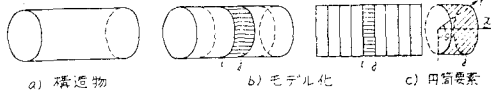


電力中央研究所 正会員 岩 楯 徹 広

1 まえがき 地中送電管路、水路鉄管、タンク類、圧力容器等軸対称シェル構造物の解析に対しては、フリューゲル、ラモシエンコ等により、フーリエ級数を用いた方法が開発されているが、種々限られた問題にしかな適用できない。また、厚肉円筒シェルを対象に、三角形の有限要素を用いた回転体応力問題としての有限要素法も開発されているが、薄肉のシェル構造物に適用することは適当でない。そこで、筆者は、パイプビーム等の薄肉円筒シェル構造物を対象に、荷重が対称でも、非対称でも適用できる、円筒シェル要素を用いた有限要素法の開発を行い、幾つかの例題に対して解析し、級数解、他の近似解及び実測値と比較検討した結果、実用に供することを確認した。

2 解析法の要点

本法は、二次元連続体の有限要素法と同じく、変分原理により、要素の剛性マトリックスを求め、図3に示す演算方式に従って解析を行えばよいが、要素の形状、変位関数等が異なるので、本法の特色について述べる。



2-1 有限要素、変位及び外力成分の表示

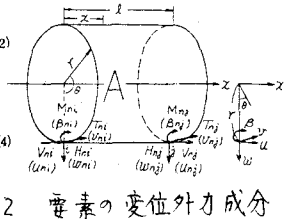
図1-aに示すように、構造物を対称軸に垂直で互に接続する二平面で切断し、その切断線を一つの切線と考え、それらの節線で互に連結した円筒要素の集合体と考える。また要素内の変位 $\{u, v, w, \beta\}$ 、外力 $\{V, T, H, M\}$ を図2に示すように(1)式(2)式で定義し、円筒方向に対しては、角座標を用いて(3)式(4)式に示すようにフーリエ展開し、軸方向に対しては、(5)式に示すように軸方向座標 (x) の一次式～三次式で表わした。 w は x の三次式となるから、要素の分割が荒くても、十分良い近似が得られると考えられ、パイプシェル構造物の解析に対して有利と考えられる。

$$\begin{cases} \{\bar{u}\}_A = (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \bar{u}_4)^T \\ \{\bar{u}\}_1 = (u_1, v_1, w_1, \beta_1)^T \\ \{\bar{u}\}_2 = (u_2, v_2, w_2, \beta_2)^T \end{cases} \dots (1)$$

$$\begin{cases} \{\bar{F}\}_A = (\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3, \bar{F}_4)^T \\ \{\bar{F}\}_1 = (V_1, T_1, H_1, M_1)^T \\ \{\bar{F}\}_2 = (V_2, T_2, H_2, M_2)^T \end{cases} \dots (2)$$

$$\begin{cases} u(x, \theta) = \sum u_n(x) \cos n\theta \\ v(x, \theta) = \sum v_n(x) \sin n\theta \\ w(x, \theta) = \sum w_n(x) \cos n\theta \\ \beta(x, \theta) = \sum \beta_n(x) \cos n\theta \end{cases} \dots (3)$$

$$\begin{cases} V(x, \theta) = \sum V_n(x) \cos n\theta \\ T(x, \theta) = \sum T_n(x) \sin n\theta \\ H(x, \theta) = \sum H_n(x) \cos n\theta \\ M(x, \theta) = \sum M_n(x) \cos n\theta \end{cases} \dots (4)$$



変位関数

$$\begin{Bmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \\ \beta_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \epsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \epsilon & \epsilon^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\epsilon & 3\epsilon^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \alpha \\ \alpha \\ \alpha \\ \alpha \\ \alpha \\ \alpha \end{Bmatrix} \dots (5)$$

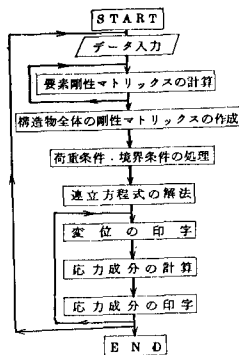
$\epsilon = l/r$

図2 要素の変位外力成分

2-2 連立方程式の解法

本法では、Modified Cholesky Methodを用いた。

この解法は、有限要素法のように剛性マトリックスが対称の場合には特に有効で、Gauss消去法やCROUT法の長所がすべて備わっている。



3 解析例

3-1 部分充水を受ける水路鉄管の解析

図4に示す水路鉄管に水重が作用した時の殻の中央断面に於ける変位、応力を本法と他の理論解、フリューゲルの級数解、実測値と比較検討し、次の結果を得た。解析結果を図5、図6及び表1、表2に示す。

(1) 図5、図6に示すように三つの計算値はともに実測値に一致している。

図3 計算手順のフローチャート

- (ロ) 三つの解はいずれも円周方向にフリー展開しているが、項数が10程度で十分収れんする。
- (ハ) フリュージェの級数解は軸方向にもフリー展開しており、この級数が収れんするためには、200項程度が必要となり実用的でない。
- (ニ) フリュージェの級数解、松尾の近似解は共に両端単純支持なる特殊な境界条件にしか適用できないが、本法では、境界条件、荷重条件が複雑な場合や板厚材質に変化ある場合にも適用できる。

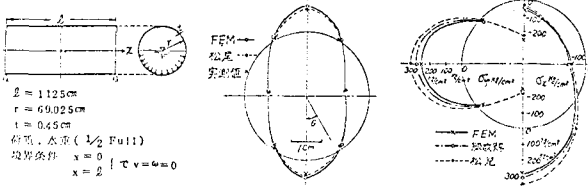


図-4 解析モデル 図-5 中央断面の変位分布 図-6 中央断面の内面の応力分布

表1 中央断面の変位 (case 1)

φ	Wmm			Vmm		
	有限要素法	松尾の近似解	Flüggeの級数解	有限要素法	松尾の近似解	Flüggeの級数解
0°	8.75	9.16	8.78	0	0	0
45°	1.35	1.35	1.30	-4.83	-5.91	-4.62
90°	-7.44	-7.98	-7.13	-1.69	-1.74	-1.61
135°	-1.00	-0.92	-0.95	2.45	2.72	2.35
180°	5.42	5.95	5.18	0	0	0

表2 中央断面の応力 (case 1)

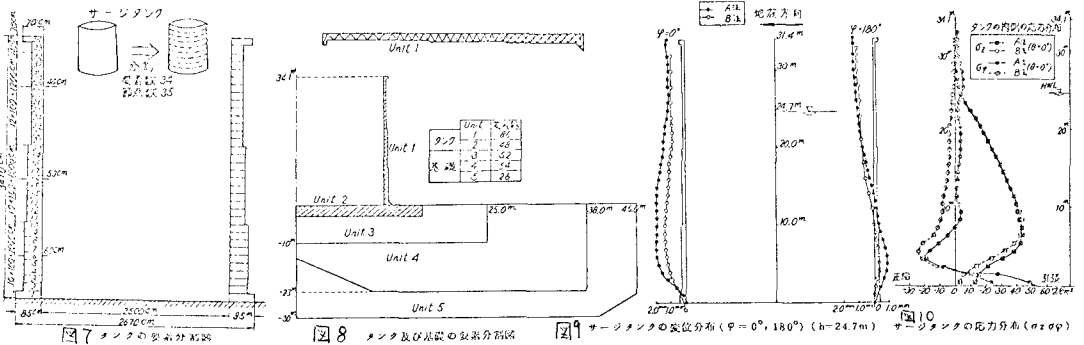
φ	ax (kg/cm ²)			ay (kg/cm ²)		
	有限要素法	松尾の近似解	Flüggeの級数解	有限要素法	松尾の近似解	Flüggeの級数解
0°	287.2	325.5	309.9	-258.9	-212.6	-221.3
45°	110.4	128.4	115.4	-27.8	-25.4	-20.2
90°	-100.1	-125.7	-116.1	223.3	299.9	293.9
135°	-109.7	-137.6	-132.2	-20.8	-34.6	-26.7
180°	-49.1	-45.0	-39.8	-248.6	-225.7	-231.5

注 有限要素法では 要素数 20、項数 n = 20 である。
Flüggeの級数解では項数 m = 200、n = 20 である。

3-2 サージタンクの解析

固定端部での精度を知るため、サージタンク(図7, 図8)の変形、応力を本法(A法)と三角形要素を用いた回転体応力問題としての有限要素法(B法)と比較し、次の結果を得た。タンクの変形、応力を図9, 図10及び表3に示す。尚、外力としては、静水圧、地震時動水圧、壁体慣性力及び自重を考慮した。

- (イ) A法とB法とは解法の差によって多少値が異なるが、基礎固定部を除き、良い一致をみている。特にσ_yは厚さ方向での応力勾配が少いため、B法でも精度よい値が得られている。
- (ロ) 基礎固定端ではB法の方が実際に近いものと考えられ、両法を比較すると鉛直応力に15%程度の差があるが、B法では厳密に縁応力を与えていたため、両法の結果に、多少の差はない。
- (ハ) A法、B法の大きく異なる点は、A法では評価できない厚さ方向のせん断力か、B法では固定端部でかなり大きくなっていることである。従ってA法を適用する場合、せん断力の配慮が必要となる。



4 その他 本法は弾塑性問題、動的問題へも拡張が可能であり、今後は埋設管や水力弾性問題への発展を計りたい。参考文献[1]若橋, その他, 電研技研才ニ研究所報告 研究報告 77012

[2] 松尾滋 パイプビーム構造の水路鉄管に関する設計計算式 工本学会論文集 75号