の差として求められる。たとえば現在考慮されている鋼種が SM50 であれば

$$\text{および} \quad \left. \begin{aligned} \partial \text{COST}_{58} / \partial M_i &= (\text{COST}_{58}(I_i) - \text{COST}_{50}(I_i)) \times L_i \\ \partial \text{COST}_{41} / \partial M_i &= (\text{COST}_{41}(I_i) - \text{COST}_{50}(I_i)) \times L_i \end{aligned} \right\} (5) \quad \text{となる。}$$

また、 M_i の状態変数 (BM) に対する影響係数： $\partial BM / \partial M_i$ は、図-2 に示す I - BM 関係曲線より、

$$\text{および} \quad \left. \begin{aligned} \partial BM_{58} / \partial M_i &= BM_{58}(I_i) - BM_{50}(I_i) \\ \partial BM_{41} / \partial M_i &= BM_{41}(I_i) - BM_{50}(I_i) \end{aligned} \right\} (6)$$

として求めることができる。ただし、 M_i の撓みに対する影響係数： $\partial \delta / \partial M_i$ は、鋼種が変化しても EI が変化しないことより、すべての鋼種に対して $\partial \delta / \partial M_i = 0$ となる。また M の変化量 ΔM_i のとり得る限界は SS41 では +1, SM50 では -1 ~ +1, SM58 では -1 となり、今回は ΔM の絶対値が 0.5 を越えたとき、鋼種を変化させるものとした。

5. 最適解の決定

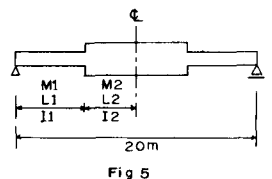
3. および 4. で求めた状態変数およびその影響係数を用いて、

$$\left. \begin{aligned} X_u - X^{(1)} &\geq \Delta X^{(1)} & X_l - X^{(1)} &\leq \Delta X^{(1)} \\ [B^{(1)} - D_{\mu}^{(1)}] \Delta X &\geq Y_{\mu}^{(1)} - Y^{(1)} & [B^{(1)} - D_{\mu}^{(1)}] \Delta X &\leq Y_{\mu} - Y^{(1)} \end{aligned} \right\} (7)$$

ここに、 X は設計変数のマトリックス (I, L, M)、 Y は状態変数のマトリックス、サフィックス μ および ν は実行可能な上限および下限を表わすものである。 B は $B_{ij} = \partial Y_{\nu} / \partial X_j$ を要素とするマトリックス、 $D_{\mu, \nu}$ は $D_{ij} = \partial Y_{\nu, \mu} / \partial X_j$ を要素とするマトリックスの制約条件式群および $\sum_{i=1}^n \partial \text{COST} / \partial X_i$ の目的関数を作成し、SLP法の手法を用いて目的関数を減少させるように変数 X を変化させながら逐次最適解に収束させることにより最適解を得ることができる。

6. 計算例

(1) 上記の理論をまず図-5 に示す単純桁に適用し、本理論により全域的な最適解が得られることを確認したが、その結果を表-1 に示す。移動活荷重 $P = 40 \text{ ton}$, $Q_d = 40 \text{ kg/cm}$, 死荷重 $Q_d = 40 \text{ kg/cm}$ が載荷するものとし、桁中央の撓みを 10 cm まで許容する場合には、応力に関する制約条件より断面が決定され、最適解ではすべての鋼種が SM58 となっている。応力の制約条件のみを考慮した単純桁の最適解は、 L および鋼種を種々変化させ、図-2 および 3 より L -COST 曲線を求めることによっても求められるが、この方法によっても表-1 の最適解と全く同一の最適解が得られ、本理論により全域的な最適解が得られたことが確認できた。つぎに桁中央の撓み量を 3 cm に制限した場合には、撓みおよび応力の制約条件が共に *critical* となり、最適鋼種として断面 1, 2 とともに SM50 を



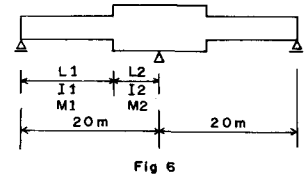
選択し、製作費も前の例に比べて1.1%増加している。この最適解も全域的な最適解であることは容易に理解できる。

(2) 図-6に示す連続桁 ($L_1 = L_2 = 10\text{ m}$) に移動荷重 $P = 20\text{ ton}$, $Q_d = 20\text{ Kg/cm}$, 死荷重 $Q_d = 20\text{ Kg/cm}$ が載荷するものとし、支間中央の最大撓みを 2 cm に制限した場合、最適な I および鋼種を求めた。この例では撓みの制限が最もきびしい条件となり、初期値として $I_1 = I_2 = 2 \times 10^6\text{ cm}^4$,

$M_1 = M_2 = \text{SS41}$ を与えた場合、および $M_1 = M_2 = \text{SM60}$ を与えた場合、ともに数回のくり返し計算で最適解の近くに収斂し、Move limit を小さくすることにより最適解として $I_1 = 1618 \times 10^3\text{ cm}^4$, $I_2 = 1683 \times 10^3\text{ cm}^4$, $M_1 = M_2 = \text{SS41}$, TOTAL COST = $2084 \times 10^3\text{ 円}$ を得た。

表 - 1

	$I_1 (\times 10^3\text{ cm}^4)$	$L_1 (\text{cm})$	$I_2 (\times 10^3\text{ cm}^4)$	$L_2 (\text{cm})$
最適解	初期値	2000 (41)	500	2000 (41)
	最適解	1013 (58)	330	1841 (58)
	COST	1,337,600 (円)		
最適解	初期値	2000 (58)	500	2000 (58)
	最適解	1375 (50)	330	2502 (50)
	COST	1,352,200 (円)		



また実応力度/許容応力度 = 0.754 および 0.805 であった。この解も全域的な最適解であることが容易に認められる。

(3) 図-6に示す連続桁が(2)と同様の荷重を受けるものとし、応力の制約条件のもとで最適な I および L を求めた結果を表-2に示す。桁の各点における最大曲げモーメントおよび最適解へ収斂してゆく途中の計算結果から判断して、得られた解が全域的な最適解であることがわかる。また最適解では断面1の許容応力度と実応力度が等しくなっているのに対し、断面2ではこの比が0.98となっており、応力のわずがではあるが余裕のある断面が最適解を与えている。

なお(2)(3)で示した連続桁の最適解を得るに要した計算時間は2~4分であった。その他の計算例については講演当日および別の機会に発表する予定である。

表 - 2 (SS41)

	$I_1 (\times 10^3\text{ cm}^4)$	$L_1 (\text{cm})$	$I_2 (\times 10^3\text{ cm}^4)$	$L_2 (\text{cm})$
初期値	2000	1000	2000	1000
最適解	1205	1971	1320	29
σ/σ_a	1.000		0.980	
COST	178×10^4 (円)			

7. あとがき

本研究において、SLP法および桁断面の Suboptimization の手法を用い、設計変数として部材の断面寸法およびその変化位置のみならず各断面の材料の種類をも考慮し、桁に関するすべての制約条件のもとで目的関数として製作費を考慮した連続桁の最適設計法をのべ、本理論により容易に最適解が得られることを示した。特に最適な鋼種を決定するために「材料選択変数(M)」を導入し解く方法を提案し、この方法により自動的に最適な鋼種をも決定することができるとを示した。この材料選択変数を用いて最適材料を決定する考え方は、本論文の例のように弾性係数(E)が等しい同種の材料のみならず、Eの異なる異種の材料間の最適選択の問題にも全く同様にして適用できるものであり、今後さらに計算を進める予定である。

おわりに、本研究は昭和46年度文部省科学研究費の補助を受けた研究であり、計算は九州大学大型計算機センターのFACOM 230-60により行なったものであることを付記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 大久保禎二, 松浦良和 "SLP法による連続桁の最適設計" 土木学会中四国支部第23回学術講演会概要集 S.46.5 PP.32~35
- 2) 大久保禎二, 飯田隆司 "桁断面の最適設計法に関する研究" 土木学会中四国支部第24回学術講演会概要集 S.47.5 PP.29~32
- 3) 日本橋梁建設協会, 鉄骨橋梁協会編 "鋼道橋標原価計算表" (昭和46年度版)