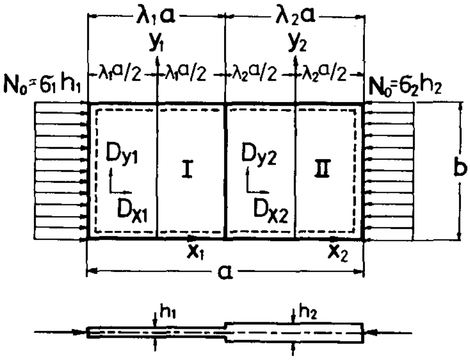
I-82　　変厚補剛板の圧縮座屈

関西大学工学部　正会員　米　沢　　博
関西大学工学部　正会員　三　上　市　藏
関西大学大学院　学生員　○渡　辺　　純

一方向に一様な圧縮力を受ける補剛板の座屈に関する研究は極めて多くなされている。しかし剛度の異なる２枚の補剛板が連続している場合の座屈を解いた例はあまりないようである。ここではこのような変厚補剛板を２板の直交異方性板と考えて，両方の板が同時に座屈する場合について解析を行なった。しかしながらこのような変厚板の座屈の厳密解はかなり煩雑となるので，本研究ではガレルキン法を適用して近似解析を試みた。

いま図－１に示すような変厚板が周辺単純支持されている場合を考える。図において $\lambda_1=1-\lambda_2$，$0\leqq\lambda_2\leqq 1$ である。この変厚板が座屈したときのたわみ曲面の微分方程式は板Ⅰ，Ⅱのそれぞれについてつぎのようになる。



図－１

$$D_{x1}\frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^4}+2H_1\frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^2\partial y_1^2}+D_{y1}\frac{\partial^4 w_1}{\partial y_1^4}=-N_0\frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \qquad (1-1)$$

$$D_{x2}\frac{\partial^4 w_2}{\partial x_2^4}+2H_2\frac{\partial^4 w_2}{\partial x_2^2\partial y_2^2}+D_{y2}\frac{\partial^4 w_2}{\partial y_2^4}=-N_0\frac{\partial^2 w_2}{\partial x_2^2} \qquad (1-2)$$

ここに $2H_1=\nu_{y1}D_{x1}+\nu_{x1}D_{y1}+4D_{xy1}$，$2H_2=\nu_{y2}D_{x2}+\nu_{x2}D_{y2}+4D_{xy2}$ である。

$y_1=y_2=b\eta$，$x_1=a\xi_1$，$x_2=a\xi_2$，として式(1-1)，(1-2)のそれぞれの解をつぎのように仮定する。

$$w_1=\sum_{m=1}^{\infty}X_1(\xi_1)\sin m\pi\eta \qquad (2-1)$$

$$w_2=\sum_{m=1}^{\infty}X_2(\xi_2)\sin m\pi\eta \qquad (2-2)$$

式(2-1)，(2-2)をそれぞれ式(1-1)，(1-2)に代入するとつぎのようになる。

$$\frac{d^4X_1}{d\xi_1^4}-2\kappa_1\sqrt{K_1}\frac{d^2X_1}{d\xi_1^2}+K_1X_1+\mu\frac{d^2X_1}{d\xi_1^2}=0 \qquad (3-1)$$

$$\frac{d^4X_2}{d\xi_2^4}-2\kappa_2\sqrt{K_2}\frac{d^2X_2}{d\xi_2^2}+K_2X_2+\mu\delta\frac{d^2X_2}{d\xi_2^2}=0 \qquad (3-2)$$

ただし，$\kappa_1=H_1/\sqrt{D_{x1}D_{y1}}$，$\kappa_2=H_2/\sqrt{D_{x2}D_{y2}}$，$\mu=N_0a^2/D_{x1}$，$K_1=(m\pi a/b)^4D_{y1}/D_{x1}$，$K_2=(m\pi a/b)^4D_{y2}/D_{x2}$，$\delta=D_{x1}/D_{x2}$，である。また式(3-1)，(3-2)をつぎのように簡略化して表わすことにする。

$$L_1(X_1)+\mu G_1(X_1)=0 \qquad (4-1)$$

$$L_2(X_2)+\mu G_2(X_2)=0 \qquad (4-2)$$

式(3－1),(3－2)の近似解を求めるためにガレルキン法を適用する。まず基底関数をそれぞれ $R_{1,j}$，$R_{2,j}$としてつぎのように仮定する。

$$X_1=\sum_{j=0}^{n} g_j R_{1,j}=\sum_{j=0}^{n} g_j(\xi_1^{j+4}+A_{1,j}\xi_1^{j+3}+A_{2,j}\xi_1^{j+2}+A_{3,j}\xi_1^{j+1}+A_{4,j}\xi_1^{j}) \quad (5-1)$$

$$X_2=\sum_{j=0}^{n} g_j R_{2,j}=\sum_{j=0}^{n} g_j(\xi_2^{j+4}+B_{1,j}\xi_2^{j+3}+B_{2,j}\xi_2^{j+2}+B_{3,j}\xi_2^{j+1}+B_{4,j}\xi_2^{j}) \quad (5-2)$$

ここに係数$A_{1,j}, A_{2,j}\cdots, A_{4,j}, B_{1,j}, B_{2,j},\cdots B_{4,j}$は式(5－1),(5－2)が境界条件および連続条件を満足するように定められる。すなわち境界条件$[w_1]_{\xi_1=-\lambda_1/2}=0$，$[M_1]_{\xi_1=-\lambda_1/2}=0$，$[w_2]_{\xi_2=\lambda_2/2}=0$，$[M_2]_{\xi_2=\lambda_2/2}=0$と，板Ⅰ，Ⅱの接合部での連続条件$[w_1]_{\xi_1=\lambda_1/2}=[w_2]_{\xi_2=-\lambda_2/2}$，$[\theta_1]_{\xi_1=\lambda_1/2}=[\theta_2]_{\xi_2=-\lambda_2/2}$，$[M_1]_{\xi_1=\lambda_1/2}=[M_2]_{\xi_2=-\lambda_2/2}$，$[V_1]_{\xi_1=\lambda_1/2}=[V_2]_{\xi_2=-\lambda_2/2}$の計8個の条件式から求められる。

式(5－1),(5－2)の未定係数g_iはつぎのガレルキン式から求まる。

$$\int_{-\lambda_1/2}^{\lambda_1/2} L_1(X_1)\frac{\partial X_1}{\partial g_i}d\xi_1+\int_{-\lambda_2/2}^{\lambda_2/2} L_2(X_2)\frac{\partial X_2}{\partial g_i}d\xi_2+\mu\left\{\int_{-\lambda_1/2}^{\lambda_1/2} G_1(X_1)\frac{\partial X_1}{\partial g_i}d\xi_1+\int_{-\lambda_2/2}^{\lambda_2/2} G_2(X_2)\frac{\partial X_2}{\partial g_i}d\xi_2\right\}=0 \quad (6)$$

式(5－1),(5－2)を式(6)に代入するとつぎのようになる。

$$\sum_{j=0}^{n} g_j\left[\int_{-\lambda_1/2}^{\lambda_1/2} R_{1,i}L_1(R_{1,j})d\xi_1+\int_{-\lambda_2/2}^{\lambda_2/2} R_{2,i}L_2(R_{2,j})d\xi_2+\mu\left\{\int_{-\lambda_1/2}^{\lambda_1/2} R_{1,i}G_1(R_{1,j})d\xi_1+\int_{-\lambda_2/2}^{\lambda_2/2} R_{2,i}G_2(R_{2,j})d\xi_2\right\}\right]=0 \quad (7)$$

すなわち式(7)が$i=0,1,\cdots,n$の$(n+1)$個得られる。g_jの係数行列式を0に等値すれば座屈荷重方程式が得られる。式(7)をg_jの係数について積分を実行し，係数行列の$(i+1)$行$(j+1)$列目の要素を一般的に表わすとつぎのようになる。

$$\sum_{\ell=1}^{5} A_{\ell-1,j}\left\{N\left(\sum_{s=1}^{5} A_{s-1,i}P_{i+j+7-\ell-s}\right)-2\kappa_1\sqrt{K_1}\,M\left(\sum_{s=1}^{5} A_{s-1,i}P_{i+j+9-\ell-s}\right)+K_1\left(\sum_{s=1}^{5} A_{s-1,i}P_{i+j+11-\ell-s}\right)\right\}$$

$$+\sum_{\ell=1}^{5} B_{\ell-1,j}\left\{N\left(\sum_{s=1}^{5} B_{s-1,i}P'_{i+j+7-\ell-s}\right)-2\kappa_2\sqrt{K_2}\,M\left(\sum_{s=1}^{5} B_{s-1,i}P'_{i+j+9-\ell-s}\right)+K_2\left(\sum_{s=1}^{5} B_{s-1,i}P'_{i+j+11-\ell-s}\right)\right\}$$

$$+\mu\left\{\sum_{\ell=1}^{5} A_{\ell-1,j}M\left(\sum_{s=1}^{5} A_{s-1,i}P'_{i+j+9-\ell-s}\right)+\delta\sum_{\ell=1}^{5} B_{\ell-1,j}M\left(\sum_{s=1}^{5} B_{s-1,i}P'_{i+j+9-\ell-s}\right)\right\}$$

ただし，$N=(j+5-\ell)(j+4-\ell)(j+3-\ell)(j+2-\ell)$，

$$M=(j+5-\ell)(j+4-\ell)\ ,$$

$$P_{i+j+k-\ell-s}=\frac{(\lambda_1/2)^{i+j+k-\ell-s}-(-\lambda_1/2)^{i+j+k-\ell-s}}{i+j+k-\ell-s}\ ,$$

$$P'_{i+j+k-\ell-s}=\frac{(\lambda_2/2)^{i+j+k-\ell-s}-(-\lambda_2/2)^{i+j+k-\ell-s}}{i+j+k-\ell-s}\ ,$$

$$A_{0,j}=A_{0,i}=B_{0,j}=B_{0,i}=1$$

である。

したがってnを適当に選び，式(7)から正の最小固有値μを求めれば座屈荷重N_0が計算できる。nの値を大きく取れば得られる結果はより厳密解に近づく。

なお数値計算結果は講演会当日に発表したい。