I-3　　骨組橋脚と一体になった格子の解析（演算子法による）

信州大学　正員　谷本勉之助

〃　夏目正太郎

○学生員　柳沢安衛

1．序文

本解析は，骨組橋脚と一体になった格子構造物を，漸化変形法を用いて，立体解析したものである．格子と橋脚は，作用，反作用の力で結び付いているものと考える．まず立ち上り橋脚に，格子からの作用力を考えて 力釣合方程式を解き 格子の解析において 橋脚との接合部の 漸化方程式に 前の力を 反作用として とりこみ 橋脚と結合させて 解析するものである．本法は 格子が 剪断力だけで 橋脚と結合している場合でも 有効である．

2．解析

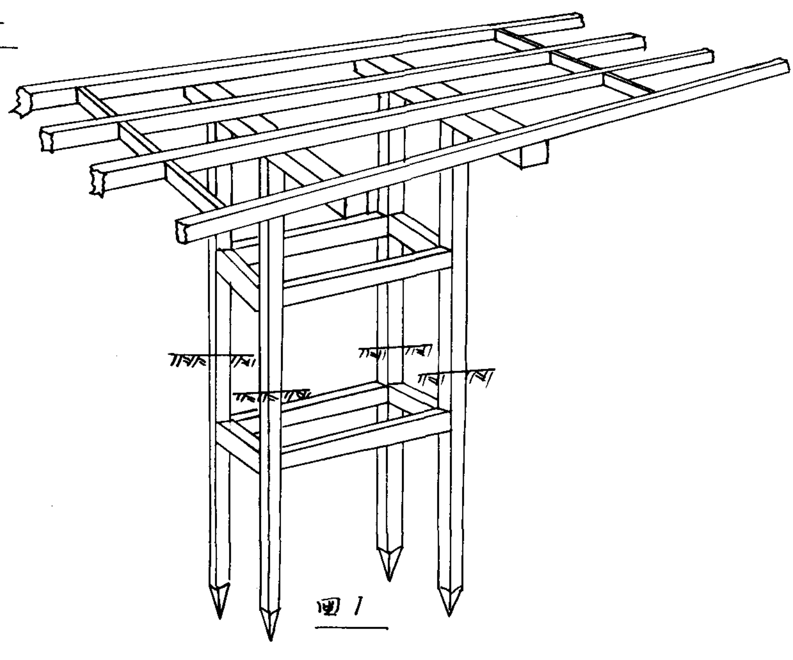

図1

構造モデルとして 図1の様なものを考えることにする．また 力釣合式の漸化式は，橋脚においては 上から下へ，格子においては，左から右に行うことにする．まず，状態ベクトルにおいて，一般変位量と力量は，次のように書ける．

$$\left.\begin{aligned}\mathbb{U}(P)&=\{u\ \ v\ \ w\ \ \phi_x\ \ \phi_y\ \ \phi_z\}_P\mathbb{X}=\mathbb{P}(P)\mathbb{X}\\ \mathbb{V}(P)&=\{F_x\ \ F_y\ \ F_z\ \ T_x\ \ T_y\ \ T_z\}_P\mathbb{X}=\mathbb{Q}(P)\mathbb{X}\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

ただし 地上部分のたわみ量は $w=\lfloor 1\ \ p\ \ p^2\ \ p^3\rfloor\mathbb{N}$ であり，地中部分は $w=\lfloor e^{\beta p}\cos\beta p\ \ e^{\beta p}\sin\beta p\ \ e^{-\beta p}\cos\beta p\ \ e^{-\beta p}\sin\beta p\rfloor\mathbb{N}$ である．式(1)から $\mathbb{X}$（固有マトリックス）を消去して 完全状態ベクトルを導くと，

$$\begin{bmatrix}\mathbb{U}(P)\\ \mathbb{V}(P)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha(P) & \delta(P)\\ \gamma(P) & \beta(P)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbb{U}(0)\\ \mathbb{U}(1)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbb{P}_1(P)\\ \mathbb{P}(P)\end{bmatrix}\qquad(2)$$

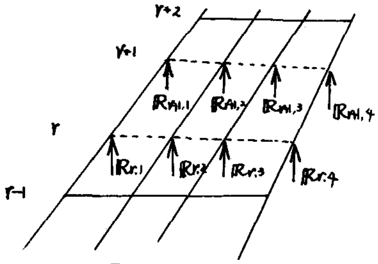

図 2

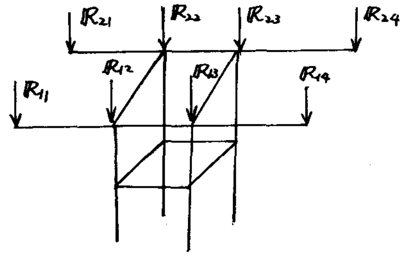

図 3

橋脚の節点の力釣合は　式(2)から $W(P)$ の式だけとり出して来て　射影変換をした後にまとめると．次の式となる．

$$\begin{bmatrix} -\lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda_4 \end{bmatrix}_t \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \Phi_1 & \mu_2 & \mu_3 & 0 \\ -\lambda_1 & \Phi_2 & 0 & \mu_4 \\ -\lambda_1 & 0 & \Phi_3 & \mu_4 \\ 0 & -\lambda_2 & -\lambda_3 & \Phi_4 \end{bmatrix}_t \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_4 \end{bmatrix}_t \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{bmatrix}_{t+1} + \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}_t = 0 \qquad (3)$$

よって集積して

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & & \\ & A_3 & B_3 & C_3 & \\ & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & A_m & B_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{W\}_1 \\ \{W\}_2 \\ \{W\}_3 \\ \cdots \\ \{W\}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \{P\}_1 \\ \{P\}_2 \\ \{P\}_3 \\ \cdots \\ \{P\}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \{R\}_1 \\ \{R\}_2 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \qquad (4)$$

また $\{R\}$ に関しては

$$\left.\begin{aligned} \{R\}_1 &= -B_1\{W\}_1 - C_1\{W\}_2 - \{P\}_1 \\ \{R\}_2 &= -A_2\{W\}_1 - B_2\{W\}_2 - C_2\{W\}_3 - \{P\}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

$$\{R\}_r = \{R\}_1 \quad , \quad \{R\}_{r+1} = \{R\}_2 \qquad (6)$$

式(4)と式(6)から式(4)の $\{W\}$ についての方程式にして　次の格子の連立方程式に代入する．

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & & & & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & & & & \\ & A_r & B_r & C_r & & & \\ & & A_{r+1} & B_{r+1} & C_{r+1} & & \\ & & & \cdots & \cdots & \cdots & \\ & & & & & A_m & B_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{W\}_1 \\ \{W\}_2 \\ \cdots \\ \{W\}_r \\ \{W\}_{r+1} \\ \cdots \\ \{W\}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \{P\}_1 \\ \{P\}_2 \\ \cdots \\ \{P\}_r \\ \{P\}_{r+1} \\ \cdots \\ \{P\}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ \{R\}_r \\ \{R\}_{r+1} \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \qquad (7)$$

よって

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & & & & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & & \\ & A'_r & B'_r & C'_r & & & \\ & & A'_{r+1} & B'_{r+1} & C'_{r+1} & & \\ & & & \cdots & \cdots & \cdots & \\ & & & & & A_m & B_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{W\}_1 \\ \{W\}_2 \\ \cdots \\ \{W\}_r \\ \{W\}_{r+1} \\ \cdots \\ \{W\}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \{P\}_1 \\ \{P\}_2 \\ \cdots \\ \{P\}'_r \\ \{P\}'_{r+1} \\ \cdots \\ \{P\}_m \end{bmatrix} = 0 \qquad (8)$$

で解ける．

3．あとがき

本解析は小型行列による組みあわせで　複合構造物を解こうとしたものである．それゆえに大型インバースは不要であり，立体ラーメンと立体格子を別々に解き，結合して三軸マトリックスにしたものであるから．良い精度が期待できる．

参考文献

福岡，豊吉，谷本，夏目，石川「演算子法による剛体板下の基礎杭の立体解析」26回概要集．