

信州大学工学部 正員 ○草間 孝志  
正員 吉田 俊弥

### 1. まえがき

曲げと軸力を同時にうける柱の荷重-変形曲線を求めるのに、ノモグラフによる方法がある。この方法は、柱の材料の性質と断面形状によって定まるM-P-中曲線（曲げモーメント-軸力-曲率曲線）を用い、数値積分により柱のたわみ曲線を求め、これとともにノモグラフを作り、一定軸力と漸増端モーメントをうける柱の荷重-変形曲線を容易に描くことができる利点がある。本文は、杭の荷重-変形曲線を求めるための、ノモグラフの作製と、その応用について述べたものである。

### 2. 用いた仮定と条件

用いた仮定を例記すると、(1) 杭の応力-ひずみ曲線は理想的な弾塑性とする（図-1）。(2) 単位面積当たりの地盤反力  $p$  ( $\text{kg/cm}^2$ ) は図-2に示すように、極限支持力  $p_u$  までは杭の水平変位  $y$  に比例し、 $p_u$  に達する以後は一定値  $p_u$  を保つ。(3)  $p$  は  $y$  のみの関数とし、深さ方向  $x$  には無関係とする。(4) 杭には、杭頭にまず一定軸力  $P$  が作用し、その後で、一定曲げモーメント  $M$  (一定水平力  $Q$ ) が零から漸次変化する。(5) 杭の根入は十分深いものとする。(6) 杭の周辺摩擦は考慮しない。(7) その他、通常の弾塑性解析で用いられる仮定はここでも同様に成立するものと仮定する。以上の仮定のうち、(3)については、必ずしも妥当とはいい難く、それにともない、(2)の仮定の  $p_u$  も  $x$  の値によって異なってくるものと考えられるが、地盤反力係数  $k_a$  と  $k_u$  が  $x$  のどのような関数とするのが最も適当なのか確かでないことに、ノモグラフの作製に際し、なるべく変数を少なくするため、この仮定を設けた。上記の仮定により、杭の仕事量において、次の塑性条件を満足しなければならない。

$$|M| \leq M_{pc}, \quad |P| \leq p_u \quad (1)$$

ここに、 $M_{pc}$  は軸力  $P$  による低減塑性モーメントである。

### 3. 弹性限界点での条件と変形の計算

図-3は杭頭に軸力  $P$ 、曲げモーメント  $M$ 、水平力  $Q$  をうけた杭の変形を示す。OA区间は杭または地盤あるいはその両者が部分的にでも塑性状態となつている区间であり、点Aより下側の区间は、杭、地盤とも弾性状態であると仮定する。したがって、点Aは弾性限界点である。弾性状態では仮定により次式が成立する。

$$EI d^3y / dx^4 + P d^2y / dx^2 + Ky = 0 \quad (2)$$

ここに、 $EI =$  杭の曲げ剛さ、 $K = D k_a$ 、 $D =$  杭の幅である。

式(2)を解き、 $\lambda = \sqrt{K/(4EI)}$  とおき、さらに、

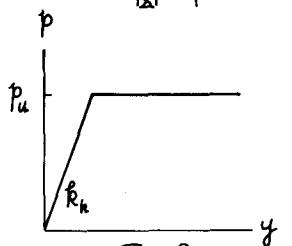
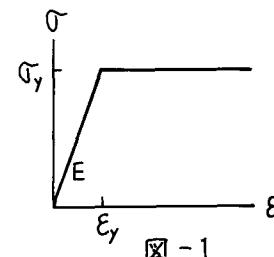


図-2

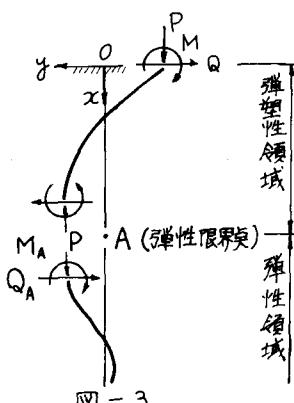


図-3

$$m = M/M_p, \quad \delta = KY/(\lambda^2 M_p), \quad \beta = K\theta/(\lambda^2 M_p), \quad \bar{\delta} = DP_u/(\lambda^2 M_p) \quad (3)$$

において無次元化すると、点Aでは弾性式が成立するから次式を得る。

$$Q_A/(\lambda M_p) = -(\beta \delta_A + 0.5 \beta_A), \quad \delta_A = 2m_A - \beta \beta_A, \quad \text{または} \quad m_A = (\delta_A + \beta \beta_A)/2 \quad (4)$$

ここに、 $\beta = \sqrt{1 - 0.5 P/P_E}$ ,  $P_E = \sqrt{KEI}$  である。なお、式(3)の $\bar{\delta}$ は杭と地盤の性質によつて定まる定数である。点Aより下側の区間は弾性状態であるから、弾性条件式

$$|m| \leq (1 - P/P_y)/f, \quad |\delta| \leq \bar{\delta} \quad (5)$$

が成立しなくてはならない。ここに、 $f$ は断面の形状係数である。それ故、点Aが弾性限界点であるためには、次の4つの場合が考えられる。

$$(i) \delta_A = \bar{\delta}, \quad (ii) \delta_A = -\bar{\delta}, \quad (iii) m_A = -(1 - P/P_y)/f, \quad (iv) m_A = (1 - P/P_y)/f \quad (6)$$

したがつて、 $\beta_A$ を与えると、式(6), (4)より点Aでの変形と断面力が求められるから、これとともに、M-P-Q中関係を利用して、点Aより点Oに向つて逐次変形と断面力を求めていくと、与えられた $\beta_A$ について、式(6)で示される4通りのつり合い形が計算される。なお、 $\beta_A$ の値は任意にとることができず、式(5)の条件を満足するような範囲の値を選ばなくてはならない。このような範囲を満足する絶対値が著しく符号が異なる $\beta_A$ に対しては、式(6)の(i)と(ii)および(iii)と(iv)は図-3のX軸に因し、特殊な変形が得られる。よつて、 $\beta_A \geq 0$ とおき、式(6)の(ii), (iv)の2通りについて計算すればよい。

#### 4. ノグラフとその応用

前述の方法によつて、与えられた $\beta_A$ に対し、抗長に沿う各点でのつり合い関係が得られる。図-4は一例として、鋼管杭の $P=0$ のときの $M - Q - \delta$ 関係を示したものである。規格鋼管杭の場合、内径と外径の比は約0.94～0.98で平均値は、0.96( $f=1.3$ )である。計算にはこの値を用いた。図-4には複雑になるのを避けるため、 $\bar{\delta}=2$ の場合のみを記した。図中の記号は、たとえば、3(ii)は $\beta_A=3$ で、式(6)の(ii)の場合の結果であることを示し、実線は図-3のAより下側の弾性解を、実線はAより上側の弾塑性解を表わしている。杭頭に $M=0.2M_y$ が作用したときの杭頭の $Q-\delta$ 関係は図示のように容易に描かれる。また逆に、 $Q$ 一定が作用したときの $M-\delta$ 関係もこの図から容易に求められる。

今後、過去の実例とともに $\bar{\delta}$ の範囲などについても検討したいと思つている。

文献 M.Ojalvo and Y.Fukumoto, "Nomographs for

"the Solution of Beam-Column Problems", WRC Bulletin No. 78, June 1962

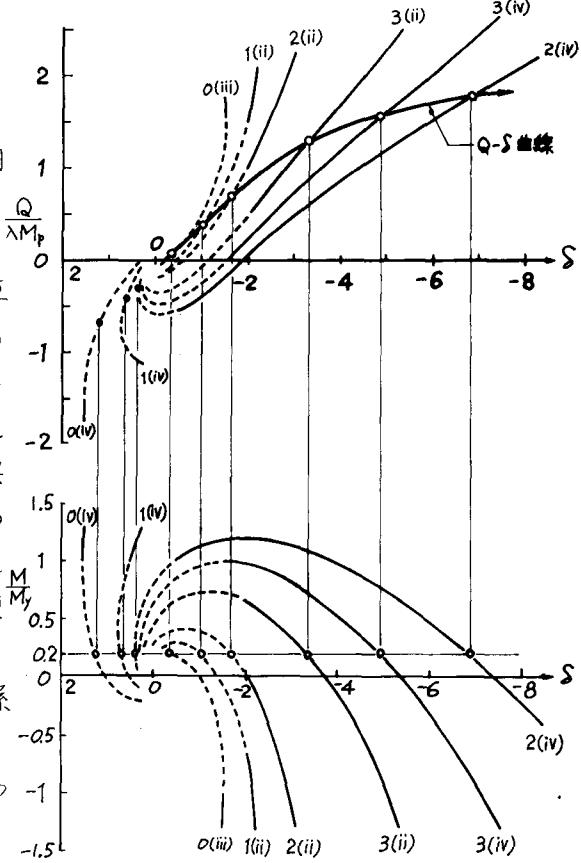


図-4