

1. まえがき

本研究はプレートガーター腹板のせん断座屈後の状態にフランジの曲げ剛性が如何に影響を及ぼすかについて一つの理論的計算を行なったものである。尚現在模型実験を継続中であり、計算結果と実験結果との比較検討も行なっている。

2. Marguerre の非線型偏微分方程式

$$\Delta \Delta w = \frac{T}{D} \left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 (w_0 + w)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 (w_0 + w)}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 (w_0 + w)}{\partial x \partial y} \right] \dots\dots\dots (1-1)$$

$$\Delta \Delta F = E \left\{ \left[\frac{\partial^2 (w_0 + w)}{\partial x \partial y} \right]^2 - \frac{\partial^2 (w_0 + w)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 (w_0 + w)}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right\} \dots\dots\dots (1-2)$$

3. 解析モデルと境界条件

隣接パネルとの切断面に働くせん断応力 $\bar{\tau}$ はここでは既知とする。

$y = 0$ に於ける境界条件 (図-2) :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT_f}{dx} &= \tau_{xy} t_w \\ \frac{dS_f}{dx} &= -\sigma_y t_w \\ \frac{dM_f}{dx} &= S_f \\ \frac{\partial U_f}{\partial x} &= \frac{T_f}{EA_f} + \frac{M_f f}{EI_f} \\ \frac{\partial^2 V_f}{\partial x^2} &= -\frac{M_f}{EI_f} \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

(2)式より、 T_f, S_f, M_f を消去すれば、
次の二式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} t_w &= EA_f \left(\frac{\partial^2 U_f}{\partial x^2} + f \frac{\partial^3 V_f}{\partial x^3} \right) \\ \sigma_y t_w &= EI_f \frac{\partial^4 V_f}{\partial x^4} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

(3)式に加えてフランジと腹板の接合部に於ける変位に関する条件は、

$$U_f = U_w|_{y=0}, \quad V_f = V_w|_{y=0} \dots\dots\dots (4)$$

(註) 上の各式にて suffix 'f' 及び 'w' は夫々フランジに対するもの、腹板に対するものを表わす。

$y = b$ に於ける境界条件 (図-3) :

$y = 0$ の場合と同様な考えで、

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} t_w &= EA_f \left(-\frac{\partial^2 U_f}{\partial x^2} + f \frac{\partial^3 V_f}{\partial x^3} \right) \\ \sigma_y t_w &= -EI_f \frac{\partial^4 V_f}{\partial x^4} \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

$$U_f = U_w|_{y=b}, \quad V_f = V_w|_{y=b} \dots\dots (6)$$

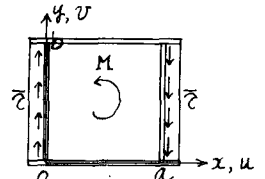


図-1 解析モデル

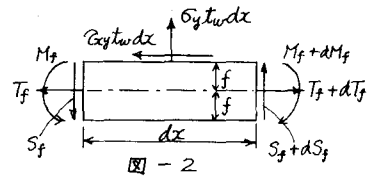


図-2

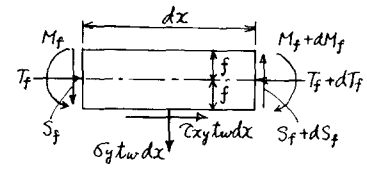


図-3

計算は左右スチフナー相互間の相対変位を拘束する場合と拘束しない場合の二通り行なっているが、相対変位を拘束する場合は次の条件式が加わる。

$$\int_0^a \frac{\partial U_w}{\partial x} dx = U_w(a, y) - U_w(0, y) = 0 \dots\dots\dots (7)$$

4. 基本方程式の誘導

腹板の応力関数として次式を仮定する。

$$F = -\bar{\tau} \cdot x \cdot y + \sum_m R_m(y) \cos \frac{m\pi x}{a} + \xi y^2 + E t_w^2 \sum_f \sum_g \eta_{fg} \cos \frac{f\pi x}{a} \cos \frac{g\pi y}{b} \dots\dots\dots (8)$$

尚左右スレフナー相互間の相対変位を拘束しない場合は、(8)式にて y^2 の項を削除する。又 $R_m(y)$ は次式の如きものである。

$$R_m(y) = A_m \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a} + B_m \operatorname{sh} \frac{m\pi y}{a} + C_m \frac{m\pi y}{a} \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a} + D_m \frac{m\pi y}{a} \operatorname{sh} \frac{m\pi y}{a} \dots \dots \dots (9)$$

タワミ $w(x, y)$ は二重正弦フーリエ級数に展開可能と仮定する。精度上の問題があるが級数は次の二項を考え、初期タワミ $w_0(x, y)$ はここではないものとする。

$$w(x, y) = t_w a_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + t_w a_{22} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{b} \dots \dots \dots (10)$$

先ず境界条件式(3), (4), (5), (6)式の四式から二次の項まで考慮した有限変形関係式及び応力-歪関係式を用いて変位 u, v を消去し、(8)式を代入すれば $R_m(y)$ の係数 A_m, B_m, C_m, D_m に関する四元一次連立方程式が得られる。この連立方程式を解けば A_m, B_m, C_m, D_m の各係数は未知数 a_{11}, a_{22} にて表わされる。次に(8)式の第三項の係数は条件式(7)式より決定され、又最後の特解の項の ψ_{ij} は(8)式、(10)式を(1-2)式の左辺、右辺へ代入し左辺、右辺の係数を比較すれば、未知数 a_{11}, a_{22} で表わされる。以上の如くして各係数が a_{11}, a_{22} にて表わされた応力関数(8)式とタワミ展開式(10)式を(1-1)式へ代入し、ガラーキンの方法を用いれば次の如き未知数 a_{11}, a_{22} を求める基本式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 a_{11}^3 + \phi_2 a_{11} a_{22}^2 + \phi_3 a_{11} + \phi_4 a_{22} &= 0 \\ \psi_1 a_{22}^3 + \psi_2 a_{22} a_{11}^2 + \psi_3 a_{22} + \psi_4 a_{11} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

5. 計算結果の一例

表-1に於て記号(i), (ii)は各々左右スレフナー相互間の相対変位を拘束する場合と拘束しない場合の区別を表わす。図-4は板中央のタワミを表わす。図から(i)より(ii)の場合の方がフランジ曲げ剛性のタワミに対する影響は大きいことがわかる。図-5は座屈後の最大主応力 σ_1 、最小主応力 σ_2 の変化図である。変化の度合は(ii)の場合の方が大きく、 σ_2 の方はほとんど増加しないことがわかる。フランジ曲げ剛性の影響は(i)の場合でほとんど見られず(ii)の場合の σ_1 に於て差が見られる。全体的に見てフランジ曲げ剛性の影響は板の周辺に近い部分に於て大きい様である。フランジ曲げ応力に関してはこの程度の α では板の面内応力と比較してかなり小さい。尚計算結果の詳細及び模型実験については当日述べる予定である。

参考文献：(1)高田、新延：板のせん断強度に関する研究 昭和45年度年次講演会概要 1-29

- (2)関西橋梁鉄骨研究会：
プレートカーゴの耐荷力に関する理論と実際
- (3) E. W. Parkes : The stress in a built-up girder subjected to a concentrated load
- (4) K. C. Ruckey, H. Skaloud : The ultimate load behaviour of plate girders loaded in shear 1955 1972

	a	b	t _w	I _f	$\alpha = \frac{EI_f}{D/a}$	
A	25cm	25cm	0.6mm	0.4526 ^{cm⁴}	915	(i), (ii)
B	"	"	"	99.77	202200	(i), (ii)
C	"	"	"	∞	∞	(i)

表-1 数値計算例 (材質はSS41)

