

大阪市大 正員 倉田 宗章
 ○明石高専 正員 高 端 宏 直
 大阪市大 正員 岩 平 勉

1) まえがき... 3次元弾性半無限体上におかれた平板に鉛直集中荷重または等分布荷重が作用した状態における, 平板のたわみや曲げモーメント, 弾性体基礎の地盤反力や表面の変形, 地盤内の鉛直応力度, 平板と地盤の接触長等を求め, 平板と基礎が tensionless であるような非線形の場合について検討した. 平板と弾性体とは, その間の鉛直地盤反力のみが介在するものとし, 水平方向の変位や応力度は考慮せず, 一般の平板理論と Boussinesq 理論を結合し, 差分法を用いた近似数値解法である. この種の問題は Chung¹⁾等は有限要素法で, Habel²⁾は差分法を用いて解析し, Winkler形基礎の非線形問題は倉田⁵⁾等によって取扱われている.

2) 基本式の誘導と解法... 図-1のように弾性体(弾性係数 E_0 , ポアソン比 ν_0)上に4辺自由な正方形板(弾性係数 E_s , ポアソン比 ν_s , 半辺長 d , 厚さ h)がおかれ鉛直荷重が作用する. 半辺長を N 分割し各点について差分式を立てると次式のようになる.

$$D_s/\Delta x^4 \cdot [K]\{w\} = \{q'\}, \{q'\} = \{\bar{q}\} - \{q_f\} \quad (1)$$

ここで $D_s (= E_s h^3/12(1-\nu_s^2))$ は板剛度, Δx は分格長, \bar{q} は分布荷重, q_f は地盤との接触圧, $[K]$ は差分法の係数マトリックス, $\{w\}$ は平板のたわみベクトルである. 図-2のような弾性体上の外力 $q_f \Delta x^2$ による r_j 離れた点の弾性体の鉛直変位 w_{ij} は次式で表わされる³⁾.

$$w_{ij} = (q_f \Delta x^2)/\Delta x D_s \cdot f_{ij}, \quad D_s = \pi E_0/(1-\nu_0^2) \quad (2)$$

ここで f_{ij} は影響係数で $f_{ii} = 3.525^{4)}$, r_j が大きくなると $f_{ij} = 1/r_j$ で表わされる. 著者らは f_{ij} の値を Gauss の数値積分法により, 全点の精確値を求め以後の演算を行ったが, 上記のように近似した場合とほとんど差がない事を認めた. $\{w_f\}$ を弾性基礎の上面の変位, $[f_s]$ を弾性基礎の撓性マトリックスとすると次式がえられる.

$$\{w_f\} = \Delta x/D_s \cdot [f_s]\{q_f\}, \{q_f\} = D_s/\Delta x \cdot [K_f]\{w_f\} \quad (3)$$

ここで $[K_f]$ は弾性基礎の剛性マトリックスで $[K_f] = [f_s]^{-1}$ である. ついで弾性体の変形量 w_f と平板のたわみは弾性体が tensionless でない限り等置する事ができ, (3)式を(1)式に代入すると次式をうる. $[K] + \delta_0 [K_f]\{w\} = P/D_s \lambda^2 \cdot (\alpha \delta^{4/3} + \beta \delta^{2/3}) \quad (4)$

$$\text{ここで } \lambda^3 = D_s/D_0, \Delta = \lambda \Delta x, D = \lambda d, \alpha = q_f/P \lambda^2, \beta^3 = \delta \quad (5)$$

また α は等分布荷重を表わす荷重係数, β は集中荷重位置による係数で本文では $\beta=1$ か 0 である. 以上(4)式を計算後(3)式で $\{q_f\}$ を求め頭になるような点の f_{ij} を 0 とおき, 両(4)式の演算を行い逐次繰返し演算を実施して, 8回目の演算で $(\delta_{i-1} w_i - w_i)/w_{\max} \leq \epsilon = 1/2000$ で収束したものと判定した. 地盤内応力は図-3を参照し, 分布荷重 $q_f \Delta x^2$ が i 点に集中化しているものと仮定すると $\sigma_z = 3(q_f \Delta x^2) z_j^3 / 2\pi (z_j^2 + y_j^2 + z_j^2)^{3/2}$ で

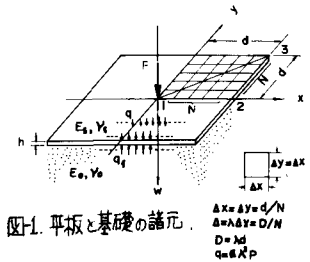


図-1. 平板と基礎の諸元.

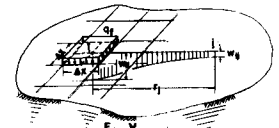


図-2. 弾性体の変形

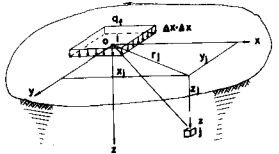


図-3. 弾性体内の応力度.

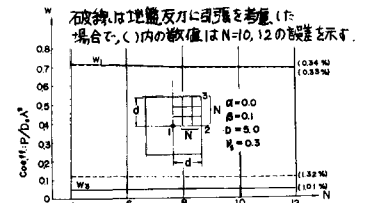


図-4. 解の収束状況.

表わされ³⁾, (3)式を用いて表わすと次式をうる.

$$\{\sigma_z\} = \frac{34\lambda D_f}{2\pi} [K_f] \{w_f\} \cdot \{r\} \quad (6)$$

こゝで $\{r\}$ は $\sqrt{x_j^2 + y_j^2 + z_j^2}$ を要素にもつベクトルである.

3) 計算結果の検討……図-4は中央集集中荷重載荷の場合で分割数Nによる収束状況を調べたものである. 破線は従来の tension を考慮した場合の解である. 図-5, 6は等分布荷重全面載荷の場合である. 図-5は代表桌の w と D , q_f と D の関係を示す. 図-6は $D=1.0, 7.0$ の場合の1-3 箇の地盤内応力を示す. 前者は3 箇で応力集中の現象がみられる. 図-7以降は中央集集中荷重載荷の場合である. 図-7(a)は w と D , M_x と D , (b) は q_f と D の関係を示し破線は浮上り以前を示す. 図-8は $D=9.0$ の場合の1-3 箇の w, w_f , 接地長 R を示す. Weitsman⁴⁾ は無限板で $R \approx 2.926$ と求めこゝるが本文では $R \approx 3.1$ 位である. 図-9は $D=11.0$ と tensionless の場合を示し, $4/9$ の部分について描いた. a) は w, w_f の状況, b) は地盤反力 q_f と内部応力 σ_z を示す. c) は M_x, M_y を示し, 中央桌から急激に減すいしてゐる. これらは長さをもとて無次元化して表わされてゐる. 計算は大阪市大計算センター FACOM 270-30 を使用した.

4) むすび……以上あらましをのべたが等分布荷重の場合は Winkler 基礎の場合と様相が違ってゐる. 基礎上面の tension を考慮したときと tensionless の場合では正のたわみ, 基礎の変位, 地盤圧力, 内部応力, 断面力には大きな差異がみられないが, 座のたわみについてはその影響が現われている. 以上

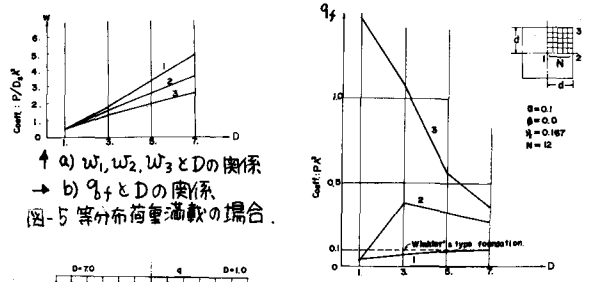
【参考文献】 1) Y.K. Chung and O.C. Zienkiewicz: "Plates and Tanks on Elastic Foundation - an application of Finite Element Method", Int. J. Solids structures, 1965, Vol. 1 pp451~461.

2) A. Habel: "Die auf dem Elastisch-isotropen Halbraum aufruhende Zentral-symmetrisch belastete Elastische Kreisplatte" Bauing, April 16 1937. S. 188~193.

3) S. Timoshenko and J.N. Goodier: "Theory of Elasticity" McGraw-Hill, 1951, pp364~365.

4) Y. Weitsman: "On the Unbonded Contact Between Plates and an Elastic Half Space" Transaction of the ASME, June, 1961, pp. 118-202.

5) 倉田. 高橋. 谷平: "弾性基礎上の板の非線形問題", 土木学会第24回年次学術講演会報告要, I-53, 1969.



↑ a) w_1, w_2, w_3 と D の関係
→ b) q_f と D の関係
図-5 等分布荷重全面載荷の場合.

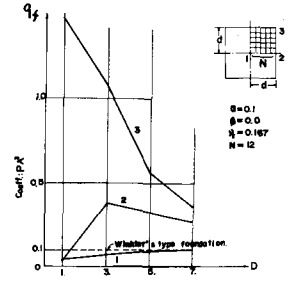
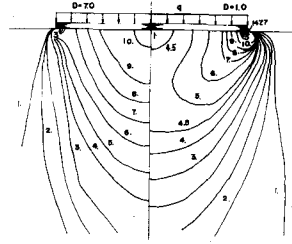
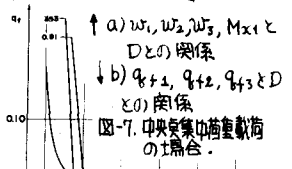
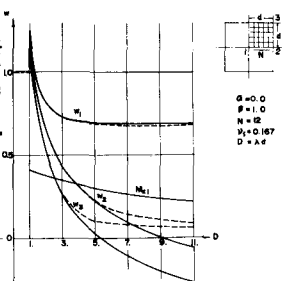
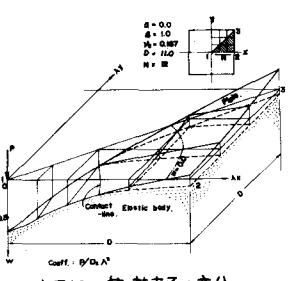


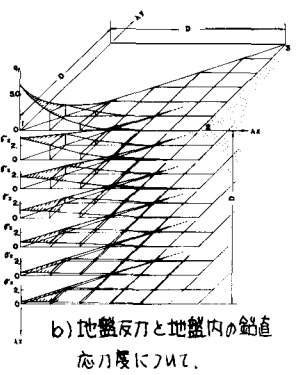
図-6. 等分布荷重全面載荷の場合の地盤内応力. ($D=1.0, 7.0$)



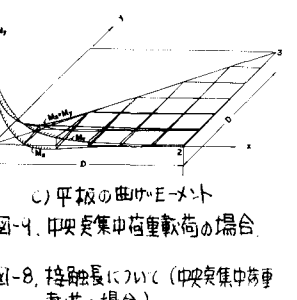
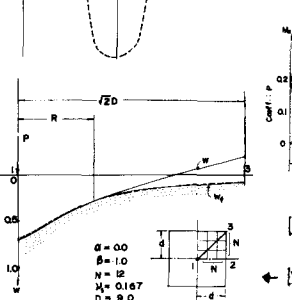
↑ a) w, w_2, w_3, M_{x1} と D との関係
↓ b) q_f と D の関係
図-7. 中央集集中荷重載荷の場合.



a) 平板と基礎表面の反位



b) 地盤反力と地盤内の鉛直応力について.



c) 平板の曲げE-マト

図-9. 中央集集中荷重載荷の場合.

← 図-8. 接地長について (中央集集中荷重載荷の場合).