I-46　影響線載荷による任意格子

三菱総合研究所　○笠原直哉
信州大学工学部　谷本勉之助
信州大学工学部　夏目正太郎

骨組構造物は荷重を節点にかけるようにして解いているが、載荷面は節点でなく床版の上であり、それを仲介にして骨組へ伝達されるわけで、本来ならば床版と骨組との複合構造物である。こゝでは鋼橋設計示方書に基き、床版を橋軸方向は分割線で縁切りし、巾員方向には連続バリ剛支承の如く考え、床版上に分布する荷重を支点反力として骨組へ伝達されるとした。床版は橋軸方向にある巾をもって分割されているので格子主げたへは反力が部分分布荷重が載荷されたと考える。骨組構造物の任意点に如何なる荷重をも載荷出来るのは、本解法が演算子法をよりどころとして出来た漸化変形法であるからにほかならない。漸化変形法は構造物をTopological unit ごとに思想上分割することにより構造上の節点や思想上の節点での一般力の平衡条件式をまとめると、三軸型にStiffness matrix を並べられる。Topological unit の中では、節点数に増減があってもよく、部材の直線、曲線の選択は全く任意である。節点番号が適切であれば加付番的に平衡条件式が書かれ、境界条件も支持状態によって適合条件を使い分け、支点反力は全く取り入れないですむ。漸化変形法はStiffness matrix の主軸要素が他の要素に比して大きな値となるのが常であり、従って消去法で解く場合、誤差の集積が余りない。勿論剛性が極端に異なった部材が混在する時は若干数値的な乱れは生ずるが、許される程度であるので、先ず有効数字は十分に確保出来る。Topological unit の節点数で逆行列の大きさはきまってくる故に、いたずらに大型の逆行列計算を必要としない。演算時間が短縮されるのは、こんな所にも原因しているのかも知れない。

一般変位量を、ねじれ角φ，たわみw，たわみ角θとすれば、これを変形ベクトルとして、

$$\mathbb{U}(\rho)=\begin{bmatrix}\phi\\ w\\ \theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & \frac{d}{dx}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi\\ w\end{bmatrix}\qquad(1)$$

ここに

$$\phi=[1\quad\rho]\mathbb{M}$$

$$w=[1\quad\rho\quad\rho^2\quad\rho^3]\mathbb{N}\qquad \rho=\frac{x}{L}$$

一般力は、ねじれモーメントT，せん断力S，曲げモーメントMとすれば、力量ベクトルとして、

$$\mathbb{V}(\rho)=\begin{bmatrix}T\\ S\\ M\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}GJ\frac{d}{dx} & 0\\ 0 & -EI\frac{d^3}{dx^3}\\ 0 & -EI\frac{d^2}{dx^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi\\ w\end{bmatrix}\qquad(2)$$

$\mathbb{M}$，$\mathbb{N}$ はそれぞれ未定係数であり，一部材の両端で変形量を考えると式の数と未定係数群とが一致し、変形の導関数である一般力は、部材両端の変形量で表わされることになる。演算子法では、荷重に関するマトリクスを用意しておくことにより、任意点に任意荷重を載せることが出来る。両端の一般力量は

$$\begin{bmatrix}\mathbb{V}(0)\\ \mathbb{V}(1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha, & \beta\\ \alpha', & \beta'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbb{U}(0)\\ \mathbb{U}(1)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\gamma\\ \gamma'\end{bmatrix}\mathbb{K}\qquad(3)$$

$\mathbb{K}$：荷重分布マトリクス

以上が格子に関する一部材の変形量と力量をあらわす基本式である。これを基にして、各節点における平衡条件式を作れば、

$$a_{r,s}\,U_{r,s-1} + [B' \;\; B \;\; B'']_{r,s}\begin{bmatrix} U_{r-1} \\ U_{r} \\ U_{r+1}\end{bmatrix} + C_{r,s}\,U_{r,s+1} + P_{r,s} = 0 \qquad (4)$$

であるから、(4)をTopological unitで集約すると

$$[A,\; B,\; C]_r \begin{bmatrix} \{U\}_{s-1} \\ \{U\}_{s} \\ \{U\}_{s+1}\end{bmatrix}_r + \{P\}_r = 0 \qquad (5)$$

橋全体にわたるときは(5)式が三軸型のマトリクスとなり、漸化変形法と名付けられるにふさわしいStiffness matrixとなる。

$$S\,U + P = 0 \quad \text{あるいは} \quad U = -S^{-1} \cdot P \qquad (6)$$

にて種々荷重による変形を知ることが出来る。一般変形量を各節点で決定したことになるので、部材両端の変形に変換すれば、部材の力量に関する値を得る。

一方床版を分割して連続ばりに種々の荷重を載せた時の、各格子の主げたの反力を求めることにより、床版より格子への荷重伝達となる。死荷重としては床版自体と格子げたの自重がそれに相当し、床版の断面、形状が定まれば位置は動くことがないので、各Topological unitに関するものが、固有なものとなる。従って死荷重によるものは(6)より一義的に定められる。

床版連続ばりは演算子法によって解かれるので荷重マトリクスで、分布荷重を巾員方向へ移動させながら支点反力を、すなわち、格子構造への荷重を求め(6)式から誘導される各部材力の変動を見ることが出来る。荷重の位置によって部材力の符号が正になったり負になったりする。分布移動荷重に対しては同符号同志を集積するが、線荷重に対しては最大値、最小値を求めることになる。

連続ばりとしての移行演算の条件式は

$$\begin{bmatrix} w(0) \\ \theta(0) \\ M(0) \\ w(1)\end{bmatrix}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta(1) \\ M(1) \\ 0\end{bmatrix}_{r-1} \qquad (7)$$

$r = 2, 3 \cdots n$; n: 床版張り出し部を含むパネル数、従って支点数は $n-1$ となる。

$$\begin{bmatrix} W(\rho) \\ \theta(\rho) \\ M(\rho) \\ S(\rho)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{L} \\ -\frac{2EI}{L^2} \\ -\frac{6EI}{L^3}\end{bmatrix}^D \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \rho^3 \\ 0 & 1 & 2\rho & 3\rho^2 \\ 0 & 0 & 1 & 3\rho \\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \mathbb{N} \qquad (8),$$

$$\mathbb{N}' = \mathbb{N} + \mathbb{K}_{(k)}$$

$$\mathbb{W}(0) = \mathbb{D}\cdot\mathbb{R}\cdot\mathbb{N}, \quad \mathbb{W}(1) = \mathbb{D}\cdot\mathbb{R}\cdot\mathbb{N}'. \qquad (9)$$

一般のはりに対する演算子$\mathbb{N}$の表現である。張り出し部のある床版の連続ばり表示では境界条件として両端共に曲げモーメントとせん断力を零とすればよく、移行演算子$\mathbb{N}_1$を境界条件にて決定すればよい。その結果すべての支点における反力が$\mathbb{K}_{(k)}$による荷重分布で決定される。影響線的載荷方式はこゝに端を発して居り、$\mathbb{K}_{(k)}$と移行演算子によりGeometry matrixが得られ、移動荷重による部材力の変化を記録出来るのである。