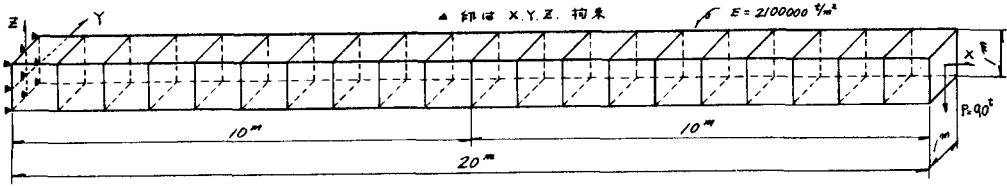


3. 片持梁のモデル化

④ 片持梁の形状図と載荷荷重



④ 各モデルにおける節点数とエレメント数

右の表でNP, ELは、それぞれ節点数とエレメント数を意味している。なおエレメントを減らす方法として、スパン方向にエレメントを長くしていった。

| ELEMENT | MODEL 1 | | MODEL 2 | | MODEL 3 | | MODEL 4 | | MODEL 5 | |
|---------|---------|-----|---------|-----|---------|----|---------|----|---------|----|
| | NP | EL | NP | EL | NP | EL | NP | EL | NP | EL |
| HETET4 | 369 | 160 | 189 | 80 | 99 | 40 | 81 | 32 | 45 | 16 |
| PENTA6 | 369 | 320 | 189 | 160 | 99 | 80 | 81 | 64 | 45 | 32 |
| HEXES | 369 | 160 | 189 | 80 | 99 | 40 | 81 | 32 | 45 | 16 |
| HETET10 | 369 | 20 | 189 | 10 | 99 | 5 | 81 | 4 | 45 | 2 |
| PENTA18 | 369 | 40 | 189 | 20 | 99 | 10 | 81 | 8 | 45 | 4 |
| HEXE27 | 369 | 20 | 189 | 10 | 99 | 5 | 81 | 4 | 45 | 2 |

4. 片持梁の図心軸上のスパン中点および自由端での「たわみ」と、支桌およびスパン中点での縁応力による「曲げモーメント」の計算式

・ たわみ $y = -\frac{P}{6EI} (2l^3 - 3lx + x^3)$

・ B.M. $M = Px$

・ ASKA使用 $M = \frac{ASKA}{h} \times I$



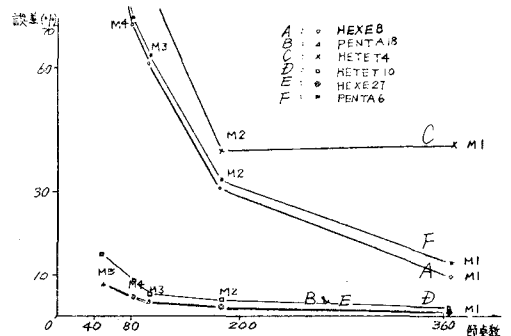
5. 各モデルの「たわみと精度」「誤差と節点数」

| エレメント | モデル番号 | モデル 1 | | モデル 2 | | モデル 3 | | モデル 4 | | モデル 5 | |
|---------|-------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| | | (cm) たわみ | (%) 精度 | (cm) たわみ | (%) 精度 | (cm) たわみ | (%) 精度 | (cm) たわみ | (%) 精度 | (cm) たわみ | (%) 精度 |
| 理論値 | ● | 10 42.85 | | 20 137.14 | 100 | 10 42.85 | | 20 137.14 | 100 | 10 42.85 | |
| | ○ | 10 37.48 | | 20 120.27 | 87.7 | 10 37.48 | | 20 120.27 | 87.7 | 10 37.48 | |
| HEXE8 | ○ | 10 29.77 | | 20 28.86 | | 10 16.43 | | 20 12.31 | | 10 3.99 | |
| | ○ | 10 29.77 | | 20 28.86 | | 10 16.43 | | 20 12.31 | | 10 3.99 | |
| PENTA6 | ■ | 10 24.56 | | 20 28.86 | | 10 16.43 | | 20 12.17 | | 10 3.99 | |
| | ■ | 10 115.48 | 84.2 | 20 92.64 | 67.5 | 10 51.89 | 37.8 | 20 39.05 | 28.4 | 10 12.78 | 9.3 |
| HETET4 | X | 10 24.56 | | 20 16.10 | | 10 7.05 | | 20 4.99 | | 10 1.49 | |
| | X | 10 78.96 | 57.6 | 20 51.76 | 37.7 | 10 22.59 | 16.5 | 20 15.97 | 11.6 | 10 4.72 | 3.4 |
| HETET10 | □ | 10 42.18 | | 20 41.51 | | 10 40.04 | | 20 39.27 | | 10 35.22 | |
| | □ | 10 135.76 | 98.9 | 20 134.35 | 97.9 | 10 130.99 | 95.5 | 20 129.16 | 94.2 | 10 119.10 | 86.8 |
| PENTA18 | △ | 10 42.52 | | 20 42.19 | | 10 41.33 | | 20 40.80 | | 10 37.45 | |
| | △ | 10 136.47 | 99.5 | 20 135.78 | 99.0 | 10 133.88 | 97.6 | 20 132.71 | 96.8 | 10 125.10 | 91.2 |
| HEXE27 | ◎ | 10 42.52 | | 20 42.18 | | 10 41.32 | | 20 40.82 | | 10 37.45 | |
| | ◎ | 10 136.47 | 99.5 | 20 135.77 | 99.0 | 10 133.86 | 97.6 | 20 132.69 | 96.8 | 10 125.08 | 91.2 |

・ 精度および誤差の計算式

$$\text{誤差}(\%) = \left| \frac{\text{Beam Theoryによる変位} - \text{ASKAの計算値}}{\text{Beam Theoryによる変位}} \right| \times 100$$

$$\text{精度}(\%) = 100 - \text{誤差}$$



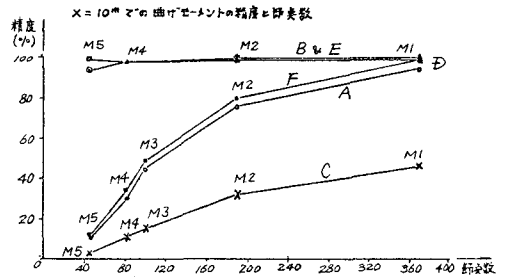
6. 各モデルの曲げモーメントの精度

| モデル 記号 | モデル 1 | | | | モデル 2 | | | | モデル 3 | | | | モデル 4 | | | | モデル 5 | | | |
|-----------|-------------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|--|--|--|
| | エレメント 記号 | B.M (t-m) | 精度 (%) | B.M (t-m) | 精度 (%) | B.M (t-m) | 精度 (%) | B.M (t-m) | 精度 (%) | B.M (t-m) | 精度 (%) | B.M (t-m) | 精度 (%) | B.M (t-m) | 精度 (%) | B.M (t-m) | 精度 (%) | | | |
| 理論値 | ● | 1800 | 100 | 1800 | 100 | 1800 | 100 | 1800 | 100 | 1800 | 100 | 1800 | 100 | 1800 | 100 | 1800 | 100 | | | |
| | ○ | 900 | 100 | 900 | 100 | 900 | 100 | 900 | 100 | 900 | 100 | 900 | 100 | 900 | 100 | 900 | 100 | | | |
| HEXE8 | ○ | 1862 | 97 | 1549 | 86 | 859 | 48 | 646 | 36 | 201 | 11 | | | | | | | | | |
| | ○ | 858 | 98 | 684 | 76 | 404 | 45 | 271 | 30 | 94 | 10 | | | | | | | | | |
| PENTA6 | ■ | 1857 | 97 | 1539 | 85 | 853 | 47 | 637 | 35 | 197 | 11 | | | | | | | | | |
| | ○ | 891 | 99 | 717 | 80 | 438 | 49 | 306 | 34 | 102 | 11 | | | | | | | | | |
| HETET4 | X | 488 | 27 | 427 | 24 | 197 | 11 | 140 | 8 | 29 | 2 | | | | | | | | | |
| | ○ | 414 | 46 | 284 | 32 | 136 | 15 | 98 | 11 | 28 | 3 | | | | | | | | | |
| HETET10 | □ | 1827 | 98 | 1775 | 98 | 1837 | 93 | 1793 | 99 | 1526 | 85 | | | | | | | | | |
| | ○ | 898 | 99 | 901 | 99 | | | 884 | 98 | 909 | 99 | | | | | | | | | |
| PENTA18 | △ | 2035 | 87 | 2084 | 84 | 2104 | 83 | 2067 | 85 | 1795 | 99 | | | | | | | | | |
| | ○ | 900 | 100 | 900 | 100 | | | 911 | 98 | 955 | 94 | | | | | | | | | |
| HEXE27 | ◎ | 2181 | 79 | 2141 | 81 | 2103 | 83 | 2067 | 85 | 1794 | 99 | | | | | | | | | |
| | ○ | 900 | 100 | 900 | 100 | | | 911 | 98 | 956 | 94 | | | | | | | | | |

○ 誤差と精度の計算式

$$\text{誤差 (\%)} = \left| \frac{\text{Beam Theory 曲げモーメント} - \left(\frac{ASMA}{ASMA} \right) \text{による曲げモーメント}}{\text{Beam Theory 曲げモーメント}} \right| \times 100$$

$$\text{精度 (\%)} = 100 - \text{誤差}$$

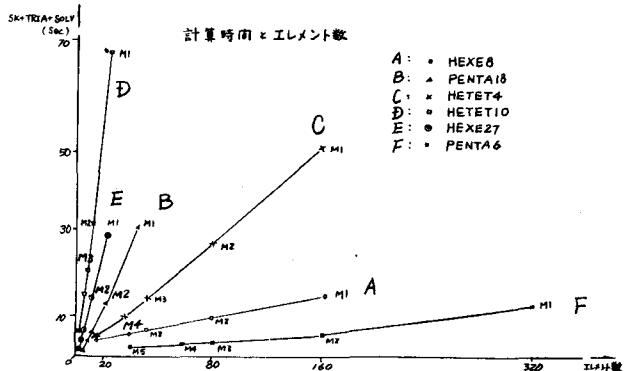


7. 各モデルのエレメント数と時間

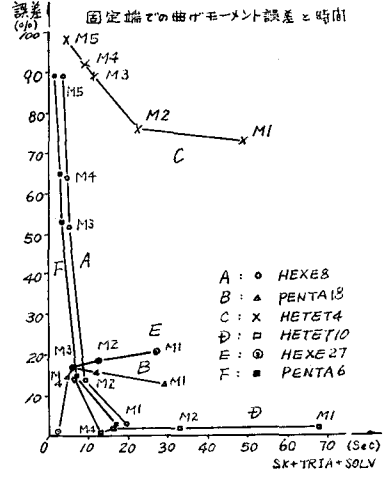
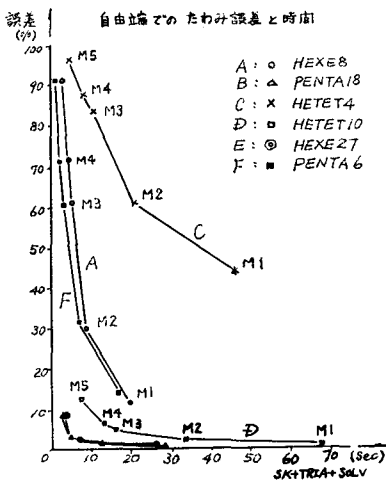
| モデル 記号 | モデル 1 | | | | モデル 2 | | | | モデル 3 | | | | モデル 4 | | | | モデル 5 | | | | |
|-----------|-------------|--------|------|------|-------|--------|------|------|-------|--------|------|------|-------|--------|------|------|-------|--------|-----|------|------|
| | エレメント 記号 | エレメント数 | SK | TRIA | SOLV | エレメント数 | SK | TRIA | SOLV | エレメント数 | SK | TRIA | SOLV | エレメント数 | SK | TRIA | SOLV | エレメント数 | SK | TRIA | SOLV |
| HEXE8 | ○ | 160 | 8.4 | 7.4 | 3.9 | 80 | 4.3 | 3.1 | 2.1 | 40 | 2.6 | 1.5 | 1.3 | 32 | 2.6 | 1.3 | 0.8 | 16 | 2.5 | 0.6 | 0.5 |
| | ○ | 320 | 4.3 | 7.6 | 5.2 | 160 | 2.1 | 3.0 | 1.8 | 80 | 1.0 | 1.5 | 0.9 | 64 | 0.9 | 1.3 | 0.8 | 32 | 0.4 | 0.6 | 0.4 |
| HETET4 | X | 160 | 35.3 | 7.7 | 5.7 | 80 | 17.4 | 3.1 | 2.0 | 40 | 8.7 | 1.5 | 1.1 | 32 | 7.0 | 1.3 | 0.9 | 16 | 3.5 | 0.6 | 0.4 |
| | ○ | 20 | 53.5 | 9.9 | 4.4 | 10 | 26.8 | 4.2 | 2.0 | 5 | 13.4 | 2.0 | 1.0 | 4 | 10.7 | 1.6 | 0.9 | 2 | 5.4 | 0.7 | 0.4 |
| PENTA18 | △ | 10 | 11.8 | 11.1 | 6.3 | 20 | 6.0 | 4.1 | 2.0 | 10 | 3.0 | 2.0 | 1.0 | 8 | 2.4 | 1.6 | 0.9 | 4 | 1.2 | 0.7 | 0.4 |
| | ○ | 20 | 13.1 | 9.9 | 4.4 | 10 | 6.6 | 4.2 | 2.0 | 5 | 3.3 | 2.0 | 1.0 | 4 | 2.6 | 1.6 | 0.9 | 2 | 1.3 | 0.7 | 0.4 |

上記の表で、SK, TRIA, SOLVは、

それぞれエレメントの剛性マトリクスの計算時間、剛性マトリクスの三角化に要する時間、連立方程式を解くのに要する時間をリアル・タイムで秒を単位として記入した。右の図でM1, M2... M5は、各モデル番号を示している。



8. 変位による「誤差と時間」、曲げモーメントによる「誤差と時間」



9. 考察

モデルとして最もシンプルな片持梁につき、一次元的モデルとして解析される梁の理論と A S K A で使用できる三次元有限要素による数値実験の比較の結果、精度および計算時間とも各エレメント間で、かなり顕著な差が各々の図表に現われている。片持梁に引張荷重を載荷した場合、変形量が小さく、どのエレメントを使用しても精度として 90% 以上が得られた。この様な場合は、エレメントの剛性マトリクスおよびその三角化に要する計算時間の少ないエレメントを選べば良い。梁に対し曲げを生じる様な場合、たわみによる精度は高次の変位関数を持つエレメントでは、エレメント数を減じても平均 95% 以上の精度が出ている。エレメント数(節点数)を減らした時の誤差の増え方は、低次の変位関数と比較してけるとよい。より求めた曲げモーメントの精度比較では、梁の支持部で応力集中を生じている事が、高次の変位関数を持つエレメントについていえる。従って、ここでの精度は最大たわみの精度より悪いが、 $X=10''$ の位置での精度は 94%~100% が得られた。計算時間と節点数の関係では、ほぼ一次関数的な図が示される事がわかる。三次元無限連続体モデルについても同じ傾向が得られ、エレメントごとの線の勾配が大きく変わる事はなかった。

これらの結果は、比較的規則正しく番号付けされ、剛性マトリクスのバンド巾が狭くなる事を考慮し単一のエレメントで立方体が直方体のエレメントを使用した時の結果である。モデルが大きくなりエレメント間の節点番号の差が大きくなるものをそのまま使用したり、エレメントの形状が悪くなれば、剛性マトリクスの三角化やエレメント剛性マトリクス計算時間に影響の出る事は言うまでもない。エレメント数の少ない時の計算時間の依存度は、ほとんど剛性マトリクス計算に依る事もわかる。

10. 参考文献 1) Argyris, J.H. "Continuous and Discontinuous" Proc. Conf. Matrix Methods Struct. Mech., AFFDL-TR-66-80, Wright-Patterson AFB, Ohio, 1965 2) Argyris, J.H., K.E. BUCK, D.W. Scharpf, H.M. Hilber, and G. Marczyk "Some New Elements for the Matrix Displacement Method" Proc. 2d Conf. Matrix Methods Struct. Mech. AFFDL-TR-68-150, Wright-Patterson AFB, Ohio, 1968 3) Zienkiewicz, O.C. "The Finite Element Method in Engineering Science" McGraw-Hill, 1972 4) Oden, J.T. "Finite Elements of Non-linear Continua" McGraw-Hill, 1972 5) センチュリイ4-セ9 (株) "ASKA 使用説明書" 1971. 6) センチュリイ4-セ9 (株) 武田洋