

○ 清水建設株式会社 正会員 相京博幸
 電力中央研究所 正会員 岩橋敏広
 日本大学理工学部 正会員 川口昌宏

1 まえがき

埋設管の活用が多くなっている現在、管の設計に際し、充分に管の応力状態を把握しなければならぬ。そこで有限要素法により管を円筒殻として軸方向をも考えあわせた応力解析方法を開発し、それをもっていることにより、埋設管問題に適用しうるかどうかを検討する。

本研究は、埋設管をとりまく土の状態を、ある仮定のもとに実測値と比較した。

なお、解析手法の一部について、ここに示した方法と同様の方法により、水圧鉄管等に関する研究が別に発表してあるので、参照されたい。

2. 解析法の概要

構造物を図-1に示すような要素の連続体であるとし、要素の変位成分、外力成分を次に示す。要素内の局部座標変位分布 u_n, v_n は線形、 w_n は二次曲線形に定義する。

$$\begin{aligned}
 U(x, \theta) &= \sum U_n(x) \cos n\theta, & V(x, \theta) &= \sum V_n(x) \cos n\theta \\
 V(x, \theta) &= \sum V_n(x) \sin n\theta, & T(x, \theta) &= \sum T_n(x) \sin n\theta \\
 W(x, \theta) &= \sum W_n(x) \cos n\theta, & H(x, \theta) &= \sum H_n(x) \cos n\theta \\
 \beta(x, \theta) &= \sum \beta_n(x) \cos n\theta, & M(x, \theta) &= \sum M_n(x) \cos n\theta
 \end{aligned}$$

要素の境界条件より α を求め、歪-変位関係式より歪を接点変位で表わし、最小ポテンシャルエネルギー原理より要素の剛性行列を求めることができる。

3 管をとりまく土の仮定

今、土の静的な性質のみを扱う。管のまわりをとりまく土を外力とバネとに分けて考える。外力としては、管の上方に位置する土の重さ(土砂荷重と呼ぶ)と管をささえる基礎反力がある。バネは管の変形により管が土から受ける反力であり、全周にわたり、法線方向に一定の剛度であるとする。土砂荷重の分布は、管頂に作用する単位荷重の大きさを P_1 とすれば、半径方向にのみ次のような分布を与えるものとする。

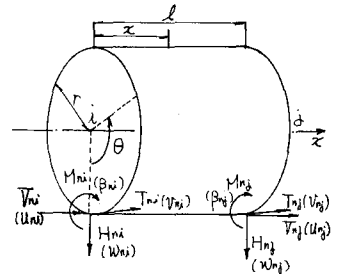
$$\text{土砂荷重 } H_1(\theta) = \frac{P_1}{2} - \frac{P_1}{2} \cos \theta \quad \left(\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} \right)$$

軸方向には一定であるとする。

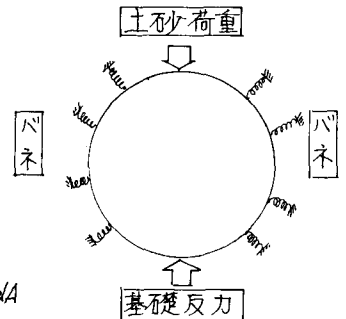
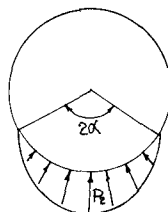
基礎反力の分布は図のような \cos 分布であるとして、次の式を与える。

$$\text{基礎反力 } H_2(\theta) = P_2 \cos \frac{\pi\theta}{2\alpha} \quad (-\alpha \leq \theta \leq \alpha)$$

$$\text{なお } P_2 \text{ は、 } \iint (H_2 \text{ の垂直成分}) dA + \text{ 支承反力} = \iint (\text{土砂荷重の垂直成分}) dA$$



$$\begin{Bmatrix} U_n \\ V_n \\ W_n \\ \beta_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \xi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \xi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \xi^2 & \xi^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3\xi}{2} & \frac{3\xi^2}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \end{Bmatrix} \quad \xi = \frac{x}{l}$$



より求めることができる。ここでは単に $R_2 = R_p R$ と置き、 R_p を基礎反力係数比とする。

4. バネを含む要素の剛性マトリックス

要素のバネ変形による歪エネルギー (U_b) を求める。微小要素 dA の歪エネルギーを dU_b と可視化、

$$dU_b = \frac{1}{2} \cdot W R dA = \frac{R_p}{2} W_0^2 \cos^2 \theta dA$$

両辺を積分することにより、 U_b を求めると、

$$U_b = \frac{1}{2} R_p \pi r \int_0^l W_0^2 dx = \frac{1}{2} R_p \pi r l [d]^T \int_0^1 [\xi]^T [\xi] d\xi [d]$$

ここに、 W : 法線方向変位, R : W による反力, R_p : 地盤反力係数

$$[\xi] = [1 - \xi^2 + 2\xi^3, l(\xi - 2\xi^2 + \xi^3), (3\xi^2 - 2\xi^3), l(-\xi^2 + \xi^3)], [d]^T = [w_i, \beta_i, w_f, \beta_f]$$

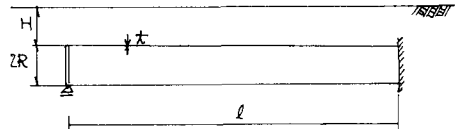
最小ポテンシャルエネルギーの原理より $\frac{\partial U_b}{\partial d} = R_p \pi r l \int_0^1 [\xi]^T [\xi] d\xi [d]$

よって、バネによる剛性マトリックス $[R_b]$ は $[R_b] = R_p \pi r l \int_0^1 [\xi]^T [\xi] d\xi$ となる。

5 解析例

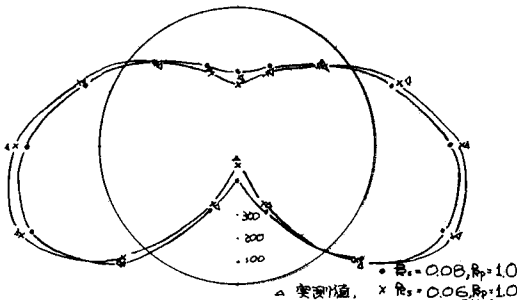
以上のような方法により、埋設管の応力度について、下記のような砂中の水圧鉄管の例を取り、その実測データと計算値を比較する。

- 径間 (l): 3556.1 cm ヤング率 $0.21 \times 10^7 \text{ kg/cm}^2$
- 半径 (R): 80.0 cm ポアソン比 0.3
- 板厚 (t): 1.8 cm 水の比重 0.001 kg/cm^3
- 要素数 30 土の深さ 160 cm
- 土の単位重量 0.00183 kg/cm^3

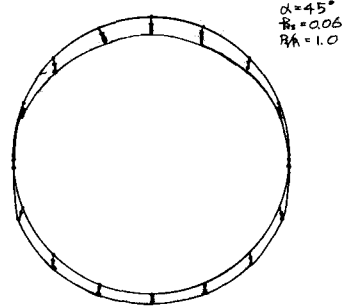


註) 管内は充水である。

管中央の接線応力 ($\alpha = 45^\circ$)



管中央断面の変位図



6. この解法による問題点

軸対称殻であるため、その特性をいかして、応力を解析しているため、計算精度は良いが、土に対する仮定で、この不都合な仮定を強られた。まず、 θ_1 は円周方向に関して、バネ定数が一様であるとしたこと、 θ_2 は土の非線形状態をこの方法では解析できないことなどである。

よって管の変形が内側に向った場合にも、バネは張力として管の変形に抵抗する。しかし、実際の管には、これに近い状態で主動土圧として作用すると思う。

実測値との比較に基礎反力係数比 (R_p/R) とバネ定数の両係数を変えることにより、計算値が実測値に近くなった。しかしこのときのバネ定数が一般に考えられている値よりも少ない値となったので、この事についても検討する必要がある。