

法政大学 正真 大地 羊三  
川田工業 正真 ○ 笹川 滋

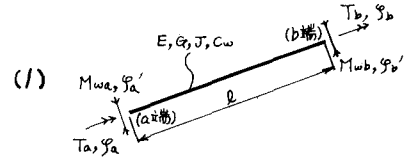
## 1. 要 旨

骨組構造物の部材がねじりを受ける場合、一般に曲げねじりは考慮しないで剛性マトリックスを導いている。そこで、ここでは曲げねじり剛性を従来のねじり剛性の中に組込んだ形で剛性マトリックスを導き、それによる影響がどの程度かを2～3の部材を例にとりねじり剛性を計算し、また2～3の格子構造物を例にとり静的な解析を行ない、従来の計算及び解析によるものと比較してみた。

## 2. 剛性マトリックス

ねじりを受ける部材の部材座標系での部材端の断面力と変形の関係式は、曲げねじりモーメントを  
(\*) (1)  
 含んだ形でこれまでにも導かれており、図-1の記号を用いると次のように表わされる。

$$\begin{Bmatrix} T_a \\ M_{wa} \\ T_b \\ M_{wb} \end{Bmatrix} = \frac{GJ}{l(1+2\lambda)} \begin{bmatrix} 1 & \lambda l & -1 & -\lambda l \\ \lambda l & \alpha l^2 & -\lambda l & \delta l^2 \\ -1 & -\lambda l & 1 & \lambda l \\ -\lambda l & \gamma l^2 & \lambda l & \alpha l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_a' \\ \varphi_b \\ \varphi_b' \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} T_{ja} \\ M_{wja} \\ T_{jb} \\ M_{wjb} \end{Bmatrix}$$



$$\text{ここで、 } \alpha = \frac{1}{\beta l} \left\{ \frac{ch\beta l}{\alpha l\beta l} - \frac{1}{\beta l} \right\}, \quad \delta = \frac{1}{\beta l} \left\{ \frac{1}{\alpha l\beta l} - \frac{1}{\beta l} \right\},$$

$\lambda = \frac{1 - ch\beta l}{\beta l \alpha l \beta l}$  ,  $(\beta l)^2 = \frac{GJ l^2}{EC_w}$  ,  $E, G$ : 材料のヤング係数とせん断弾性係数,  $J, C_w$ : 部材断面のサンバネねじり定数と曲げねじり定数, サフィクス  $a, b$ :  $a$  端又は  $b$  端を表わす, サフィクス  $j$ : 固定端断面力を表わす,  $T$ : 全ねじりモーメント,  $M_w$ : 曲げねじりモーメント,  $\varphi$ : ねじり角,  $\varphi'$ : ねじり角の変化割合,  $l$ : 部材長

である。これまでは、 $M_{wa}, M_{wb}$  に関係する式を  $\beta l \rightarrow \infty$  と仮定して省略し、(1) 式を次のように変形していた。

$$\begin{Bmatrix} T_a \\ T_b \end{Bmatrix} = \frac{GJ}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} T_{ja} \\ T_{jb} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

(1) 式より、曲げねじりモーメントをこのままの形にして構造物全体の解式を導くには、各節点で曲げねじりモーメントをも考慮して力の釣合及び変形連続の条件式を立てねばならず、部材断面の広がりを考えていない骨組構造物に於いては困難である。

そこで、ここでは“部材端の曲げねじりモーメントはその点のねじり角の変化量と節点のそり拘束の度合との積に比例する”  
(\*) (2)  
 ことを利用して曲げねじりモーメントを次のように置き、

$$M_{wa} = -\frac{GJ l^2}{l(1+2\lambda)} \mu_a \varphi_a', \quad M_{wb} = -\frac{GJ l^2}{l(1+2\lambda)} \mu_b \varphi_b' \quad (3)$$

ここで、 $\mu_a, \mu_b$  は節点のそり拘束の度合を表わす無次元量である。

(3) 式を (1) 式に代入して  $M_{wa}, M_{wb}, \varphi_a', \varphi_b'$  を消去して従来の式 (2) と同じ形にする。

$$\begin{bmatrix} T_a \\ T_b \end{bmatrix} = \frac{GJ}{l(1+2\lambda)} \left\{ 1 - \lambda \frac{2(\alpha+\delta) + (\mu_a + \mu_b)}{(\mu_a + \alpha)(\mu_b + \alpha) - \delta^2} \right\} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{sa} + \frac{\mu_a \mu_b \lambda}{(\mu_a + \alpha)(\mu_b + \alpha) - \delta^2} \left\{ -\frac{M_{sa}}{\mu_a l} + \frac{M_{sb}}{\mu_b l} - \frac{\alpha + \delta}{\mu_a \mu_b} \frac{M_{sa} - M_{sb}}{l} \right\} \\ T_{sb} - \frac{\mu_a \mu_b \lambda}{(\mu_a + \alpha)(\mu_b + \alpha) - \delta^2} \left\{ -\frac{M_{sa}}{\mu_a l} + \frac{M_{sb}}{\mu_b l} - \frac{\alpha + \delta}{\mu_a \mu_b} \frac{M_{sa} - M_{sb}}{l} \right\} \end{bmatrix} \quad (4)$$

このようにすれば、従来と全く同じ方法で構造物全体の解式を導くことができる。しかも、曲げねじりの影響は  $\varphi_a, \varphi_b$  にかかる係数マトリックス即ち剛性マトリックスの中に加味されるので、これまでの剛性マトリックス(式(2)の  $\varphi_a, \varphi_b$  にかかる係数マトリックス)の要素の算式を変えるだけで曲げねじりを考慮した解析が可能となる。但し、 $\mu_a, \mu_b$  は節点の状態によって定まる定数であり実験によって求めねばならない。

### 3. 計算例

(4)式を、(2)式と比較し易くするため次の如く書く。

$$\begin{bmatrix} T_a \\ T_b \end{bmatrix} = \frac{GJ'}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{sa} + \delta \\ T_{sb} - \delta \end{bmatrix} \quad (5)$$

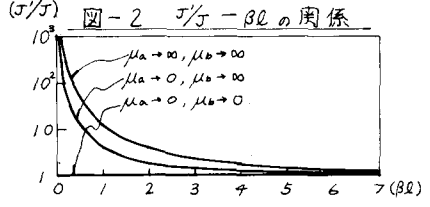
前述した  $\mu_a, \mu_b, \beta l$  が極値をとったとき、この式の  $\frac{GJ'}{l}, J', \delta$  がどのようになるか表-1に示した。次に、 $\beta l$  と  $J'/J$  との関係をもの値別に図-2に示した。最後に、2~3の断面形状について  $\mu$  を変化させた場合、ねじり定数  $J'$  がどのような値になるか図-3に示した。

$\beta l$	$\mu_a, \mu_b$	$\delta$	$J'$	$\frac{GJ'}{l}$
$\infty$	0, 0	0	J	$\frac{GJ}{l}$
	$\infty, 0$			
	$\infty, \infty$			
0	0, 0	0	$\frac{3EC_w}{G l^2}$	$\frac{3EC_w}{l^3}$
	$\infty, 0$			
	$\infty, \infty$			

表-1

### 4. 考察

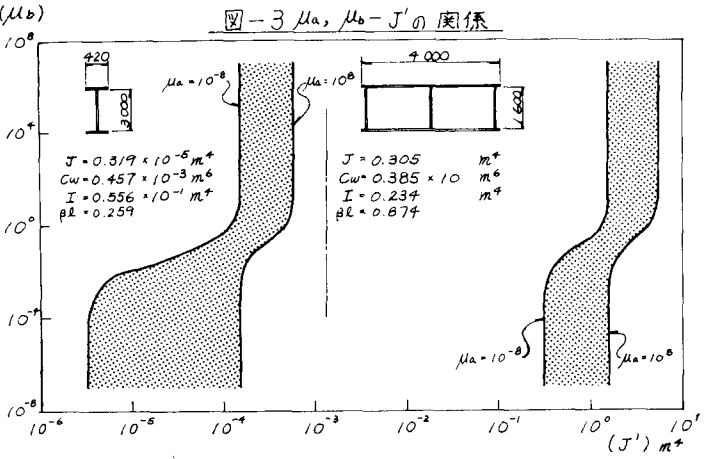
図-2より、 $\beta l$  が1以下の場合、節点のそり拘束の度合  $\mu$  が大きければ  $J'/J$  はかなり大きくなり曲げねじりの影響を著しく受けているようである。また、 $\beta l$  が5以上になると  $\mu$  に関係なく  $J'/J$  はほぼ1となり曲げねじりの影響は無視できる。



このように、 $\mu, \beta l$  の値によっては曲げねじりの影響をかなり受けるので、骨組構造の解析に際して、部材のねじり剛性による影響が著しい場合は一考を要すると言えよう。

### 5. あとがき

本手法を用いれば、これまでの格子、立体構造解析プログラムをほとんど変更することなく、曲げねじりをねじり剛性の中に組込んだ形で考慮できるが、実験により目安となる  $\mu$  値は求めておかねばならない。なお、格子桁に適用した例は当日に発表する予定である。



### 参考文献

- (\*1) 大地羊三：構造解析とコンピュータ，産業図書
- (\*2) V. E. ウラソフ (奥村敏憲 外天訳)：薄肉弾性ばりの理論，技報堂