

山梨大学 工学部 正員 平島 健一

1. まえがき

等方性弾性体内に単一の孔と設けた場合の境界値問題の解法は多くの研究者により, 各種の方法を用いてなされてきた。しかしながら, 複数個の孔と有する多連結領域問題の解析は特殊な形状の孔(例えば, 円孔, 楕円孔等)以外の一般的な形状孔については, あまり行なわれていないのが現状である。本報では等方性体内に複数個の任意形状孔と設けた場合に, 充分遠方より作用する面内荷重 $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ および面外荷重 τ_{xz}^0, τ_{yz}^0 によって生じる孔周辺の応力, 変形分布と複素変数法と逐点法とを組み合わせて求めた結果を報告する。

2. 解析方法について

無限体内の単一の任意形状孔の外部領域を z -平面上の単位円外に写像する関数 $z = \zeta$ のように仮定する。

$$z_0 = w(\zeta) = a_0 \zeta + \sum_{n=2}^{\infty} (\alpha_n + i\beta_n) \zeta^{-n} \quad (1)$$

ここで, a_0, α_n, β_n は孔形状によって決まる定数である。

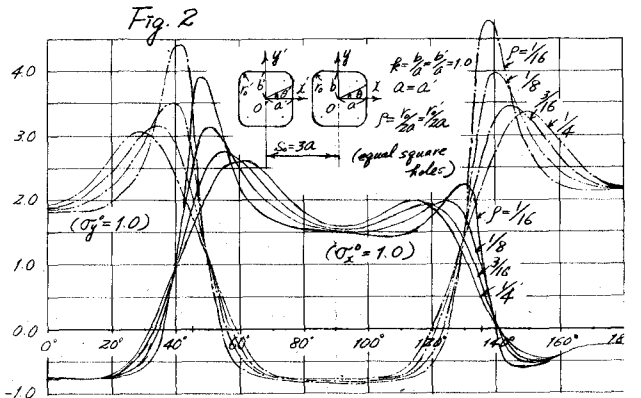
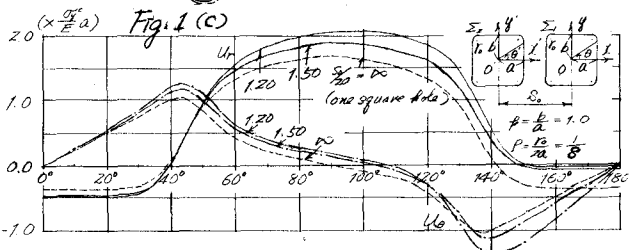
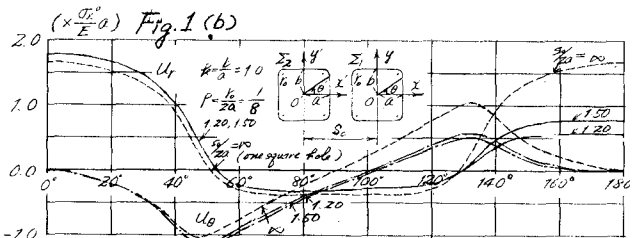
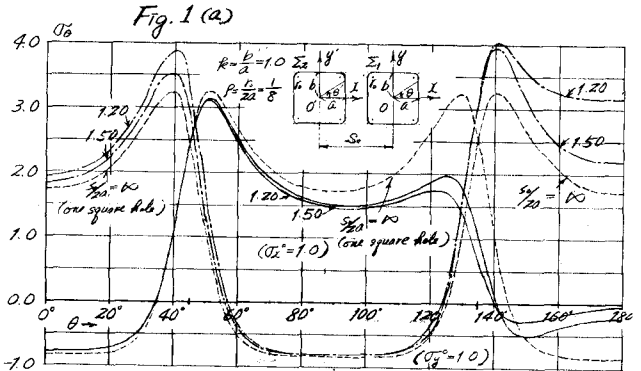
いま, 前節で述べたような外荷重が作用する場合の物体内に生じる応力, 変形はつぎのような二つの複素応力関数により求められる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\zeta) &= \sum_{m=0}^{\infty} A_m \zeta^{-m} \\ \psi(\zeta) &= -\bar{\varphi}(\zeta) - \frac{\bar{w}(\zeta)}{w(\zeta)} [\varphi(\zeta)] \end{aligned} \right\} (2)$$

上式中の係数 A_m は外荷重状態および孔形状によって決定される複素定数である。

これらの応力関数から, 孔縁ならびにその近傍における応力, 変形は周知の関係式により算定される。

つぎに複数個の孔が存在する場合の解析操作は, 逐点法により, 複数個の各々の孔縁での有限個の点において境界条件を満足させ, 繰返し計算によって, 上記の複素関



数と同一形式の内数を用いて、連続的に近似解と求める²⁾。

3. 数値計算例

上述の手法により等方性弾性体内に二個の正方形孔と設けた場合の、孔周縁の応力、変形分布と求めた結果を例示しよう。なお、解析に当っては孔形状を表わす式(1)の係数 α_n, β_n は Heller⁵⁾の結果($\nu=7\%$)を用い、選点数は中心角 $\theta=2.5^\circ$ すなわち孔縁上144点とし、マシに式(2)の級数項数 $M=25$ 、繰返し回数 $L=4\sim 8$ 回とした。

Fig. 1 は三個の等しい正方形孔($\rho = \frac{1}{2}a = \frac{1}{8}$)と設けた場合に、外荷重 $\sigma_x^\circ, \sigma_y^\circ$ が作用したときの孔縁 Σ_1 での応力、変形分布と孔中心肉隔 S_0 をパラメータとして図示したものである。図中の点線と示したものは一個の正方形孔のみが存在する場合の分布である。 σ_y° が作用する場合、応力、変形ともに増大するが、 σ_x° が作用する場合にはX軸の負の応応ではり減少している。

Fig. 2 は $S_0=3a$ の孔間隔で $\sigma_x^\circ, \sigma_y^\circ$ が作用した場合に、正方形孔の孔隅角部の丸み($\rho = \frac{1}{2}a$)をパラメータとして Σ_1 上の応力 σ_θ を図示したものである。

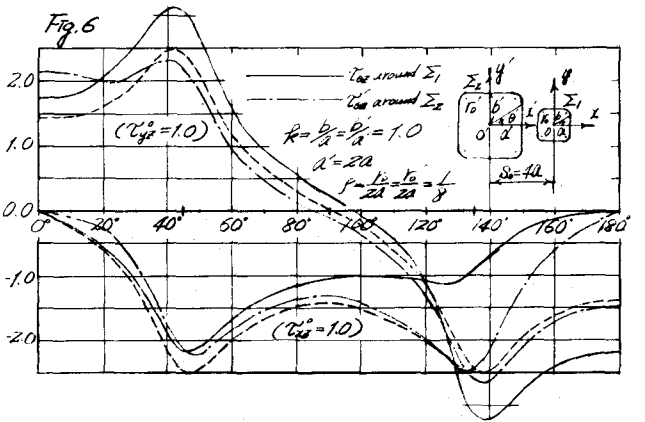
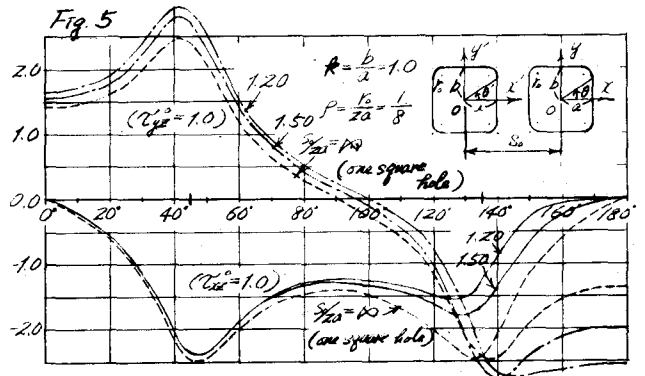
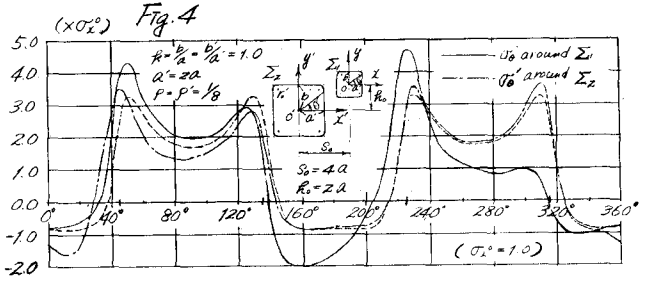
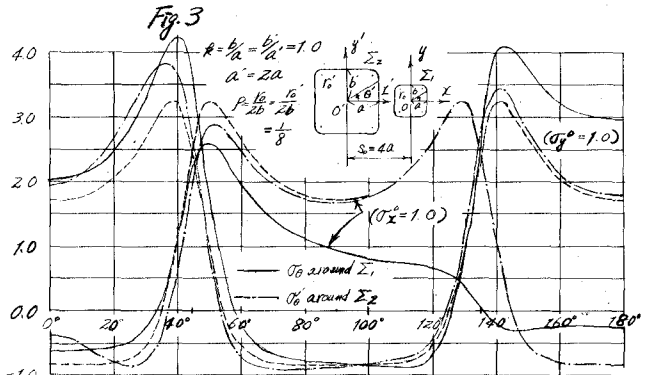
つぎに、Fig. 3, 4 は正方形孔の大きさおよび位置が異なる場合の両方の孔周縁での応力 σ_θ の分布と図示したものである。

図中の実線は右側の孔 Σ_1 の、一点鎖線は左側の孔 Σ_2 の接触応力 $\sigma_\theta, \sigma_\theta$ を示す。Fig. 4 は形状に好解がないから、 360° の全範囲にわたって図示してある。

Fig. 5, 6 は同じく二個の正方形孔と設けた場合に、面外荷重 τ_{xy}° の作用下での孔縁応力 $\tau_{\theta z}$ の分布図である。

4. おまじ

三個の孔の場合は講演会当日に示す。



参考文献: 1) Hiraszkawa, K., Mem. Fac. Engg. Kyoto Univ., Vol. 34 (1972) pp. 27~52
2) 丹科平島, 土木学会論文報告集, 1968 (1971), pp. 9~18