

東京大学 奥村敏志 正員
○ 新東京国際空港公団 山本喜造 正員

1. まえがき 近年、交通量が急激に増加し、それに伴って構造物の長大化が顕著である。構造物の長大化が招いた結果として従来の理論では把握出来ない種々な現象が生じてきており、本論文では経費の節約、自重軽減のために今後増々予想される下横構付き広中負梁の振りの力学的性状と調べる事にした。

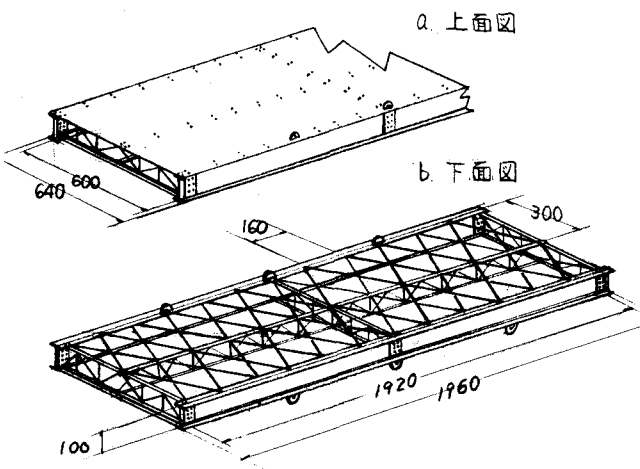
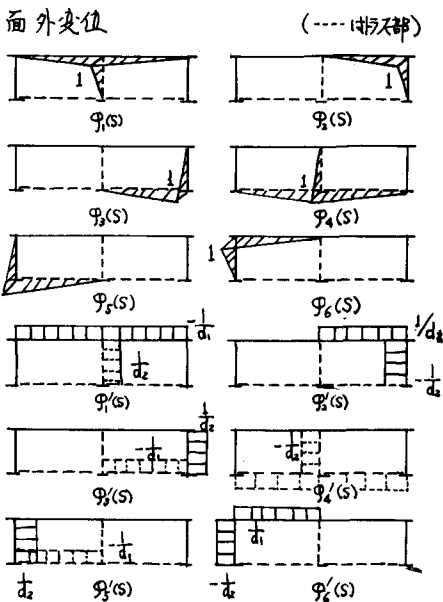


Fig. 1 Test Piece

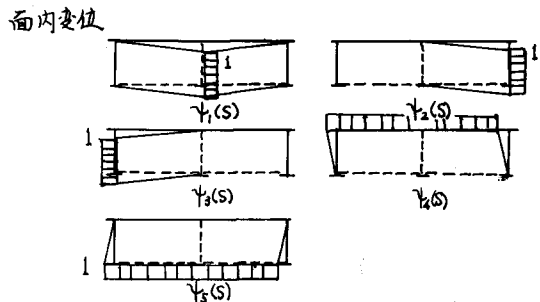
断面の広がり従来の断面形不変という基本的仮定と崩す事になり、断面変形と考慮した理論と生み出した。^{1) 2)} トラスの振りにおける挙動と取り上げた解析法としては換算板厚の考え方が一般的である^{3) 4)}。最近では特に換算板厚を用いると共に折戻理論により断面変形と扱った論文もある⁵⁾。

従来圧圧防止の機能のみと考えて設計する下横構の振りにおける機能と解析出来ればさらに経済的で安全な設計が可能と思われる。



2. 理論解析 Fig. 1に示すような実験体と対象にする。こゝでは下横構部と換算板に置換し消断面とみとし、断面形状の変化と考慮したV. Z. Vlasovの理論と応用して解析する方法と記した。

- 仮定1. 薄肉構造物と対象とし、微小変形と取り扱う。
- 仮定2. 薄肉長方形板の各板要素に対して平面保持が成立



する。板要素は接合線に沿って剛に結合されている。

仮定3. 格点間の距離は変形後も不変であり、これは輪郭線に沿っても伸縮がない事を示す。

仮定4. 下横構部の換算板は剪断耐力のみしか抵抗しない。横構部と板部はヒンジ結合である。

変位 u, v と次のように有限級数で表わす。面内変位、面外変位の自由度は仮定のもとでの幾何学的関係より決定する。

$$u(z, s) = \sum_{i=1}^6 U_i(z) \varphi_i(s) \quad (1)$$

$$v(z, s) = \sum_{k=1}^5 V_k(z) \psi_k(s) \quad (2)$$

ここで一般座標 φ_i, ψ_k と図 1 に示す。本論文で扱う断面では物理的意味を持つ変位系を選択するのは困難であったので幾何学的関係において単純明瞭な変位系を選択した。

基礎方程式の誘導は仮想仕事の原理と適用して行う。横方向帯板要素を取り出しそれに面外変位として $u = 1 \cdot \varphi_i(s)$ 及び面内仮想変位として $v = 1 \cdot \psi_k(s)$ と与えて、それぞれの場合についての仮想仕事の式を求めると

$$\iint_F \frac{\partial \sigma}{\partial z} \varphi_i(s) dF - \iint_F \tau \varphi_i'(s) dF + \int_L p \varphi_i(s) ds = 0 \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (3)$$

$$\iint_F \frac{\partial \tau}{\partial z} \psi_k(s) dF - \sum_{k=1}^5 V_k(z) \int_L \frac{M_k(s) M_k'(s)}{EI} ds + \int_L g \psi_k(s) ds = 0 \quad (k=1, 2, \dots, 5) \quad (4)$$

となる。F は全断面積で、 \bar{F} はトラス部を除く断面積を表わす。 σ, τ は変位 u, v が (1), (2) のように仮定されたので応力-歪の関係から容易に求められる。

$$\gamma \sum_{i=1}^6 a_{ji} U_i'' - \sum_{j=1}^6 b_{ji} U_j' - \sum_{k=1}^5 C_{ik} V_k + \frac{1}{G} p_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^5 C_{kj} U_j' + \sum_{k=1}^5 r_{kk} V_k'' - \gamma \sum_{k=1}^5 s_{kk} V_k + \frac{1}{G} g_k = 0 \quad (k=1, 2, \dots, 5) \quad (6)$$

ここで $\gamma = E/G$

$$a_{ji} = \iint_F \varphi_j \varphi_i dF \quad b_{ji} = \iint_F \varphi_j'(s) \varphi_i'(s) dF \quad C_{ik} = \iint_F \varphi_i \psi_k dF$$

$$C_{kj} = \iint_F \psi_k \varphi_j' dF \quad r_{kk} = \int_L \psi_k \psi_k' ds$$

$$S_{kk} = \frac{1}{E} \int_L \frac{M_k M_k'}{EI} ds \quad p_i = \int_L p \varphi_i ds \quad g_k = \int_L g \psi_k ds$$

基礎方程式の係数を求めるに、断面輪郭の変形に関係する係数がこの論文の一つの要点であって、断面が変形する場合、トラス部と板部がヒンジ結合という仮定のもとで計算する。

求めるべき変位 $U_i(z), V_k(z)$ と境界条件を満足するようなフーリエ級数に展開する事によって数値計算を容易にした。

$$U_i(z) = \sum_{n=1}^{\infty} U_{in}^* \cos \frac{n\pi z}{\ell} \quad (i=1, 2, \dots, 6)$$

$$V_k(z) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{kn}^* \sin \frac{n\pi z}{\ell} \quad (k=1, 2, \dots, 5)$$

同様にして、荷重もフーリエ級数に展開する。基礎方程式に変位、荷重のフーリエ級数を代入すると n 番目の 11 個のフーリエ級数未知係数に関する連立方程式が得られ、これと表にして以下の如くなる。

Ⅱ 番目の連立方程式

$$\begin{pmatrix}
 -\gamma a_{11}(\gamma x)^2 b_{11} - \gamma a_{12}(\gamma x)^2 & 0 & -b_{14} & 0 & -\gamma a_{15}(\gamma x)^2 b_{15} & -C_{11}(\gamma x) & 0 & 0 & -C_{14}(\gamma x) & 0 \\
 -\gamma a_{21}(\gamma x)^2 b_{21} - \gamma a_{22}(\gamma x)^2 b_{22} - \gamma a_{23}(\gamma x)^2 b_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{22}(\gamma x) & 0 & -C_{24}(\gamma x) & 0 \\
 0 & -\gamma a_{32}(\gamma x)^2 b_{32} - \gamma a_{33}(\gamma x)^2 b_{33} & -b_{34} & 0 & 0 & 0 & -C_{32}(\gamma x) & 0 & 0 & -C_{35}(\gamma x) \\
 -b_{41} & 0 & -b_{43} & -b_{44} & -b_{45} & 0 & -C_{41}(\gamma x) & 0 & 0 & 0 & -C_{45}(\gamma x) \\
 0 & 0 & 0 & -b_{54} & -\gamma a_{55}(\gamma x)^2 b_{55} - \gamma a_{56}(\gamma x)^2 b_{56} & 0 & 0 & 0 & -C_{53}(\gamma x) & 0 & -C_{55}(\gamma x) \\
 -\gamma a_{61}(\gamma x)^2 b_{61} & 0 & 0 & 0 & -\gamma a_{63}(\gamma x)^2 b_{63} - \gamma a_{64}(\gamma x)^2 b_{64} & 0 & 0 & 0 & -C_{63}(\gamma x) & -C_{64}(\gamma x) & 0 \\
 -C_{11}(\gamma x) & 0 & 0 & -C_{14}(\gamma x) & 0 & 0 & -\gamma S_{11}(\gamma x)^2 - \gamma S_{12} & -\gamma S_{13} & 0 & 0 \\
 0 & -C_{22}(\gamma x) & -C_{23}(\gamma x) & 0 & 0 & 0 & -\gamma S_{21} & -\gamma S_{22}(\gamma x)^2 - \gamma S_{23} & -\gamma S_{24} & -\gamma S_{25} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{35}(\gamma x) & -C_{36}(\gamma x) & -\gamma S_{31} & -\gamma S_{32} & -\gamma S_{33}(\gamma x)^2 - \gamma S_{34} & -\gamma S_{35} \\
 -C_{41}(\gamma x) & -C_{42}(\gamma x) & 0 & 0 & 0 & -C_{46}(\gamma x) & 0 & -\gamma S_{42} & -\gamma S_{43} & -\gamma a_{44}(\gamma x)^2 S_{44} & 0 \\
 0 & 0 & -C_{53}(\gamma x) & -C_{54}(\gamma x) & -C_{55}(\gamma x) & 0 & 0 & -\gamma S_{52} & -\gamma S_{53} & 0 & -\gamma a_{55}(\gamma x)^2 S_{55}
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 U_{1n}^* \\
 U_{2n}^* \\
 U_{3n}^* \\
 U_{4n}^* \\
 U_{5n}^* \\
 U_{6n}^* \\
 V_{1n}^* \\
 V_{2n}^* \\
 V_{3n}^* \\
 V_{4n}^* \\
 V_{5n}^*
 \end{pmatrix}
 +
 \begin{pmatrix}
 \frac{1}{G} P_{1n}^* \\
 \frac{1}{G} P_{2n}^* \\
 \frac{1}{G} P_{3n}^* \\
 \frac{1}{G} P_{4n}^* \\
 \frac{1}{G} P_{5n}^* \\
 \frac{1}{G} P_{6n}^* \\
 \frac{1}{G} Q_{1n}^* \\
 \frac{1}{G} Q_{2n}^* \\
 \frac{1}{G} Q_{3n}^* \\
 \frac{1}{G} Q_{4n}^* \\
 \frac{1}{G} Q_{5n}^*
 \end{pmatrix}
 = 0$$

3. 実験方法

実験の様相と写真1に示した。荷重位置は 1/3 点, 1/2 点, 2/3 点の三ヶ所で振り荷重のみについて行った。実験体と三つの状態, すなわら下横構の無い断面と下横構のある場合とに分け、下横構のある場合とさらに中央補剛トラスのある場合と無い場合に分けて実験を行った。

4. 実験結果と考察

下横構の有る場合と無い場合と比較すると下横構の効果は明らかである。下横構の効果と調べるために換算板に置換した計算値と実験値と比較した。理論計算は断面形状不変の仮定のもとでの振り理論と Ulasov の理論による計算の二通りで行った。図-1 から開断面の場合には実験値と慣用計算とは大体一致している。下横構付き断面の場合、計算値と実験値とはあまり一致と見ない。慣用の振り理論と Ulasov の理論とでは大きな差が認められるが、これは断面変形のみならず、下横構と

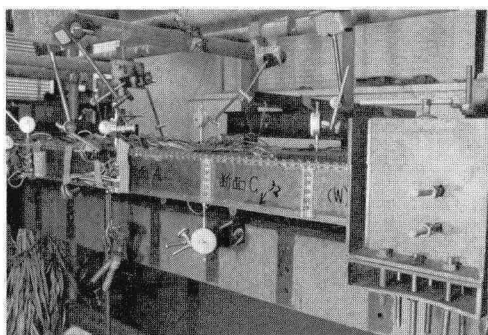


写真 1

板部の結合部がヒンジという構造条件と Ulasov の理論では考慮しうるためである。図には等価板厚が 0.0001 cm として板厚と無視し得る場合の計算値も図示した。この結果等価板という考え方は本論文の対象とする構造物には適切でない事が分かる。応力に関して同様の事が言える。図-1 には断面変形に因する応力 σ_s の実験値を示した。この図から下横構付断面の場合には相当大きな応力 σ_s が生じている。さらに中央補剛トラスは断面変形を減少させるためのものであるが、この補剛トラスと付けることにより応力 σ_s はかなり減少している。補剛トラスの個数についてはさらに研究が必要であろう。応力 σ_s の分布は本論文の仮定通りピン結合という条件と示すような分布状態になっており、開断面の場合はこの応力は殆んどない。

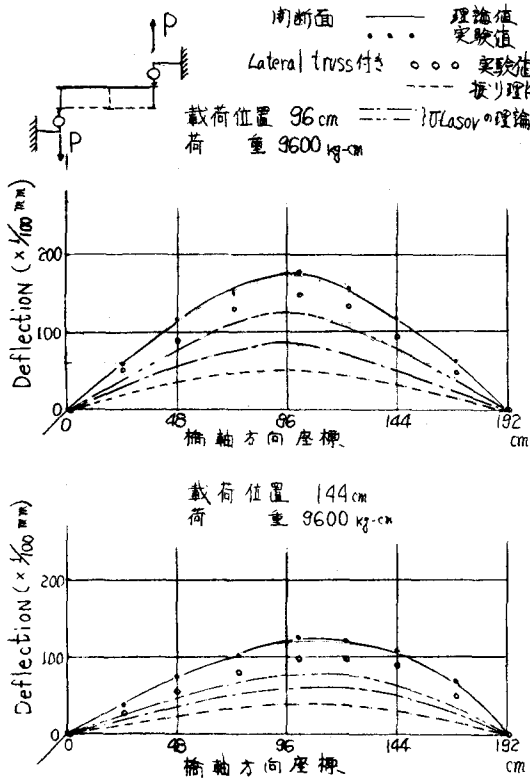


Fig 2 Deflection

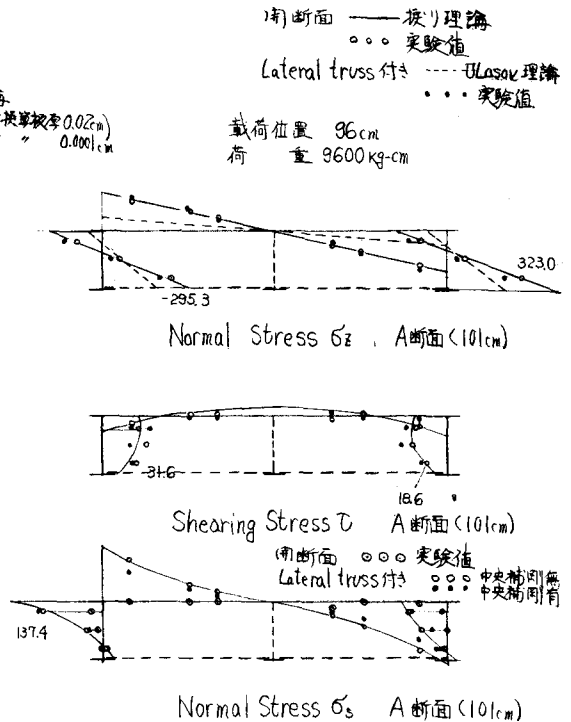


Fig 3 Stress

5. 結論

- 1) 下横構の効果は本実験によって明確に認められ、この下横構の存在により耐力、タワミが大いに減少する。しかし下横構の効果と換算板に置き換えて、荷断面の梁として解析するのはよい方法ではない。
- 2) 下横構と付した断面において、断面変形に依存する耐力 σ_s は図から明らかのように及り耐力に比較してむかなり大きい事から本論文のように桁高に比して中頁がかなり大きい場合には断面変形と考慮する必要がある。

6. 参考文献

- 1) V. Z. Ulasov, Thin-walled Elastic Beams, National Science Foundation 1961年
- 2) J. Börn, 応力変位法 折板構造, 丸善 1954年
- 3) Kohlbrunner / Basler, Torsion, Springer-Verlag, Berlin / Heiderberg / New York
- 4) 小松定夫, 薄肉構造物の理論と計算, 山海堂, 昭和44年11月
- 5) 伊藤文人, 箱型及び上路プレートガーダーの換りに伴う耐力, 鉄道技術研究所報告, 1963年