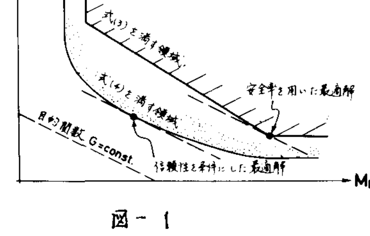
I-135　信頼性を条件にしたラーメンの最小重量設計

信州大学工学部　正員　○長　尚
京都大学大学院　学生員　小山　健

1. まえがき　構造物設計の観点から，現在最もその開発が急がれなければならない課題の中に，最適設計法と信頼性理論とがある．前者は経済性の追求を目的とするのに対し，後者は安全性の保証の合理化を目ざすものである。したがって，この両者を結びつけて，構造物の設計の合理化を計ることは，当然の成り行きである。こうした方面の研究の一つに，F. Moses および J. Stevenson らによってなされている，信頼性を条件にしたラーメンの最小重量設計がある．本文は，このテーマについて，主として次の二つの点について述べたものである。一つは，荷重の頻度が相異する，常時と地震時を一緒に考慮して，信頼性を条件にした最小重量設計の一つの方法に関するものであり，もう一つは，H. S. Ang および M. Amin らによって提案された，拡張された信頼性理論に基づく，危険確率を条件にした最小重量設計に関するものである．

2. 破壊確率を条件にした最小重量設計　A. M. Freudenthal によって提唱された，いわゆる古典的信頼性理論においては，荷重および構造物の強度は確定量ではなく，確率量であるから，荷重が抵抗（強度）を上回ることがあり得るために，構造物の破壊が生ずる可能性が生れると考える。そしてその確率を破壊確率と名づけている。いま，荷重を S，強度を R とすれば，破壊確率 p_f は次式で与えられる。$p_f = P_r\{R-P<0\}$ または $P_r\{R/P<1\}$ ……(1)　Moses らは，ラーメンの最小重量設計を行なう場合，この破壊確率が，ある値（許容破壊確率）以下になるという条件を，制約条件として用いている。あるラーメンの崩壊機構が m 個あるものとし，任意の i 機構において，全塑性モーメントのなす仮想仕事と荷重のなす仮想仕事との差 Z_i が正なら i 機構では崩壊しない．この Z_i を i 機構の保留強度というが，これを用いて，そのラーメン全体としての破壊確率を表わすと，次のようになる。$p_f = P_r(Z_1<0)+P_r(Z_1>0,\ Z_2<0)+\cdots+P_r(Z_1>0,\ Z_2>0,\ \cdots,\ Z_m<0)$ ……(2)
さて，従来の安全率を用いた決定論的最小重量設計においては，$Z_i \geqq 0$　$(i=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$ ……(3)
が制約条件であるが，破壊確率が許容破壊確率 p_{f0} 以下となるようにすることで，信頼性を保証するという考え方に基づくと，制約条件は，$p_f \leqq p_{f0}$ ……(4)　となる。なお目的関数（重量関数）は，決定論的最小重量設計の場合と同じ，$G=\sum_j L_j M_{pj}$ ……(5) を用いる。決定すべき全塑性モーメントが，2 個の場合について，式(3)，(4)，(5) および最適解の関係を，概念的に比較して図示したのが，図－1 である。



図－1

3. 常時と地震時の信頼性を一緒に考慮する一方法　普通設計において，その構造物の安全性は，常時荷重作用と地震時荷重作用の両方に対して保証されなければならない．その場合には，前述の式(4)で表わされる制約条件が，常時と地震時について，二つ必要となる。すなわち，常時と地震時の破壊確率をそれぞれ，p_{f1}，p_{f2} とし，許容破壊確率をそれ

ぞれ p_{f10}, p_{f20} とすれば，制約条件は，$p_{f1} \le p_{f10}$，$p_{f2} \le p_{f20}$ ……(6) である。ところで，常時荷重と地震荷重とでは，その発生頻度が異なるので，このことを考慮して，バランスのとれた許容破壊確率 p_{f10}，p_{f20}を決める必要がある。そのためには，耐用年数 T_d 間に，荷重の増減および強度の低下などがないものとすれば，次のような関係式を用いるのも，一つの方法であろう。これまで述べてきた破壊確率 p_f は，設計に用いた荷重が1回起る期間 ΔT 内で，構造物が破壊する確率であると考えられるから，耐用年数間で考えた構造物の破壊確率 p_{fn} は，$p_{fn}=1-(1-p_f)^n$ ……(7) から求めることができる。ただし $n=\frac{T_d}{\Delta T}$ である。ここで，耐用年数間での許容破壊確率を $1/\beta$ とすれば，p_f の許容値 p_{f0} は式(7)から，次式で求められる。$p_{f0}=1-(1-\frac{1}{\beta})^{\frac{1}{n}}$ ……(8) したがって，常時に対しても，地震時に対しても同じ値のβを用いて，$p_{f10}=1-(1-\frac{1}{\beta})^{\frac{1}{n_1}}$，$p_{f20}=1-(1-\frac{1}{\beta})^{\frac{1}{n_2}}$ ……(9) を，それぞれの許容破壊確率とすることにより，両者の信頼性のバランスがとれることになる。

4. 危険確率を条件にした最小重量設計　古典的信頼性理論における破壊確率の考え方は，荷重と強度が確率量として表現でき，構造物の安全性は，統計的確率モデルだけで取り扱えることを前提としている。しかし安全性に影響を与える要因は，この他，設計，施工上の諸々の未知の不確実さがあり，しかも，統計的確率モデルに必要なパラメーターを得る資料が非常に乏しいのが実状である。そこで，Ang は，安全性を考える場合，確率論的に処理可能な部分と，そうでない，技術上の判断によって扱わなければならない部分とに分離すべきとし，許容危険確率を導入して次式を提案した。$P_r\{R/S<\nu\}\le\alpha$，$\nu>1.0$ ……(10) ここにνが技術上の判断によるべき，判断係数，または無知係数と名づけられたものである。この危険確率についての式(10)を制約条件に用いることにより，危険確率を信頼性の条件に用いた最小重量設計が可能となる。

5. 計算例　図-2に示す門形ラーメンについて，全塑性モーメントの変動係数 $\delta_M=0.1, 0.05$ の2種類，P, V の変動係数 $\delta_P=\delta_V=0.1$，Hの変動係数 $\delta_H=0.2$ として，破壊確率と危険確率を条件にした最小重量設計の計算結果を図-3に示す。ただし，分布関数は正規分布関数としている。許容破壊確率 p_{f10}，p_{f20}には，$\beta=10$，$\Delta T_1=1$日，$\Delta T_2=30$年，$T_d=50$年 として，式(9)より求めて，$p_{f10}=5.77\times10^{-6}$，$p_{f20}=0.161$ を用いている。また，$\nu=1.3$とし，許容危険確率 α は，決定論的最小重量設計の最適値 $M_{p1}=21.0$, $M_{p2}=3.0$（ただし常時の安全率2 地震時の安全率4/3として），および$\delta_M=0.1$の場合の危険確率 $\alpha_1=2.7\times10^{-4}$，$\alpha_2=0.437$ を用いている。

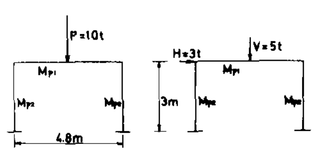


図-2

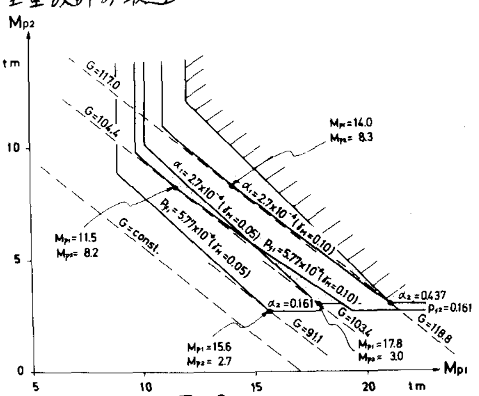


図-3

参考文献 (1) Stevenson, J., F. Moses: Reliability Analysis of Frame Structures, ASCE, ST11, 1970 (2) Ang, H. S., M. Amin: Reliability of Structures and Structural Systems, ASCE, EM2, 1968