

東京大学工学部 正員 奥村敏惠
東京大学大学院 学生員。奥川淳志

まえがき

繰り返し荷重によって疲労損傷を受けるような部材におけるき裂先端部等は必ず塑性変形を生じ、多軸応力状態となる。この応力-ひずみの挙動を明らかにすることは、破壊力学の立場からも、又塑性設計の立場からも極めて重要であると考えられるが、多軸応力状態にある局部的な応力を実験により求めることは難かしく、他の手段に依らねばならない。この様な手段の一つとして、最近特にその有効性が各方面において認められてきているものに有限要素法があげられる。本報告は載荷-除荷-再負荷過程を取り入れ、又荷重の反転により圧縮応力を生ずる場合にはバウシンガ効果を考慮した、二次元弾塑性解析用有限要素法を用いて、き裂先端近傍の応力-ひずみの挙動を明らかにしようとするものである。

また Wire Strain Gage で有意性のあるひずみが測定できる程度大きい、円弧切欠を有する平面板の片振り張試験を行い、切欠線上のひずみ分布について計算結果と実験結果との比較を試みた。

1. 材料の応力-ひずみの関係

一般に、処女負荷過程で降伏した要素において、荷重の反転により圧縮応力が生ずるときには、 σ_1 まで弾性のままではなく、いわゆるバウシンガ効果を呈する。従ってこれを考慮するために、除荷・再負荷過程における応力とひずみの関係を、き裂のまわりの転位分布にもとづいたバウシンガモデルから Weertman が導いた式¹⁾によって、一軸両振り繰り返し荷重下での材料実験より得られた応力とひずみを近似した。

$$\epsilon = \frac{\alpha a^2}{\mu c} \sigma_1 \left\{ \cot \frac{\pi}{2} \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_{max}}{\sigma_1} \right) - 2 \cot \frac{\pi}{4} \left(\frac{2\sigma_1 - \sigma_{max} + \sigma}{\sigma_1} \right) \right\}$$

除荷過程

$$\epsilon = -\frac{\alpha a^2}{\mu c} \sigma_1 \left\{ \cot \frac{\pi}{2} \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_{max}}{\sigma_1} \right) - 2 \cot \frac{\pi}{4} \left(\frac{2\sigma_1 - \sigma_{max} - \sigma}{\sigma_1} \right) \right\}$$

再負荷過程

ここで、 $A = \alpha a^2 / \mu c$ は材料定数、 σ_1 はマサツ応力、 σ_{max} は応力振巾である。

2. 解析方法

解析には要素内ひずみ一定の三角形要素を用いた。荷重漸増法による二次元平面応力有限要素法を使用し、応力とひずみの関係については既述した。また処女負荷過程については、他の参考資料²⁾を参照されたい。また除荷・再負荷過程については次の仮定を設けている。

1) 除荷・再負荷過程における各応力、ひずみ成分は前の過程の最終段階における応力、ひずみ成分に各々加え合わされる。

2) 除荷・再負荷過程における再降伏は、応力-ひずみ曲線が急激に変化しないで、徐々に変化するため明瞭に示されない。従ってここでは各要素の相当応力-相当ひずみ曲線の傾き、即ち加工硬化度が $E/2$ (E : ヤング率) になった時、その要素は再降伏したものと定義しておく。

3) 除荷過程のとき、き裂が閉じてき裂面が圧縮応力を受けもつことはないとする。
なを用いた計算機は東京大学大型計算機センターの HITAC 5020 E である。

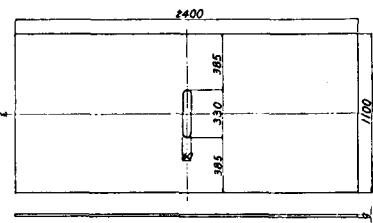
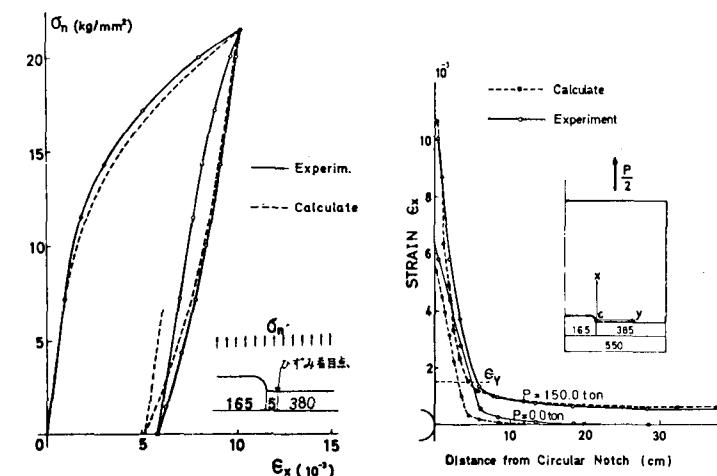
3. 円弧切欠を有する平面板の切欠近傍の応力 - ひずみ挙動

対象とした試験体の形状と、その材料の引張り特性を図-1 に示す。実験は東京大学大型実験室の 2000 トン試験機を使用し、荷重 0 トンと 150 トンの間で数回繰り返した。この最大荷重点は試験体の最少断面に対する公称応力が $\sigma_n = 21.59 \text{ kg/mm}^2$ で、 δ_y を降伏点とするとき、 $\delta_n / \delta_y = 0.675$ に相当する。そして最大荷重点と最少荷重点に重点をおいて、円弧切欠線上に配した W.S.G によりひずみを測定した。

計算は対称性を考慮して図-1 の 1/4 に対して行った。全節点数は 209、要素数は 359、最少三角形要素の一辺の長さは 1 mm で、これの円弧切欠半径に対する比は 1/30 である。

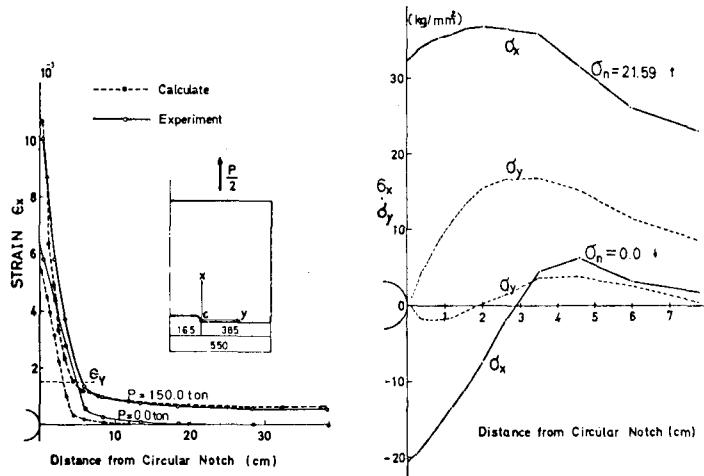
実験結果と計算結果を比較するために図-2、図-3 を描いた。図-2 は荷重を切欠線の断面で除した公称応力と切欠端より 5 mm 離れた位置での載荷方向のひずみ量を実験値は実線で、計算値は破線で示してある。また図-3 には最大荷重点と 0 まで除荷したときの載荷方向ひずみの分布を示した。さらに図-4 には円弧切欠近傍の X 方向、Y 方向の応力分布を示す。

これらの図から判るように、切欠先端部分はその周囲の要素に拘束されているために、一度塑性変形を受ける様な負荷を受けた後、0 まで除荷されても、X 方向ひずみは残留し、このひずみを押し戻そうとする圧縮応力が発生する。従って部材が 0- 引張りの繰り返しが受けると、切欠先端部は再振繰り返し応力状態となる。しかしその応力範囲は今考えている条件においては $+ \delta_y$ へ $- \frac{2}{3} \delta_y$ (δ_y : 降伏応力) で、バウシンガ効果の影響により $- \delta_y$ に達していない。また円弧切欠先端から切欠半径 (3 cm) 程度離れた所での荷重と直角方向の応力 δ_x は、最大荷重時で約 $\frac{1}{2} \delta_y$ になり強い二軸性を呈するが、0 まで除荷されると大きな δ_x の存在する割には δ_y はほとんど発生せず二軸性を示さなくなる。



$$\delta_y = 32.0 \text{ kg/mm}^2 \quad \epsilon_f = 0.02 \\ E = 2.13 \times 10^6 \quad v = 0.33$$

図-1 試験片形状



4. 鋭いき裂を有する平面板のき裂先端近傍の応力 - ひずみ挙動

ここでは種々のき裂長さを有する平面板についての片振り引張り繰り返し荷重に対する計算を行った。計算モデル、およびその材料の引張り特性を図-5に示す。本計算では板巾 $2b = 160 \text{ mm}$ で、 $P = 22.4 \text{ ton}$ ($\delta_{\infty} = \delta_{\text{all}} = 14 \text{ kg/mm}^2$) を一定に保ち、き裂の長さ a を $5, 10, 15, 20 \text{ mm}$ (各々 $a/b = 0.0625, 0.125, 0.1875, 0.25$)の4ケースに変化させている。計算は対称性を考慮して、全て $1/4$ について行った。図-6に要素分割の例として $a/b = 0.125$ の場合を示す。最小三角形要素の一辺の長さは 0.625 mm で、最小き裂長さに対する比は 0.125 である。

$a/b = 0, 0.125$ の場合について、き裂先端前方の荷重方向の応力 σ_x とひずみ ϵ_x の分布を各々図-7、図-8に示す。これらの図に示されている様に、前述の円弧切欠の場合と同様、荷重が除荷された後においても、き裂先端には大きな圧縮残留応力($a/b = 0.125$ のときで約許容応力の大きさ)が生じており、またひずみ

が残留している。従ってこのき裂長さの場合、板が $0 \sim$ 許容応力の片振り繰り返し荷重を受けると、き裂先端ではおよそ $+28.0 \sim -13.0 \text{ kg/mm}^2$ の両振り繰り返し応力を受けていることになる。この様子を応力とひずみの関係で示すと図-9の様になる。即ち図-9にはき裂先端要素での荷重方向(X 軸方向)の応力とひずみのヒステリシスを実線で示した。破線はバウシンガ効果を考慮して入力された応力とひずみのヒステリシスで、相当応力が同じ応力範囲にある一軸両振り荷重下でのヒステリ

シスループに対応する。これから判る様に、き裂先端要素の荷重方向の応力とひずみのヒステリシスループは、周囲の要素によって拘束されているため、一軸両振り繰り返しのときのヒステリシスより大きなループを描いている。

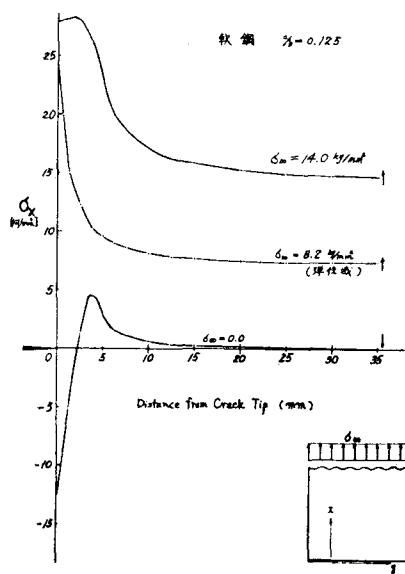


図-7

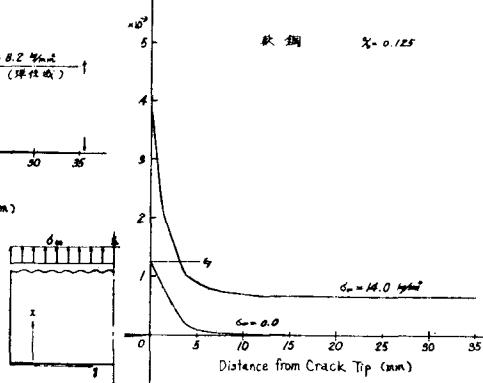


図-8

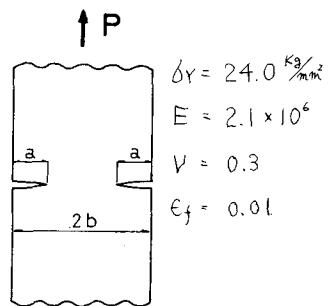


図-5

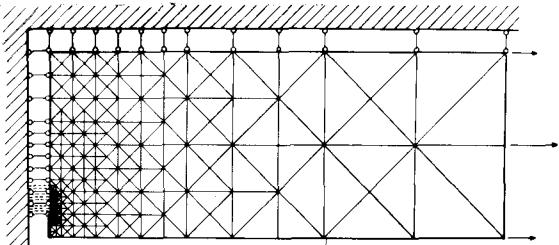


図-6

図-10は載荷(外側の白い部分)と除荷(斜線部分)における塑性域の変動を示したものである。 $a/b = 0.125$ の除荷時のそれは計算時間が制限されているために計算が完了していない。載荷の場合について塑性域の面積 A_p を応力拡大係数 K に対してプロットする

と図-11の様になる。ここで K は板巾の影きようを考慮して次式から求め、板全体の作用応力ひずみ除したものといた。

$$K = \sigma \sqrt{a} \left\{ 1.0 - 0.872 \left(\frac{a}{b} \right) - 0.416 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1.813 \left(\frac{a}{b} \right)^3 - 1.525 \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right\}$$

この図より $S_p \propto K^{3.5}$ という結果が得られたが、一方 B.C.S モデルによると塑性域の長さ r_p は

$$r_p = a \left\{ \sec \left(\frac{\pi}{a} \frac{\delta}{\delta_y} \right) - 1 \right\} \approx \frac{\pi^2}{8\delta_y} (a\delta^2) \propto K^2$$

であるから、⁴⁾ $S_p \sim r_p^3 \propto K^4$ となる。これらの値の違いは有限要素法の計算誤差といふことも考えられるが、B.C.S モデルにおいては塑性域の二次元的な広がりを考慮していないことによるのではなかろうか。

次にき裂の開口変位 (C.O.D.) を各き裂長さに対し描いてみると図-12の様になる。図中 V_L は載荷時の、また V_U は除荷時の荷重方向変位を示す。本計算では圧縮荷重は加えていないので、除荷によってはき裂は閉じることではなく、き裂面には圧縮応力を生じていない。またき裂の先端は負荷により大きく開き、いわゆる blunting を生じ、除荷するとこの blunting の程度は減少するがき裂先端近傍の残留ひずみのために resharpening を生じていないのが認められる。

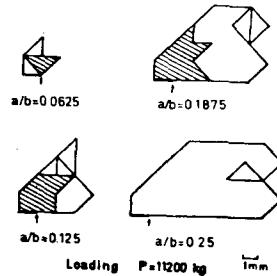


図-10

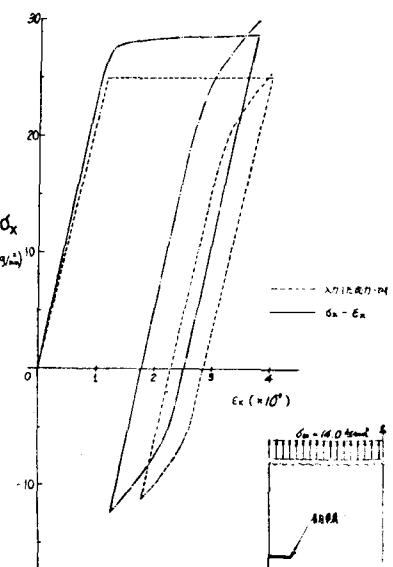


図-9

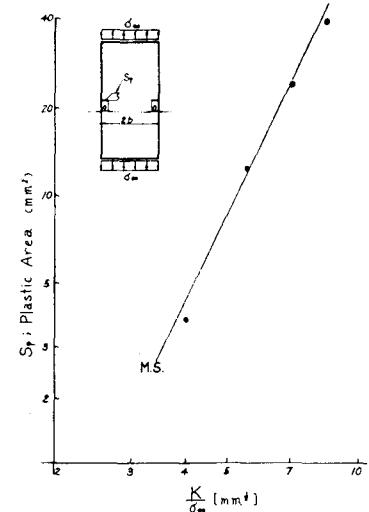


図-11

参考文献

- 1) J. Weertman et al. "Continuous Dislocation Model of the Bauschinger Effect"
- 2) 例えは Zienkiewicz "The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics"
- 3) W. F. Brown et al. ASTM STP no. 410 (1967)
- 4) D. S. Dugdale J. Mech. Phys. Solid, vol 8 (1960)

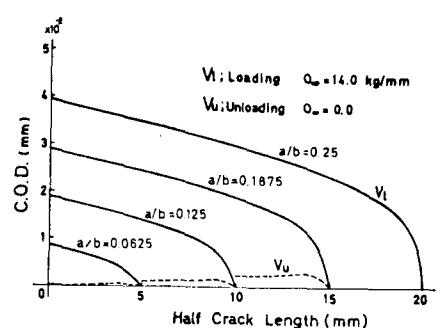


図-12