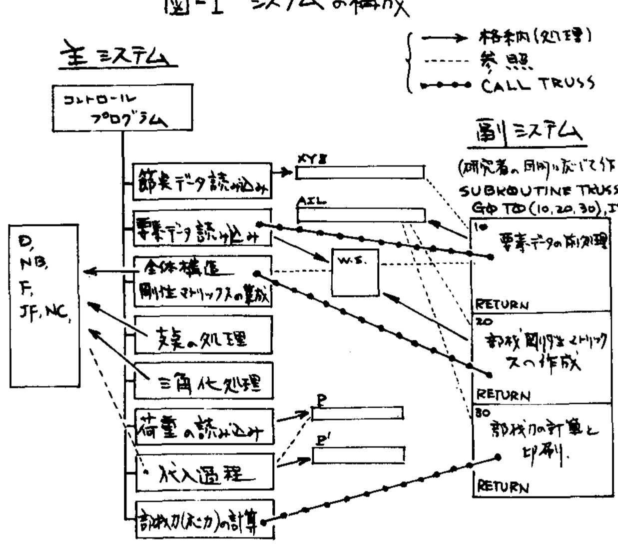
I-39　マトリックス法による構造計算の汎用プログラムについて

法政大学工学部　正員　大地羊三
〃　〃　○山下清明

○まえがき　構造解析部門におけるマトリックス法の利用は，骨組構造物にはじまり連続体の分野等，非常に広範囲にわたっている。マトリックス法の一つである変形法による構造物(含連続体)の解析では，目的にあった構造要素の剛性マトリックスの誘導が第一であるが，それを結合条件のもとで集積し構造全体に対する剛性マトリックスを作り，境界条件のもとで連立方程式を解く作業も，大きな構造や連続体の解析をする場合には重要な問題点となってくる。本研究室では，各種構造要素の剛性マトリックスに関する研究をおこなっているが，従来は各個に全体剛性マトリックスの集成→連立方程式の求解といった変形法に共通な作業をしていたので，研究上支障があり，共通な作業は"BLACK·BOX"にまとめ研究の能率化をはかる要求があった。このたび，中型計算機を対象として，各種の構造要素に柔軟に対応でき，かつ全体剛性マトリックスが大きくなった場合にも対処できるような構造解析システムを作成したので概要を報告する。

○システムの構成　変形法による構造解析作業は，対象とする構造によって全く違った内容となる作業，すなわち部材(構造要素)の剛性マトリックスの作成，得られた変位をもちいての部材力(応力)の計算，結果の印刷などと，解析対象によって変化しない作業とに大別される。そこで後者の作業を主システムが，部材に特有な作業は各問題毎に作成される副システム(一ケのサブルーチン)が担当することとした。主システムと副システム間で伝達されるデータは，扱う部材に特有な定数(座標値の数[2次元,3次元]，部材構成節点数，節点自由度，部材特性値の個数)と，節点座標値，部材剛性マトリックス等を一時格納する作業領域，全体構造に関する荷重・変位ベクトルである。これらは主システム内におかれ，副システムはCOMMON文か引数によってこれと連結する。部材特性値に関するデータは，主システムによって作業領域に読み込まれ副システムに受け渡される。これらの領域は，各種の問題への適合をはかるため一次元配列として確保し，問題毎にデータとして与えられる定数によってインデックスを操作し使用することにした。

図-1　システムの構成



主システムは，コントロール・プログラムとサブルーチン群とからなる。コントロール・プログラムは最初に対象とする構造物を指示するデータを読み，各種定数と副システム呼び出しスイッチをセットする。ついで作業内容を指示するデータに従ってサブルーチンを呼び込み各種作業をおこなう。

サブルーチン群の仕事は，副システムとの連絡と，全体剛性マトリックスの集成，境界条件の処理，連立方程式の求解であるが，これらの作業はすべて一節点の自由度(M)に対応する小行列，ベクトルを単位としてお

となる。これによってインデックス操作は少々複雑になるが、作業の内容が理解しやすくなり、剛性マトリックスの非零要素を格納する場合に効果的である。

副システムは、部材に特有な作業が必要となった時主システムから呼ばれるが、その主な作業は、

1. 部材データを入力し、節点座標(XYZ)を参照しながら部材剛性マトリックスの作成に必要な部材特性表(AIL)をつくる。
2. 部材特性表を参照しながら、部材剛性マトリックスを作成し作業領域におく。
3. 得られた変位より、部材特性表を参照して断面力(応力)を計算、印刷する。ことである。

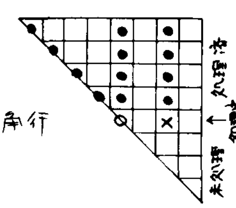
これらの作業は主システムから呼ばれる時セットされるスイッチ(ISW)によって選択される。

完成された副システム群を主システムに登録しておけばコントロール・カードによって随時選択使用することができる。システム構成の概念図を図-1に示す。

○全体構造剛性マトリックスの格納と連立方程式の解法　全体剛性マトリックスは零要素の多い大きなマトリックスとなるのでその格納には特別な注意が必要である。副システムで作られた部材剛成マトリックスは対角小行列と非対角小行列にわけられ格納される。非対角小行列は出現した順に格納(F)され、その順序に対応して各小行列の属する列番号(JF)と次に続く同じ行の小行列の位置を示す指標(NC)を記録しておく。対角小行列はDに格納し、その行に属する一連の非対角小行列の最初の位置を示す指標(NB)を添えておく。これによって全体構造マトリックスを効率よく格納でき、各行に属する小行列はNBを起点とし、JF・NCを索引として探す事ができる。勿論、剛性マトリックスの対称性を利用して非対角小行列は半分のみを格納する。

連立方程式の解法は、三角化法を、小行列を演算単位とするように修正して使用した。三角化法は、三角化の過程と、前進後退代入過程に分けられ、前者は次のようになる。

図-2 三角化の手順



今、a_{ij}, l_{ij}, r_{ij} を小行列とし、剛性マトリックス $\mathbb{A}$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & & O \\ l_{21} & l_{22} & \\ \vdots & & \ddots \\ l_{n1} & \cdots & l_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ & r_{22} & & \vdots \\ O & & \ddots & \\ & & & r_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{A} = \mathbb{L} \times \mathbb{R} \quad \cdots\cdots (i)$$

$$a_{ij} = \sum_{k \le i,j} l_{ik} \times r_{kj}$$

が上・下三角行列の積であるとする(i)。r_{ii} は上三角、l_{ii} は対角要素が1の下三角行列である。上下三角行列の特性と剛性マトリックスの対称性をもちいれば、r_{ii} は $(a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} \cdot r_{ki})$ を三角化した時の上三角行列となり、非対角部分は

$$r_{ij} = l_{ii}^{-1} \cdot \left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} \cdot r_{ki}\right) \; (i<j) \quad \cdots\cdots (ii) \qquad l_{ji} = r_{ij}^{T} \cdot \omega_{i}^{-1} {}^{*} \quad \cdots\cdots (iii)$$

* ω_i は r_{ii} の対角要素のみの対角行列

となり(iii)の関係をもちいれば(i),(ii)は r, ω で記述できる。この式の作業過程は図-2にみるように×印の小行列に対して●,○印の部分が関連する。しかし(ii)式括弧内の演算は、a_{ij} に関する減算であるので、これより上にある各行の三角化が完了した時点で a_{ij} に対する処理を逐次実行することができ、l_{ii}^{-1}(○印)の演算をおこなう時点にはその行より上のデータは必要としない手順が可能である。

三角化の過程で、今まで零であった非対角小行列が非零になる場合には、全体剛性マトリックスを集成した時と同じ手順で新たにFに登録すればよい。

○結語　本システムは昨年度完成し、卒業研究等に使用され効果が確認された。現在、平面、立体骨組構造、格子構造、2次元応力問題、平板構造に対する副システムが用意されている。本年度は三角化処理の節で述べた手順を利用して、処理された部分を補助記憶装置に転送し、新たな剛性マトリックスについて三角化を続け大規模な問題に対応できるシステムを開発中である。また数種の部材が組み合さった複合問題についても考慮中である。

参考文献：構造解析とコンピュータ　大地羊三　産業図書