I-45　　捩り剛性を考慮した格子桁及び鋼床版のアフィン荷重群による解法について

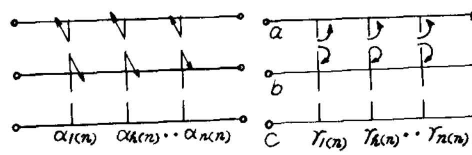
北海道大学　正員　渡辺 昇
〃　〃　稼農知徳
北海道開発局　〃　○竹田俊明

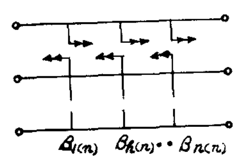
1。まえがき

組荷重（アフィン荷重）間の直交性を利用した格子桁の理論解析は，H. Homberg によってなされているが　本稿は、これを拡張して主桁、横桁共に曲げ及び捩り剛性を考慮した解法を示し，更にこれを鋼床版に適用して文献(3)(4)の有限要素法（Finite Strip Method）等と比較したものである。

2．格子桁の理論

1組のアフィン荷重群は図1のように横桁本数個あるここで $\alpha_{h(n)}$ は垂直アフィン荷重群、$\beta_{h(n)}$ は主桁にとってモーメントアフィン荷重群，$\gamma_{h(n)}$ は主桁にとって、捩りモーメントアフィン荷重群である。





図－1
各アフィン荷重の導入状態

このとき　図2から式(1)のようになる。

$$f^{\downarrow}_{j(n)} = \sum_{h=1}^{n} f^{\downarrow}_{jh}\alpha_{h(n)} \qquad f^{\circlearrowright}_{j(n)} = \sum f^{\circlearrowright}_{jh}\beta_{h(n)}$$

$$\theta^{\circlearrowright}_{j(n)} = \sum \theta^{\circlearrowright}_{jh}\gamma_{h(n)} \qquad \varphi^{\downarrow}_{j(n)} = \sum \varphi^{\downarrow}_{jh}\alpha_{h(n)}$$

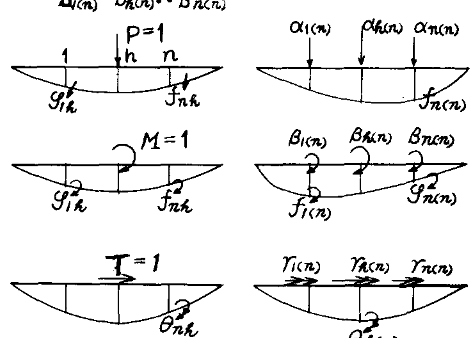
$$\varphi^{\circlearrowright}_{j(n)} = \sum \varphi^{\circlearrowright}_{jh}\beta_{h(n)} \qquad \text{式 (1)}$$

上記のアフィン荷重群 $\alpha_{h(n)}$ $\beta_{h(n)}$ $\gamma_{h(n)}$ は

$$\sum f^{\downarrow}_{hj}\alpha_{j(n)} = w_{(n)}\alpha_{h(n)} \qquad \sum \theta^{\circlearrowright}_{hj}\gamma_{j(n)} = w_{T(n)}\gamma_{h(n)}$$

$$\sum \varphi^{\circlearrowright}_{hj}\beta_{j(n)} = w_{M(n)}\beta_{h(n)} \qquad \text{式 (2)}$$

による固有値マトリックスの固有値ベクトルとして求められ，$w_{(n)}, w_{T(n)}, w_{M(n)}$ は各々の固有値即ちバネ係数である。従来と相違して $f^{\downarrow}_{j(n)}, \theta^{\circlearrowright}_{j(n)}, \varphi^{\circlearrowright}_{j(n)}$ はそれ自身の荷重群とは直交性があるが、垂直荷重群 $\alpha_{h(n)}$ による $\varphi^{\downarrow}_{j(n)}$ 及びモーメント荷重群 $\beta_{h(n)}$ による $f^{\circlearrowright}_{j(n)}$ がそれぞれ $\beta_{h(n)}$ 及び $\alpha_{h(n)}$ と仕事をなすとき、この間に常に直交関係が成立するとは言えない。それは　式(3)の $A_{j(n)}$, $B_{j(n)}$ に関連している。ここで $A_{j(n)}, B_{j(n)}$ は $f^{\circlearrowright}_{j(n)}$. $\varphi^{\downarrow}_{j(n)}$ に



図－2

$f^{\circlearrowright}_{nh}$ は単位モーメントが点hに作用したときの点nのタワミ
$\theta^{\circlearrowright}_{h(n)}$ n組の捩りモーメント群が作用したときの点hの捩り角

$$\sum f^{\circlearrowright}_{jh}\beta_{h(n)} = w_H \cdot A_{j(n)} \qquad \sum \varphi^{\downarrow}_{jh}\alpha_{h(n)} = w_W \cdot B_{j(n)} \qquad \text{式 (3)}$$

それぞれ相似な個々の値である。但し w_H, w_W は バネ係数

さて一般に曲げ及び捩り剛性を考慮した格子桁の弾性方程式は，式(4)となる．

$$\mathbb{C}\cdot\mathbb{X} + \mathbb{P}\cdot\mathbb{D} + \mathbb{T}\cdot\Theta + \mathbb{M}\cdot\varphi = 0 \qquad \text{式 (4)}$$

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ C_{n1} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad \mathbb{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \quad \mathbb{D} = \begin{bmatrix} D_1 \\ \vdots \\ D_n \end{bmatrix} \quad \Theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad \varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{bmatrix}$$

式(4)の不静定量としては 図3のように横桁中央で切断して切断面に生ずる剪断力と曲げモーメント及び捩りモーメントをアフィン荷重群として導入する。

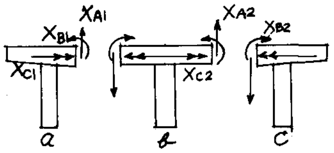


図 3
不静定量の導入の仕方

式(4)の一般解は 式(5)のようになる.

$$断面力\ S_x = S_x^0 + \sum S^A_{x(n)} X_{A(n)} + \sum S^B_{x(n)} X_{B(n)} + \sum S^C_{x(n)} X_{C(n)} \qquad 式(5)$$

解析方法として アフィン荷重法を用いる事は 組荷重間の直交関係を利用して、全体の弾性方程式の係数マトリックス(式(4)のC)を横桁本数個の係数小マトリックスに分解し 各横桁ごとに得られる弾性方程式を解く事を目的としている。従来の主桁のみ捩り剛性を考慮した場合迄は、直交関係が保たれ図4-1のような対角マトリックスに変換できたが、主桁 横桁共に捩り剛性を考慮した場合には、一般に図4-2のX印の部分が非零要素として残り対角マトリックスとはならない。しかし鋼床版に対応する単純支持で等剛性の無限数横桁を有する場合には

対角マトリックスC.

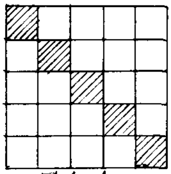


図4-1

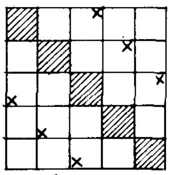


図4-2

$$EJy^{(4)} = \alpha_{k(n)} = \sin n\pi k/l \quad (主桁に集中荷重あるいは捩荷重)$$

$$EJy^{(3)} = \beta_{k(n)} = \cos n\pi k/l \quad (主桁にモーメント) \qquad 式(6)$$

から荷重群及びそれによる変形が全て sin, cos 級数に変換され、完全な直交性を有しており 多次不静定の鋼床版解析に有効な手段となる。且つこの場合のようなときは、計算が弾性支承上連続桁に帰着でき簡便となる。

3 計算例

計算例としては、図5に示す断面を使用した。

縦リブ 曲げ剛性 $J = 5515\ cm^4$ 捩り剛性 $J_T = 6722\ cm^4$

縦リブ中心間隔 60^{cm}

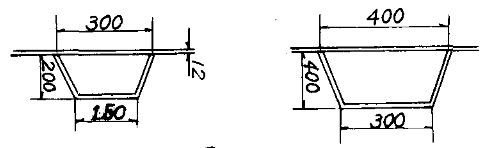


図 5

横リブ $J = 48028\ cm^4$ $J_T = 36165\ cm^4$

横リブ中心間隔 2.5^m

計算比較として文献(3)(4)の Finite Strip Method 及び GIRKMANの単純支持異方性帯状板のK=0.3の場合と比較した。

		分類	Homberg	Finite Strip Method	GIRKMAN
橋軸直角方向	$l=10.2^m$	曲げ剛性のみ	1.120	1.152	1.125
		曲げ剛性と主桁の捩り剛性	1.048	1.054	K=0.3
		曲げ及び捩り剛性	0.983	1.043	1.00
	$l=20.4^m$	曲げ剛性のみ	1.490	1.357	1.40
		曲げ剛性と主桁の捩り剛性	1.257	1.245	K=0.3
		曲げ及び捩り剛性	1.169	1.231	1.188

床版中央における横桁中央の曲げモーメント影響値.

この結果 縦リブ本数が多い程精度が良くなる事が判った。

尚詳細については、当日発表の予定である。

参考文献 ① Homberg ; Über die Lastverteilung durch schubkrafte, Theorie des Plattenkreuzwerks. Der Stahlbaues 1952

② 渡辺 昇, 格子桁の理論と計算 技報堂 1965

③ 多田和夫 Finite Strip Method による鋼床版の実用的計算法 橋梁と基礎 1970-5

④ Bowkamp J G & Powell G.H. Structual Behavior of an orthotropic steel deck Bridge, Structural Engineering Laboratory, Univ. of. California Berkeley Report No 67-27. 1967-11

⑤ 榛澤知俊, 並列箱桁曲線橋の解法 土木学会論文報告集 才189号 1971-5